

УДК 532.5.013.4: 536.25

© 2003 г. А. А. ИВАНОВА, В. Г. КОЗЛОВ

ВИБРАЦИОННАЯ ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ ПРИ НЕПОСТУПАТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПОЛОСТИ

Теоретически и экспериментально исследуется вибрационная тепловая конвекция в полости, совершающей комбинированные поступательно-вращательные высокочастотные вибрации. Основное внимание уделяется конвекции в плоском слое и коаксиальном зазоре. Показано качественное отличие вибрационного воздействия комбинированных вибраций (более высокая эффективность) от вибраций чисто поступательных или вращательных. Получено хорошее согласие экспериментальных результатов и теоретических расчетов, проведенных с использованием осредненных уравнений термовибрационной конвекции.

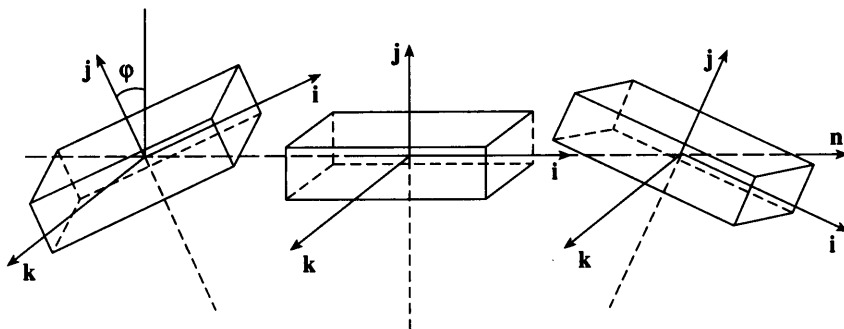
Ключевые слова: неизотермическая жидкость, комбинированные (поступательно-вращательные) вибрации, термовибрационная конвекция.

В изотермической жидкости, совершающей высокочастотные колебания вблизи твердой границы, вибрационная конвекция обусловлена генерацией осредненных вихревых течений, локализованных в слоях Стокса. Пограничные течения за счет вязких сил подобно ленточным транспортерам увлекают и сообщают движение жидкости в объеме полости за пределами скин-слоя. Такие течения, называемые акустическими, хорошо изучены экспериментально и теоретически (обзор работ можно найти в [1, 2], см. также [3]). При непоступательных высокочастотных вибрациях полости “пограничный” механизм проявляется вследствие колебаний жидкости в системе отсчета полости, вызванных вращательной вибрационной компонентой. Течение такого типа в полости квадратного сечения экспериментально изучено в [4].

Ситуация изменяется в случае неизотермической жидкости. Вследствие температурной неоднородности плотности жидкость совершает колебания в осциллирующих силовых полях, что приводит к генерации осредненных массовых сил в объеме жидкости.

Рассмотрим осредненную динамику неизотермической несжимаемой жидкости, начиная со случая, когда полость с жидкостью совершает высокочастотные поступательные вибрации. Полученные методом осреднения уравнения вибрационной тепловой конвекции [5] нашли широкое применение в научной школе Г.З. Гершуни и Е.М. Жуховицкого [6, 7]. Осредненное вибрационное воздействие определяется нелинейным взаимодействием полей температуры и пульсационной скорости. Поскольку в случае поступательных вибраций колебания жидкости напрямую связаны с неоднородностью плотности (температуры), осредненный вибрационный эффект оказывается пропорциональным квадрату неоднородности плотности, малой по определению.

Качественные изменения вибрационная тепловая конвекция претерпевает при непоступательных, маятниковых колебаниях полости [8]. Наличие изотермической компоненты пульсационной скорости, вызванной изменением ориентации полости в пространстве, приводит в действие новый, термовибрационный механизм, который пропорционален первой степени неоднородности плотности $\beta\Theta$. Теоретическое описание вибрационной конвекции для маятниковых качаний (плоский, сферический маятник) с относительно большим плечом дано в [8, 9]. Показано, что наличие даже слабой вращательной компоненты коренным образом изменяет характер вибрационного влия-



Фиг. 1. Полость, совершающая комбинированные поступательно-вращательные колебания

ния. Теория маятниковой вибрационной конвекции получила подтверждение в экспериментальных работах [10, 11].

