

УДК 533.6.011.72

© 2003 г. В. Н. ГУСЕВ, А. Ю. ЧИНИЛОВ

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ГОЛОВНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С КОСЫМ СКАЧКОМ УПЛОТНЕНИЯ И ИЗЭНТРОПИЧЕСКОЙ ВОЛНОЙ СЖАТИЯ

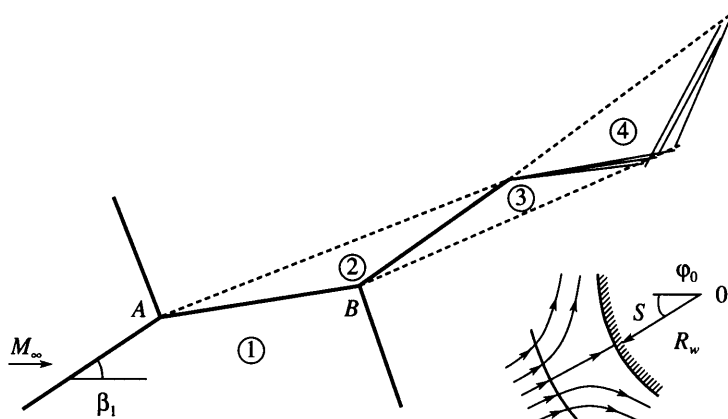
Изучены особенности течения в области взаимодействия плоской головной ударной волны с косым скачком уплотнения и изэнтропической волной сжатия. Аналитически рассмотрены предельные режимы такого взаимодействия, сформулированы условия подобия и определены предельные значения параметров потока в образующейся при интерференции высоконапорной струе сжатого газа и на поверхности обтекаемого тела. Путем численного решения уравнений Эйлера определены характерные особенности рассматриваемых течений в окрестности линии растекания обтекаемого тела и предложены пути снижения динамических и тепловых нагрузок на этой линии.

Ключевые слова: ударные волны, интерференция.

Пространственное взаимодействие ударных волн при гиперзвуковых скоростях может привести к значительному росту теплового потока к поверхности обтекаемого тела. Прежде всего это связано с интерференцией ударных волн и их взаимодействием с пограничным слоем. Классификация таких течений при взаимодействии внешнего скачка уплотнения с головной ударной волной перед телом проведена в [1], где выявлено шесть основных типов такого взаимодействия. Наиболее критичным из них является случай, когда косой скачок уплотнения падает на участок головной ударной волны почти перпендикулярно скорости набегающего потока (IV тип взаимодействия по классификации Edney). В этом случае в течении образуется высоконапорная струя сжатого газа, которая подходит к поверхности тела под прямым углом. Сверхзвуковое течение в струе через замыкающий прямой скачок уплотнения переходит в дозвуковое, и на теле образуется линия растекания.

Как показали многочисленные экспериментальные исследования (см., например, библиографию в [2]), увеличение теплового потока на этой линии может во много раз превышать тепловой поток на критической линии тока обтекаемого тела без интерференции. В связи с этим представляет интерес определить предельные режимы такой интерференции и пути снижения теплового потока к поверхности обтекаемого тела при взаимодействии косого скачка уплотнения с головной ударной волной.

1. Рассмотрим плоское течение газа в области взаимодействия головной ударной волны перед затупленным телом с косым скачком уплотнения с углом наклона β_1 . Остановимся на случае, когда косой скачок уплотнения взаимодействует с отошедшей ударной волной перед телом на участке, на котором наклон последней почти перпендикулярен скорости набегающего потока (фиг. 1). В этом случае газ, прошедший через систему из двух λ -образных скачков уплотнения, образует высоконапорную струю сжатого газа, ограниченную тангенциальными разрывами, начинающимися в узловых точках A и B λ -образных скачков. Вниз по потоку течение в струе проходит через систему волн разрежения и сжатия, искривляющих струю. В рассматриваемом случае струя подходит к поверхности тела под прямым углом, сверхзвуковое течение через замыкающий прямой скачок уплотнения переходит в дозвуковое, и на теле в точке S образуется линия растекания.