Описание вибрационной конвекции для произвольных полей пульсационной скорости, вызванных, например, колебаниями элементов системы, границы раздела, вращательными вибрациями, дано в [12, 13]. При этом тепловая вибрационная конвекция также определяется линейным по $\beta\Theta$ термовибрационным механизмом (в отсутствие поступательной вибрационной компоненты классический вибрационный механизм, квадратичный по $\beta\Theta$, не действует). В генерации осредненных течений наряду с термовибрационным участвует не связанный с неоднородностью температуры пограничный механизм (акустические течения). Следует заметить, что в случае комбинированных (маятниковых) вибраций последний механизм не проявляется в силу своей относительной слабости.

В настоящей работе проводятся теоретический анализ и экспериментальные исследования вибрационной тепловой конвекции при комбинированных, поступательно-вращательных (маятниковых) колебаниях полости. Важность рассмотрения комбинированных вибраций определяется тем, что поступательные колебания полости на практике, как правило, сопровождаются вращательной компонентой.

1. Комбинированные колебания полости. Теория. Описание и сравнение с другими типами вибрационного воздействия проведем, опираясь на теорию вибрационной тепловой конвекции при маятниковых колебаниях полости [8, 9], поскольку движение маятника является типичным примером поступательно-вращательных колебаний.

Пусть полость произвольной формы с характерным размером h одновременно совершает поступательные и вращательные колебания по закону $\mathbf{r} = b \cos(\Omega t) \mathbf{n}$ и $\Phi = -\varphi_0 \cos(\Omega t) \mathbf{k}$ в инерциальной системе отсчета. Оси вибраций взаимно перпендикулярны, $\mathbf{n} \mathbf{k} = 0$. Введем связанную с полостью неинерциальную систему отсчета xyz (единичные векторы $\mathbf{i} \mathbf{j} \mathbf{k}$) так, чтобы в среднем положении ось x совпадала по направлению с осью поступательных вибраций $\mathbf{n}$, а направление оси z совпадало с осью вращения (фиг. 1). Видно, что движение полости напоминает маятниковые качания с плечом $R_0 = b/\varphi_0$. Отличие заключается в том, что в рассматриваемом случае центр масс движется вдоль прямой, тогда как при маятниковых качаниях – по дуге окружности радиусом R_0 .

Будем рассматривать случай, когда угловые колебания полости имеют малую амплитуду, $\varphi_0 \ll 1$, а поступательные – относительно большую, $b \gg h\varphi_0$. В таком приближении силы инерции, связанные с вибрациями, в объеме полости изменяются незначительно. Аналогом являются маятниковые качания полости с плечом $R_0 \gg h$. Заметим, что изменение фазы вращательных колебаний на 180° означает изменение направления оси y на противоположное (при маятниковых качаниях этому соответ-

вует изменение положения оси маятника, поскольку ось y направлена вдоль его плеча). Наличие вращательной компоненты $\alpha_0 \sin(\Omega t) \mathbf{k}$, когда вращательные колебания происходят со сдвигом по фазе относительно поступательных, не оказывает осредненно-го действия и в рассмотрении может быть опущено.

В связанной с полостью неинерциальной системе отсчета уравнения вибрационной тепловой конвекции, полученные методом осреднения в условиях сделанных предположений и в приближении Буссинеска ($\beta\Theta \ll 1$), в пределе высоких безразмерных частот $\omega \equiv \Omega h^2/\nu \gg 1$ и малых амплитуд колебаний жидкости $b\beta\Theta/h \ll 1$ имеют вид, аналогичный уравнениям маятниковой вибрационной тепловой конвекции. Выпишем систему уравнений в безразмерном виде, используя в качестве единиц расстояния, времени, скорости, давления и температуры соответственно h , h^2/ν , χ/h , $\rho\nu\chi/h^2$ и характерную разность температур Θ [8]

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{\text{Pr}}(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} - R_V(\mathbf{w}\mathbf{i})\nabla T = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + (Ra\boldsymbol{\gamma} - R_K\mathbf{j})T$$

$$\text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla T = \Delta T) \quad (1.1)$$

$$\text{div } \mathbf{v} = 0, \quad \text{div } \mathbf{w} = 0, \quad \text{rot } \mathbf{w} = \nabla T \times \mathbf{i} + 2F\mathbf{k}$$

Здесь $\mathbf{v}$, p , T – осредненные значения скорости, давления и температуры в связанной с полостью системе координат; $\mathbf{w}$ – дополнительная векторная переменная, имеющая смысл амплитуды пульсационной компоненты скорости; остальные обозначения обычные.

Система (1.1) отличается от уравнений [8] лишь формой записи. Переменная $\mathbf{w}$ имеет две составляющие: $\mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$. Первая составляющая определяется выражением $\text{rot } \mathbf{w}_1 = \nabla T \times \mathbf{i}$ и характеризует колебания жидкости, связанные с неоднородностью ее плотности (температуры) и интенсивными поступательными колебаниями полости; вторая, $\text{rot } \mathbf{w}_2 = 2F\mathbf{k}$, не зависит от слабой температурной неоднородности плотности, она связана с изменением ориентации полости в пространстве. Таким образом, составляющие вектора $\mathbf{w}$ определяются двумя разными вибрационными компонентами, поступательной и вращательной.

Приближение высоких частот $\omega \gg 1$ означает, что размер полости h значительно превосходит толщину вязких слоев Стокса $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega}$.

На границах S недеформируемой полости задаются условия теплообмена и выполняются условия прилипания $\mathbf{v}|_S = 0$ и условия отсутствия нормальной составляющей вектора пульсационной компоненты скорости $\mathbf{w}_n|_S = 0$; последнее отражает невязкий характер высокочастотных колебаний жидкости.

Определяющими параметрами задачи являются гравитационное число Рэлея, число Прандтля и два вибрационных параметра, R_V и R_K (параметр $F = R_K/R_V$ характеризует их отношение)

$$Ra = \frac{g\beta\Theta h^3}{\nu\chi}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\chi}, \quad R_V = \frac{(b\Omega\beta\Theta h)^2}{2\nu\chi}, \quad R_K = \frac{\Phi_0 b\Omega^2\beta\Theta h^3}{2\nu\chi} \quad (1.2)$$

Для общего случая пространственных комбинированных колебаний полости (колебания сферического маятника) уравнения вибрационной конвекции приведены в [9].

Из (1.1) видно, что наличие вращательной вибрационной компоненты (в дополнение к поступательной) приводит, во-первых, к перенормировке осредненного силового поля (поля силы тяжести), во-вторых, к дополнительной массовой вибрационной силе, пропорциональной $\beta\Theta$. Второе слагаемое неявно присутствует в нелинейном члене, входя через изотермическую составляющую пульсационной компоненты скорости $\mathbf{w}$.

Действие нового, термовибрационного механизма определяется вибрационным параметром R_K и связано с изотермической пульсационной компонентой скорости, появляющейся в результате вращательных колебаний полости. В отсутствие вращательной компоненты ($R_K = 0$) система уравнений принимает вид, обычный для вибрационной конвекции при поступательных вибрациях одного направления [6].

При комбинированных колебаниях вибрационная конвекция обладает рядом специфических черт, причем важную роль играет форма полости. Так, в плоском слое, ориентированном в плоскости xu (перпендикулярно плечу маятника при маятниковых качаниях), изотермическая составляющая пульсационной компоненты скорости линейно зависит от поперечной координаты. В этом случае действие пульсационной компоненты w_2 (вибрационного механизма, определяемого параметром R_K) сводится к перенормировке поля силы тяжести [14]. Слагаемое w_2 исключается из рассмотрения, а уравнение движения в системе уравнений (1.1) принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{Pr} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} - R_V (\mathbf{w}_1 \mathbf{i}) \nabla T = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + (Ra \gamma + R_K \mathbf{j}) T \quad (1.3)$$

В таком виде система полностью эквивалентна системе уравнений классической вибрационной тепловой конвекции при поступательных вибрациях [6]. Отличие заключается лишь в модифицированном за счет вибраций поле силы тяжести. В (1.3) следует обратить внимание на изменение знака при члене с параметром R_K по сравнению с (1.1). Специфика проявления вибрационного механизма R_K в плоских слоях позволяет имитировать наличие статического силового поля в невесомости либо изменять и даже полностью исключать действие поля силы тяжести в земных условиях (последнее выполняется при $Ra \gamma + R_K \mathbf{j} = 0$). Разумеется, действие классического вибрационного механизма R_V при этом сохраняется, что позволяет, используя комбинированные вибрации, экспериментально изучать классическую вибрационную конвекцию в плоских слоях в земных условиях во всем диапазоне чисел Рэлея, включая условия невесомости.