Фиг. 1. Течение в высоконапорной струе сжатого газа

В рамках теории локального приближения, согласно которой поверхности газодинамических разрывов являются плоскими, а течение в областях между разрывами – однородным, течение совершенного газа в высоконапорной струе при интерференции косога скачка уплотнения с головной ударной волной рассмотрено в [3]. Анализ показал, что значение давления p_{w0} на линии растекания в этом случае ограничено предельными значениями $p_{04}' \leq p_{w0} \leq p_{03}'$, где p_{03}' – давление торможения в высоконапорной струе за прямым скачком уплотнения после прохождения газа трех косых скачков уплотнения, p_{04}' – давление торможения в высоконапорной струе за прямым скачком уплотнения после прохождения газа трех косых скачков уплотнения и волны разрежения. В предельном случае, когда число Маха в невозмущенном потоке $M_\infty \rightarrow \infty$, полученные в рамках теории тонкого ударного слоя ($\varepsilon = (\gamma - 1)/(\gamma + 1) \ll 1$) в предположении, что величины ε и β_1^2 одного порядка малости, предельные значения давлений $p_{03}'^*$ и $p_{04}'^*$ были определены аналитически

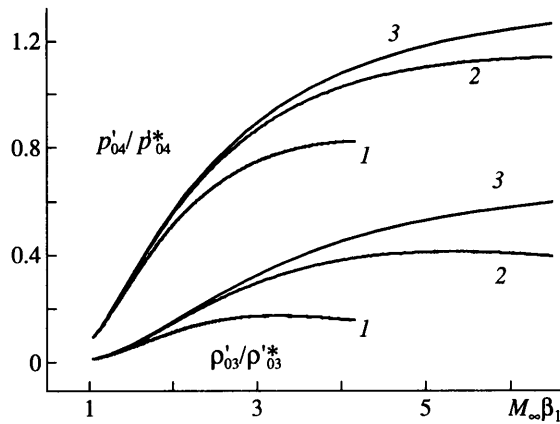
$$\frac{p_{03}'^*}{p_{0\infty}'} = [2\varepsilon^2(\varepsilon + \beta_1^2)]^{-1}, \quad \frac{p_{04}'^*}{p_{0\infty}'} = [2\varepsilon(\varepsilon + \beta_1^2)]^{-1} \quad (1.1)$$

где $p_{0\infty}'$ – давление торможения за прямым скачком уплотнения в невозмущенном потоке. При последующем прохождении газа через волны сжатия и разрежения в высоконапорной струе $p_{0i}' = p_{0(i-2)'}$, где $i = 5, 6, 7, \dots$

Из-за неоднозначности, связанной с неопределенностью в количестве отражений волн сжатия и разрежения в высоконапорной струе, диапазон возможных изменений давления на линии растекания оказывается достаточно большим. При $\varepsilon \ll 1$ предельные значения давлений $p_{03}'^*$ и $p_{04}'^*$ отличаются друг от друга в ε раз (см. соотношение (1.1)).

При конечных значениях числа Маха, границы предельных значений давлений p_{03}' и p_{04}' , полученные в рамках теории локального приближения, приведены на фиг. 2. На ней при $\gamma = 1.4$ даны нормированные в соответствии с (1.1) предельные значения давления на линии растекания

$$\frac{p_{03}'}{p_{03}'^*} = \frac{p_{03}'}{p_{0\infty}'} \left[2 \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^2 \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} + \beta_1^2 \right) \right], \quad \frac{p_{04}'}{p_{04}'^*} = \frac{p_{04}'}{p_{0\infty}'} \left[2 \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} + \beta_1^2 \right) \right] \quad (1.2)$$