Другим интересным типом полости, кстати, широко распространенным в технике, является тонкий коаксиальный зазор. Система уравнений (1.3) описывает динамику неизотермической жидкости при высокочастотных вращательных колебаниях такой полости вокруг своей оси, когда в слое имеется непроницаемая продольная перегородка, вынуждающая жидкость совершать колебания вместе с полостью. Из уравнений (1.3) следует, что в тонком цилиндрическом (коаксиальном) слое действие линейного по $\beta \Theta$ термовибрационного механизма эквивалентно действию направленного к оси слоя статического гравитационного поля, характеризуемого аналогом числа Рэлея – вибрационным параметром R_K . На первый взгляд, это напоминает центробежную конвекцию во вращающейся полости. Но это не так. Во-первых, направление эффективного силового поля противоположно действию центробежной силы, во-вторых, отсутствует сила Кориолиса.

В задаче о комбинированных колебаниях естественно присутствует предельный случай $R_K = 0$, соответствующий чисто поступательным вибрациям полости. Чтобы определить место комбинированных вибраций среди различных колебаний, рассмотрим только вращательные вибрации полости – другой предельный случай, когда поступательная компонента отсутствует.

При колебаниях полости с неизотермической жидкостью вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс или на относительно небольшом расстоянии от него [13, 15], механизм классической вибрационной конвекции R_V не проявляется. Это объясняется тем, что колебания жидкости, вызванные ее температурной неоднородностью, пренебрежимо малы по сравнению с колебаниями, вызванными изменением ориентации полости в пространстве. В этом случае изотермическая пульсационная компонента приводит в действие два вибрационных механизма: рассмотренный выше линейный по $\beta \Theta$ термовибрационный механизм, и механизм генерации осредненных

течений пограничными слоями Стокса. Последний механизм не связан с температурным полем и определяется неоднородностью пульсационной компоненты скорости вблизи границ полости, а значит определяется лишь геометрией полости и параметрами вращательных вибраций. В обозначениях [13] указанные механизмы характеризуются вибрационными параметрами

$$Ra_V = \varphi_0^2 \Omega^2 \beta \Theta h^4 / (2\nu\chi) \text{ и } Re_p = \varphi_0^2 h^2 \Omega / \nu \quad (1.4)$$

Сравнение осредненных эффектов, проявляющихся при колебаниях полости разного типа, показывает, что комбинированные вибрации вызывают более сильный эффект, чем отдельно взятые поступательные или вращательные. Так, наличие даже незначительных угловых колебаний на фоне поступательных, а это характерно для большинства практических случаев, приводит к включению термовибрационного механизма R_K , что коренным образом изменяет характер вибрационного воздействия. Например, при $\beta\Theta \sim 0.01$ и $\varphi_0(h/b) \sim 0.1$ отношение вибрационных параметров $R_K/R_V \sim 10$, т.е. термовибрационный механизм R_K оказывается на порядок сильнее R_V и играет определяющую роль.

По сравнению с чисто вращательными при комбинированных колебаниях полости линейный по $\beta\Theta$ термовибрационный механизм действует во много раз сильнее. Из (1.2) и (1.4) следует, что отношение термовибрационного параметра R_K (комбинированные вибрации) и его аналога Ra_V (вращательные [13]) пропорционально амплитуде поступательных колебаний b , а в случае маятниковых качаний – относительной длине плеча R_0/h

$$\frac{R_K}{Ra_V} = \frac{b}{\varphi_0 h} = \frac{R_0}{h} \quad (1.5)$$

В соответствии с [8] данное соотношение выполняется в области относительно больших амплитуд поступательных вибраций $b \gg \varphi_0 h$.

При комбинированных вибрациях механизм генерации осредненных течений слоями Стокса, характеризуемый параметром Re_p , оказывается пренебрежимо слабым по сравнению с линейным по $\beta\Theta$ термовибрационным механизмом R_K и из рассмотрения исключается.

Следует ожидать усиления термовибрационного механизма с увеличением поступательной вибрационной компоненты и в области умеренных линейных амплитуд $b \sim \varphi_0 h$. Последнее подтверждается численными расчетами осредненной конвекции в полости, совершающей маятниковые колебания с плечом, сравнимым с ее размером [13].

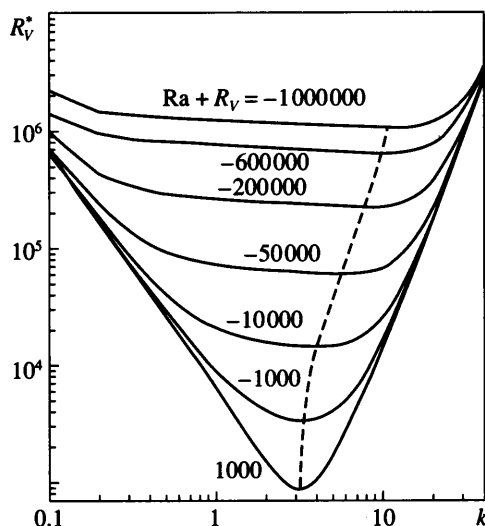
Комбинированные вибрации расширяют экспериментальные возможности изучения вибрационной тепловой конвекции. Рассмотрим виброконвективную устойчивость в плоском слое при комбинированных вибрациях (фиг. 1). Выпишем краевую задачу (см. [8]) для наиболее опасных в этом случае монотонных двумерных возмущений

$$\Delta \Delta v - (Ra + R_K)k^2 T - R_V k^2 (w' + T) = 0$$

$$\Delta T + v = 0, \quad T' + \Delta w = 0; \quad \Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \quad (1.6)$$

$$y = \pm 1/2: v = v' = T = w = 0$$

Здесь T – возмущение температуры, v и w – j -е компоненты векторов возмущения средней и пульсационной скоростей жидкости, штрих означает производную по координате y .



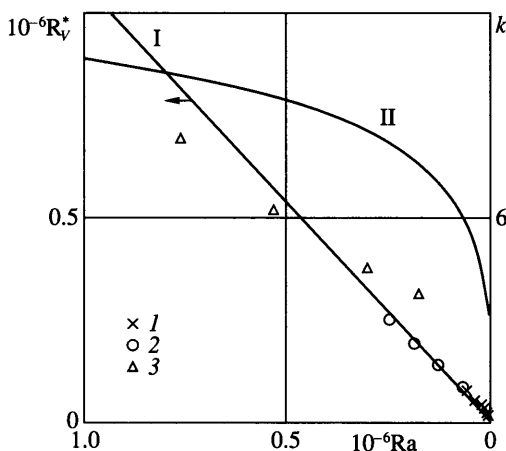
Фиг. 2. Нейтральные пороговые кривые на плоскости k, R_V , построенные для комплекса $Ra + R_K$

Эта задача по виду совпадает с задачей устойчивости в плоском горизонтальном слое при поступательных вибрациях [5], откуда следует, что в области умеренных значений вибрационных параметров $R_V < 10^4$ на плоскости $Ra + R_K$, R_V пороговая кривая близка к прямой, пересекающей оси координат в точках $Ra + R_K = 1708$ и $R_V = 2129$.

Имея в виду эксперименты в широком интервале модифицированного числа Рэлея (комплекса $Ra + R_K$), включающем область сильного стабилизирующего действия статического силового поля, остановимся на устойчивости квазиравновесия в области $(Ra + R_K) = -10^6 + 0$. Нейтральные пороговые кривые, найденные из решения (1.6) методом Рунге – Кутты, соответствуют различным значениям комплекса $Ra + R_K$ (фиг. 2). С усилением стабилизирующего действия силового поля порог возбуждения вибрационной конвекции монотонно повышается, при этом наблюдается смещение минимума пороговых кривых (наиболее опасной длины волны) в коротковолновую область. Подавляя длинноволновые возмущения, силовое поле менее влияет на коротковолновую границу устойчивости ($R_V^* \sim k^4$ при $k \gg 1$).

Пороговая кривая $R_V(Ra)$ близка к прямой (фиг. 3, I); в области больших отрицательных значений параметра $Ra + R_K$ (стабилизирующее действие поля) тангенс угла наклона понижается. Соответствующее минимуму нейтральной кривой волновое число (фиг. 3, II) возрастает по закону, близкому к $k^* \sim |Ra + R_K|^{1/4}$.