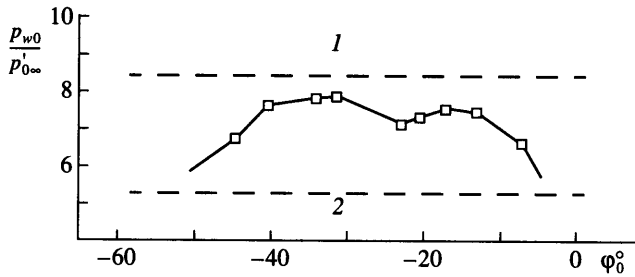
Фиг. 2. Предельные значения давления на линии растекания в зависимости от параметра гиперзвукового подобия ($l - M_\infty = 6, 2 - 16, 3 - \infty$)

в зависимости от гиперзвукового параметра подобия $M_\infty \beta_1$ при различных значениях числа Маха M_∞ . На режимах гиперзвуковой стабилизации при малых углах наклона косого скачка уплотнения $\beta_1 \ll 1$ эти зависимости становятся едиными, соответствующими случаю $M_\infty = \infty$. При конечных значениях числа M_∞ область существования этого режима становится ограниченной.

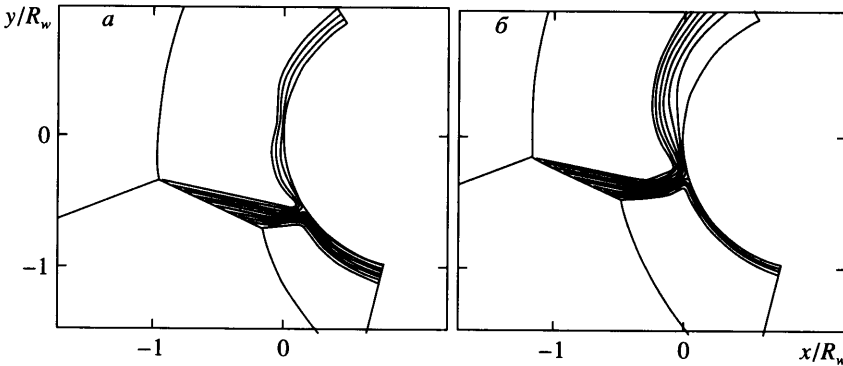
Для определения характерных особенностей течения в окрестности линии растекания при IV типе интерференции косого скачка уплотнения с головной ударной волной наряду с аналитическими методами в работе использовался численный эксперимент. Двумерные расчеты уравнений Эйлера для невязкого совершенного газа были выполнены методом установления по времени по схеме Годунова [4], второй порядок точности которой достигался с помощью поправок Колгана [5]. Для повышения точности расчета в целом и особенно в окрестностях точек распада ударных волн внешняя головная ударная волна около тела являлась подвижной границей расчетной области, на которой выполнялись соотношения Ренкина – Гюгонно. Все внутренние разрывы (ударные волны, контактные разрывы и волны разрежения и сжатия), возникающие при интерференции косого скачка уплотнения с головной ударной волной, не выделялись и рассчитывались сквозным методом.

Решение уравнений Эйлера получено для совершенного газа с $\gamma = 1.4$ при $M_\infty = 6$, $\beta_1 = 22.8^\circ$. Этот режим выбран в связи с проведенными при этих условиях экспериментальными исследованиями [6], в которых косой скачок уплотнения с углом наклона $\beta_1 = 22.8^\circ$ генерировался клином с полууглом раствора 15° .

Результаты численных расчетов давления p_{w0} на линии растекания при этих условиях приведены на фиг. 3, где представлены относительные значения этого давления $p_{w0}/p'_{0\infty}$ в зависимости от угла φ_0 , определяющего положение линии растекания на поверхности цилиндра. Там же штриховыми прямыми нанесены предельные относительные значения давлений $p'_{03}/p'_{0\infty}$ и $p'_{04}/p'_{0\infty}$, полученные в рамках теории локального приближения. Как показывают приведенные данные, в рассматриваемом случае численные значения давления p_{w0} на линии растекания ограничены предельными значениями $p'_{04} \leq p_{w0} \leq p'_{03}$ в достаточно широком диапазоне изменения угла $-50^\circ \leq \varphi_0 \leq -10^\circ$. При этом, как следует из приведенных на фиг. 4 картин течения, предельные режимы взаимодействия косого скачка уплотнения с головной



Фиг. 3. Давление на линии растекания в зависимости от ее положения на теле (штриховые линии – предельные значения давления на этой линии: 1 – $p'_{03}/p'_{0∞}$; 2 – $p'_{04}/p'_{0∞}$)



Фиг. 4. Линии тока при взаимодействии головной ударной волны с косым скачком уплотнения (а) и волной разрежения (б)

ударной волной в чистом виде не реализуются в связи с интерференцией замыкающего прямого скачка уплотнения либо с косым скачком уплотнения, либо с волной разрежения.