2. Конвекция в плоском слое при маятниковых колебаниях. Экспериментальные исследования проводятся в случае маятниковых колебаний полости, которые являют собой типичный пример комбинированных вибраций. Образованный двумя изотермическими границами (разность температур Θ) слой толщиной h жестко связан с перпендикулярным его границам стержнем (плечо R_0) и вместе с ним совершает высокочастотные колебания в вертикальной плоскости (фиг. 1). Угол между плечом и вертикалью изменяется со временем по гармоническому закону $\varphi = -\varphi_0 \cos(\Omega t)$, в среднем по времени плечо занимает вертикальное положение, слой жидкости – горизонтальное. Осредненная конвекция в пределе малых угловых амплитуд и большого плеча маят-



Фиг. 3. Критические значения параметра R_V (I) и минимальное волновое число (II) для плоских монотонных возмущений в области отрицательных чисел комплекса $Ra + R_K$; экспериментальные точки 1 получены на воде ($h = 5.6$ мм), 2 и 3 – на этиловом спирте ($h = 5.6$ и 8 мм)

ника (относительно большой амплитуды линейного смещения) кроме числа Рэлея Ra определяется вибрационными параметрами R_V и R_K

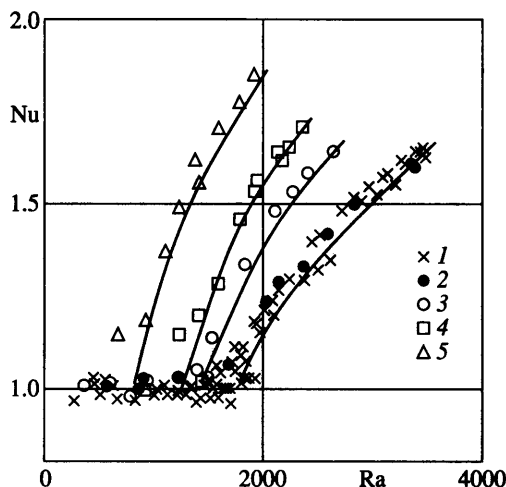
$$R_V = \frac{(\beta \Theta h \phi_0 R_0 \Omega)^2}{2\nu\chi}, \quad R_K = \frac{(\phi_0 \Omega)^2 R_0 \beta \Theta h^3}{2\nu\chi}$$

Экспериментальная установка состоит из механического вибратора, кюветы и измерительного комплекса (подробное описание установки имеется в [10]). Конструкция вибратора позволяет устанавливать кювету в различных положениях, когда она оказывается расположенной над осью вращения (верхний подвес) или под осью (нижний подвес). Каретку с кюветой можно перемещать вдоль подвижной штанги, устанавливая тем самым кювету на различных расстояниях от оси вращения, $R_0 = 0-50$ см. Опыты проводятся при фиксированной частоте вибраций $f = 24.8 \pm 0.1$ Гц, амплитуда углового смещения изменяется в интервале $\phi_0 = 0-0.07$ рад с точностью $2 \cdot 10^{-4}$ рад.

Плоский слой в форме прямоугольного параллелепипеда размером $8.0 \times 5.6 \times 0.80$ см³ образован двумя алюминиевыми теплообменниками с зажатой между ними стеклянной рамкой и заполняется водоглицериновой смесью (85%). Границы слоя изотермические, разность температур изменяется, но средняя температура поддерживается постоянной и равной 20, 25 или 30°C (с точностью 0.2°C). Разность температур измеряется при помощи медно-константановой термопары, теплоперенос через слой – интегральным датчиком теплового потока, вмонтированным в один из теплообменников (точность тепловых измерений ± 0.05 К).

Визуальные наблюдения проводятся через стеклянные боковые стенки полости при стробоскопическом освещении в виде светового ножа. При фоторегистрации металлический теплообменник, внешний по отношению к оси качаний, заменяется на стеклянный (его температура также поддерживается постоянной). Освещение используется как стробоскопическое, так и импульсное от лампы-вспышки; движение жидкости визуализируется алюминиевой пудрой.

Рассмотрим устойчивость квазиравновесия. Возбуждение гравитационной конвекции определяется по критическому возрастанию теплового потока при повышении разности температур границ слоя. На плоскости $Nu(Ra)$ эта зависимость показана точками 1 (фиг.4). При значении плеча маятника $R_0 = 0$ (слой закреплен на оси) вращения



Фиг. 4. Зависимость числа Нуссельта Nu от Ra в отсутствие вибраций (1), при вибрациях с амплитудой $\varphi_0 = 0.043$ рад и в отсутствие плеча качаний (2), при $R_0 = 50$ см и $\varphi_0 = 0.012, 0.024$ и 0.036 рад (3–5)