2. Для определения предельных значений теплового потока на линии растекания при интерференции косого скачка уплотнения с головной ударной волной ограничимся локальным моделированием течения в окрестности этой линии. Для совершенного газа движение в ней будет полностью определено следующей системой определяющих параметров $R_w, (dU/ds)_\delta, p_\delta, \rho_\delta, T_\delta, T_w, \mu_\delta, k_\delta, c_p, \gamma, \omega$, где R_w – радиус кривизны тела в окрестности линии растекания, U – скорость, s и n – координаты вдоль образующей тела и по нормали к ней, p – давление, ρ – плотность, T – температура, μ – коэффициент вязкости ($\mu = \mu_\delta(T/T_\delta)^\omega$), k – коэффициент теплопроводности, c_p – теплоемкость, индексом δ обозначены параметры на внешней границе пограничного слоя на критической линии, индексом w – условия на стенке, все линейные размеры отнесены к R_w . Будем считать, что число Прандтля $Pr = \mu c_p/k = \text{const}$. В этом случае $k = k_\delta(T/T_\delta)^\omega$, и подобие течения в окрестности линии растекания выполняется при равенстве следующих безразмерных критериев подобия:

$$\frac{\rho_\delta U_m R_w}{\mu_\delta}, \frac{R_w}{U_m} \left(\frac{dU}{ds} \right)_\delta, t_w = \frac{T_w}{T_\delta}, Pr = \frac{\mu_\delta c_p}{k_\delta}, \gamma, \omega, U_m^2 = 2c_p T_\delta$$

В случае совершенного газа при $Pr = \text{const}$ и $\rho\mu = \text{const}$ уравнения пограничного слоя в окрестности линии растекания допускают точное решение. Согласно ему тепловой поток от газа к телу на линии растекания определится соотношением

$$q_0 = \left(k \frac{dT}{dn} \right)_0 = k_w T_\delta \left[\frac{\rho_w}{\mu_w} \left(\frac{dU}{ds} \right)_{\delta 0} \right]^{1/2} F(Pr, t_w)$$

где $F(Pr, t_w)$ – безразмерный параметр теплопередачи, зависящий от числа Pr и температурного фактора t_w , определен многими авторами в результате численного решения уравнений пограничного слоя (см., например, [7]).

В рассматриваемом нами случае интерференции параметры потока на внешней границе пограничного слоя на линии растекания запишутся в виде $T_\delta = T_{0\infty}$, $\rho_\delta = \rho_w / RT_{0\infty}$, где индексом 0 обозначены параметры торможения, а индексом ∞ – параметры в невозмущенном потоке. На поверхности тела входящие в выражение для теплового потока значения k_w , μ_w и ρ_w определяются следующим образом

$$k_w = k_\delta \left(\frac{T_w}{T_\delta} \right)^\omega = k_\delta \left(\frac{T_w}{T_{0\infty}} \right)^\omega, \quad \mu_w = \mu_\delta \left(\frac{T_w}{T_\delta} \right)^\omega = \mu_\delta \left(\frac{T_w}{T_{0\infty}} \right)^\omega, \quad \rho_w = \frac{\rho_\delta \mu_\delta}{\mu_w}$$

Окончательно для теплового потока на линии растекания получим

$$q_0 = \frac{c_p \rho_\infty U_\infty T_{0\infty}}{Pr} \left[\frac{1}{Re_0} \left(\frac{\rho_{0\infty}}{\rho_\infty} \right) \left(\frac{p_{w0}}{p_{0\infty}} \right) \left(\frac{dU'}{d\phi} \right)_{\delta 0} \right]^{1/2} F(Pr, t_w)$$

$$U' = \frac{U}{U_\infty}, \quad Re_0 = \frac{\rho_\infty U_\infty R_w}{\mu_0}, \quad \frac{\rho_{0\infty}}{\rho_\infty} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \right)^{1/(\gamma-1)}, \quad d\phi = \frac{ds}{R_w}$$

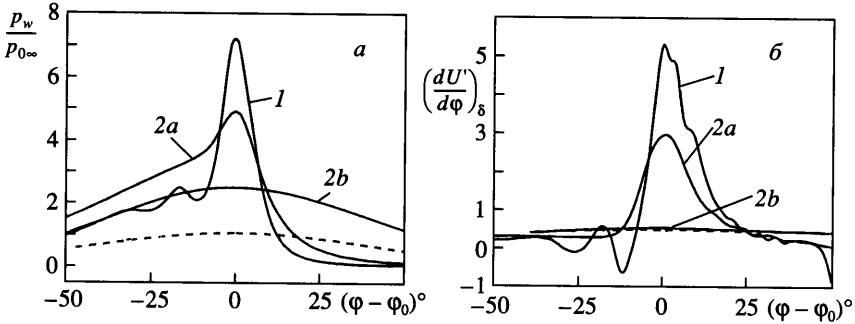
При одних и тех же условиях обтекания относительное увеличение теплового потока на линии растекания при интерференции косоугольного скачка уплотнения с головной ударной волной по сравнению с тепловым потоком на линии растекания без интерференции будет

$$q'_0 = \frac{q_0}{q_{0\infty}} = \left[\left(\frac{p_{w0}}{p'_{0\infty}} \right) \left(\frac{dU'}{d\phi} \right)_{\delta 0} \left(\frac{dU'}{d\phi} \right)_{\delta\infty}^{-1} \right]^{1/2} \quad (2.1)$$

где $(dU'/d\phi)_{\delta\infty}$ – градиент скорости на линии растекания при безинтерференционном обтекании.

Предельные значения давлений на линии растекания $p_{w0} = p'_{0i}$, полученные выше в рамках теории локального приближения, представлены на фиг. 3. Для определения градиента скорости на линии растекания $(dU'/d\phi)_{\delta 0}$ использован численный расчет.

Полученные решения уравнений Эйлера показали, что течение в окрестности линии растекания при интерференции косоугольного скачка уплотнения с головной ударной волной существенно отличается от безинтерференционного обтекания. Если в последнем случае для этого течения характерны малые изменения давления p'_0 и градиента скорости $(dU'/d\phi)$ в достаточно большом диапазоне изменения угла ϕ , то при интерференции распределения давления и градиента скорости в окрестности линии растекания имеют узкий пикообразный характер с чередующимися зонами разгона и торможения потока вдоль поверхности тела. Последняя особенность характерна прежде всего для высоконапорных струй с тремя косыми скачками уплотнения, когда увеличение давления на линии растекания максимально.



Фиг. 5. Распределение давления (а) и градиента скорости (б) в окрестности линии растекания: 1 – взаимодействие головной ударной волны с косым скачком уплотнения, 2 – взаимодействие головной ударной волны с изэнтропической волной сжатия, 2а – $y_{\infty} = 0.325$; 2б – $y_{\infty} = 1.125$, штриховые кривые – безинтерференционное обтекание

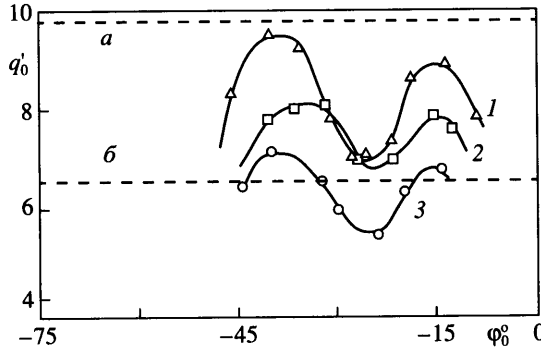
Приведенные на фиг. 5 результаты численных расчетов при числе $M_{\infty} = 6$ иллюстрируют эти особенности. На них даны распределения давления $p_w/p'_{0\infty}$ и градиента скорости $(dU'/d\phi)_{\delta}$ в зависимости от $(\phi - \phi_0)$ в окрестности линии растекания при безинтерференционном (пунктирные кривые) и интерференционном обтекании цилиндра (кривые 1, $\phi_0 = 22.8^\circ$). В первом случае протяженность области малых изменений этих величин достаточно велика, и на линии растекания ($\phi = \phi_0$) давление $p_w = p'_{0\infty}$, а численная величина градиента скорости достаточно хорошо совпадает со своим значением, полученным в рамках теории тонкого ударного слоя (см., например, [7])

$$\left(\frac{dU'}{d\phi}\right)_{\delta\infty} = \sqrt{3}\varepsilon\left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\ln\frac{4}{3\varepsilon}\right)$$

При интерференции наличие пикообразных распределений давления и градиента скорости в окрестности линии растекания приводит к значительному увеличению p_{w0} и $(dU'/d\phi)_{\delta 0}$ на этой линии. Как показывают приведенные на фиг. 5 результаты численных расчетов, эти величины возрастают на порядок по сравнению с аналогичными величинами при безинтерференционном обтекании.

Определим предельные значения теплового потока q_0 на линии растекания при интерференции косого скачка уплотнения с головной ударной волной в рассмотренном выше случае $M_{\infty} = 6$, соответствующем условиям эксперимента [6]. В соответствии с выражением (2.1) для этого необходимо знать предельные значения давления и градиента скорости на этой линии. Для давления, как было показано выше, они определяются значениями p'_{03} и p'_{04} , а предельные значения градиента скорости были получены численно из решений уравнений Эйлера и принимались равными максимальному и минимальному значениям $(dU'/d\phi)_{\delta 0}$ в исследованном диапазоне изменения угла $-50^\circ \leq \phi_0 \leq -10^\circ$. В этом случае относительная величина теплового потока q'_0 на линии растекания ограничена следующими предельными значениями:

$$\left\{\left(\frac{p'_{04}}{p'_{0\infty}}\right)\min\left[\left(\frac{dU'}{d\phi}\right)_{\delta 0},\left(\frac{dU'}{d\phi}\right)_{\delta\infty}^{-1}\right]\right\}^{1/2} \leq q'_0 \leq \left\{\left(\frac{p'_{03}}{p'_{0\infty}}\right)\max\left[\left(\frac{dU'}{d\phi}\right)_{\delta 0},\left(\frac{dU'}{d\phi}\right)_{\delta\infty}^{-1}\right]\right\}^{1/2}$$



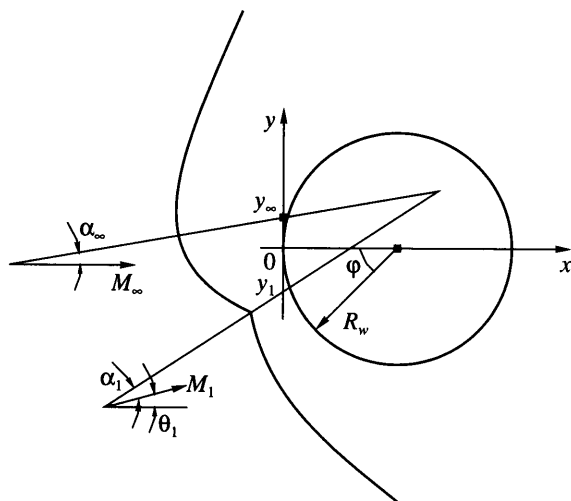
Фиг. 6. Тепловой поток на линии растекания в зависимости от ее положения на теле: 1 – $Re_0 = 9 \cdot 10^4$, 2 – $Re_0 = 1.7 \cdot 10^4$, 3 – $Re_0 = 5.6 \cdot 10^3$, штриховые кривые – предельные значения теплового потока, a – $\max q'_0$, b – $\min q'_0$

При $M_\infty = 6$ эти значения $\min q'_0$ и $\max q'_0$ даны на фиг. 6 штриховыми линиями. Там же приведены экспериментальные значения q'_0 при $M_\infty = 6$ и различных значениях числа Рейнольдса Re_0 . Как видно из приведенных данных, с уменьшением числа Re_0 относительная величина теплового потока q'_0 на линии растекания уменьшается, становясь при $Re_0 = 5.6 \times 10^3$ меньше определенного выше предельного минимального значения $\min q'_0$. Очевидно, что при дальнейшем уменьшении числа Re_0 существенным в рассматриваемой задаче становятся такие эффекты, как взаимодействие пограничного слоя с вязким потоком и разреженность среды.

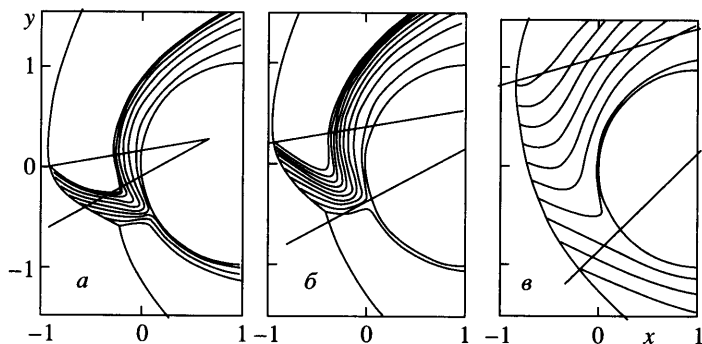
3. Рассмотрим теперь взаимодействие головной ударной волны с центрированной изэнтропической волной сжатия (фиг. 7). Невозмущенная область течения в этом случае ограничена головной ударной волной и передним фронтом волны сжатия $\sin \alpha_\infty = 1/M_\infty$, пересекающим ось ординат в точке y_∞ . Параметры потока в области за задним фронтом волны сжатия $\sin \alpha_1 = 1/M_1$, пересекающим ось ординат в точке y_1 , определяются из соотношений на характеристике. Для числа Маха M_1 и угла наклона вектора скорости θ_1 в этой области имеем

$$\theta_1 = \varepsilon^{-1/2} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{M_\infty^2 - 1} - \sqrt{M_1^2 - 1}}{\varepsilon^{-1/2} + \varepsilon^{1/2} (M_\infty^2 - 1)(M_1^2 - 1)} - \arccos \frac{1 + \sqrt{(M_\infty^2 - 1)(M_1^2 - 1)}}{M_1 M_\infty} \quad (3.1)$$

Остановимся на случае $M_\infty = 6$. Пусть угол поворота вектора скорости в волне сжатия будет таким же, как и в рассмотренном выше случае с косым скачком уплотнения $\theta_1 = 15^\circ$. Результаты численных расчетов уравнений Эйлера при этих граничных условиях приведены на фиг. 8. На ней в координатах x, y представлены линии тока в возмущенной области течения при различных положениях переднего фронта волны сжатия. Отчетливо видна динамика разрушения высоконапорной струи сжатого газа, возникающей перед телом при интерференции косога скачка уплотнения с головной ударной волной. При $y_\infty > 1$ течение в окрестности линии растекания соответствует обтеканию затупленного тела неравномерным сверхзвуковым потоком, параметры которого определяются характеристическим соотношением (3.1). Распределения давления и градиента скорости в окрестности линии растекания в этом случае уже не носят пикообразный характер и при $y_\infty \rightarrow \infty$ стремятся к значениям, соответствующим безинтерференционному обтеканию тела (см. фиг. 5). Важно от-



Фиг. 7. Интерференция головной ударной волны с изэнтропической волной сжатия.

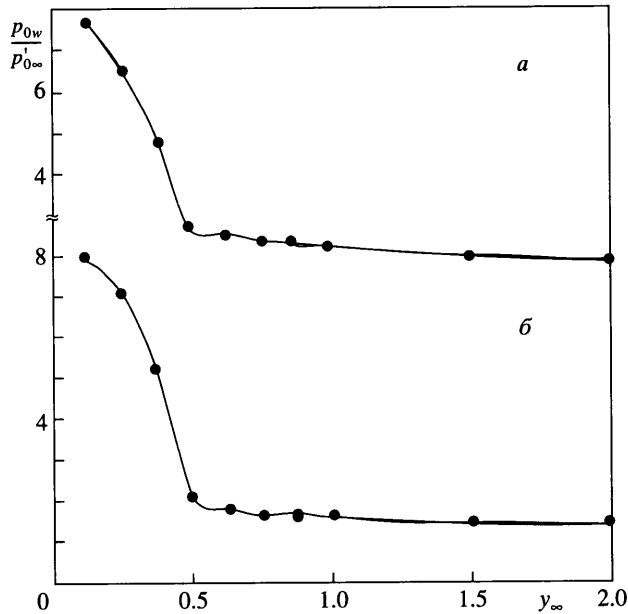


Фиг. 8. Линии тока при взаимодействии изэнтропической волны сжатия с головной ударной волной: а – $y_\infty = 0.125$; б – $y_\infty = 0.325$; в – $y_\infty = 1.125$.

метить, что этот предельный случай практически реализуется уже при $y_\infty = o(1)$, существенно снижая давление и тепловой поток на линии растекания. При $M_\infty = 6$ это иллюстрируется на фиг. 9, где даны изменения давления p_{0w} и теплового потока q_0 на линии растекания при различных положениях переднего фронта волны сжатия y_∞ .

Заключение. Аналитически в рамках теории локального приближения сформулированы условия подобия и определены предельные значения давления и теплового потока на линии растекания обтекаемого тела при интерференции головной ударной волны с косым скачком уплотнения. Сравнение с экспериментальными и численными данными показывает, что последние действительно ограничены этими предельными значениями.

Полученные решения уравнений Эйлера показали, что при интерференции косого скачка уплотнения с головной ударной волной распределения давления и градиента скорости в окрестности линии растекания в отличие от безинтерференционного обтекания носят пикообразный характер, что и приводит к резкому увеличению давления и теплового потока на этой линии.



Фиг. 9. Изменения давления (а) и теплового потока (б) на линии растекания при интерференции изэнтропической волны сжатия с головной ударной волной

Замена косого скачка уплотнения изэнтропической волной сжатия при интерференции с головной ударной волной приводит к разрушению высоконапорной струи сжатого газа перед телом. В этом случае течение в окрестности линии растекания соответствует обтеканию затупленного тела неравномерным сверхзвуковым потоком с существенно меньшими значениями давления и теплового потока на этой линии.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, (№ 01-01-00633).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Edney B.* Anomalous heat transfer and pressure distributions on blunt bodies at hypersonic speeds in the presence of an impinging shock // К.Т.Н. Abhandl. № 239. Medd. Flugtekn. forsk.-anstalt. Stockholm, Report 115. 1968. 92 p.
2. *Боровой В.Я.* Течение газа и теплообмен в зонах взаимодействия ударных волн с пограничным слоем. М.: Машиностроение, 1983. 141 с.
3. *Гусев В.Н.* Предельные режимы взаимодействия внешнего скачка уплотнения с головной ударной волной перед телом // Уч. зап. ЦАГИ. 2001. Т. 32. № 1–2. С. 3–12.
4. *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
5. *Колган В.П.* Применение принципа минимальных значений производной к построению конечноразностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Уч. зап. ЦАГИ. 1972. Т. 3. № 6. С. 68–77.
6. *Vorovoy V.Ya., Chinilov A.Yu., Gusev V.N., Struminskaya I.V., Delery J., Chanetz B.* Interference Between a Cylindrical Bow Shock and a Plane Oblique Shock // AIAA Journal. 1997. V. 35. № 11. P. 1721–1728.
7. *Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф.* Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 607 с.