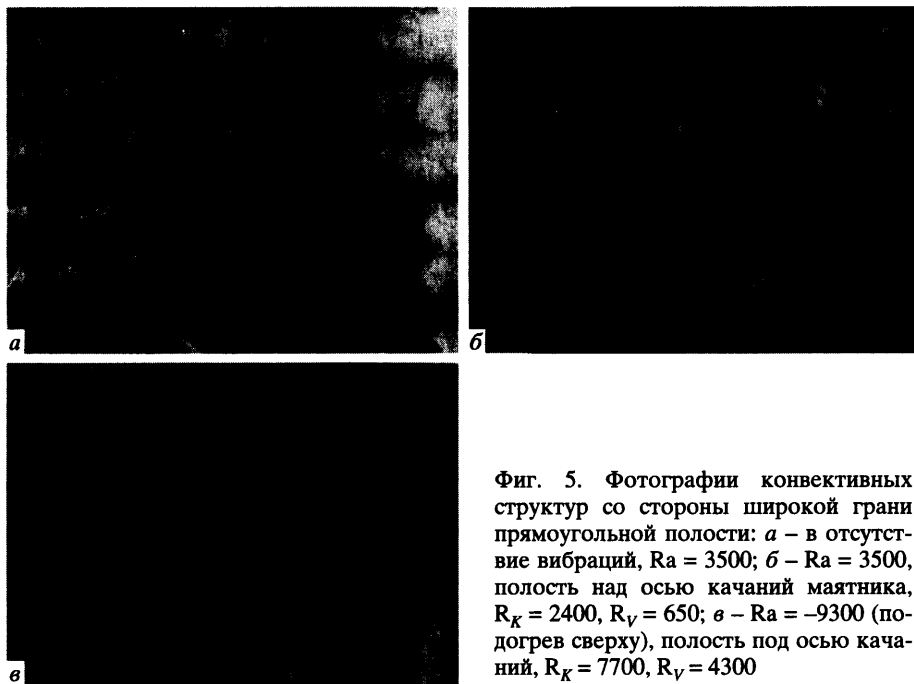
тельные вибрации не влияют на устойчивость течения и теплоперенос (фиг. 4, точки 2), включая область относительно больших амплитуд: кривые теплопереноса, построенные по точкам 1 и 2, совпадают, указывая на отсутствие каких-либо осредненных течений. В случае $R_0 = 50$ см и верхнем по отношению к оси положению полости вибрации приводят к понижению гравитационного порога, кризис равновесия сопровождается резким повышением теплопереноса (изломы кривых, построенных по точкам 3–5). С увеличением амплитуды вибраций порог конвективной устойчивости понижается.

Гравитационная неустойчивость конвективного равновесия, как следует из визуальных наблюдений, связана с развитием двумерных валов с волновым числом $k \sim 3$ (фиг. 5, а), что согласуется с результатами экспериментальных и теоретических работ (см. [16]). Маятниковые вибрации изменяют ориентацию валов: валы, направленные вдоль длинной стороны полости в отсутствие вибраций (фиг. 5, а), устанавливаются перпендикулярно ей и параллельно оси вибраций (фиг. 5, б).

В рассмотренных опытах при положительных значениях Θ (нижняя граница слоя имеет более высокую температуру, $Ra > 0$) вибрационный параметр $R_V \leq 100$. В соответствии с теоретическим анализом при $R_V \ll R_K$ порог устойчивости определяется критическим значением комплекса $(Ra + R_K)^* = 1708$. Параметры Ra и R_K могут иметь произвольные знаки, определяемые знаком Θ и положением полости относительно точки подвеса маятника. Знак вибрационного параметра R_K зависит от положения плеча маятника. При нижнем подвесе (ось качаний – над полостью) $R_K < 0$ и вибрации повышают порог устойчивости гравитационной тепловой конвекции.

На фиг. 6 показана зависимость порогового числа Рэлея Ra^* от вибрационного параметра R_K (положение маятника видно из фигуры). Область тепловой конвекции находится выше экспериментальных точек, полученных при $R_0 = 50$ см (1 и 3) и $R_0 = 18$ см (4), и в отсутствие вибраций (2); линией отмечен теоретический порог устойчивости при $R_V \ll R_K$.

Устойчивость равновесия с увеличением $|R_K|$ понижается, если $R_K > 0$, и повышается при $R_K < 0$. Экспериментальные точки удовлетворительно согласуются с теоретической кривой; отклонение точек от прямой при увеличении $|R_K|$ связано с дестабилизирующим влиянием параметра R_V , который, хотя и мал по величине, возрастает с $|R_K|$.



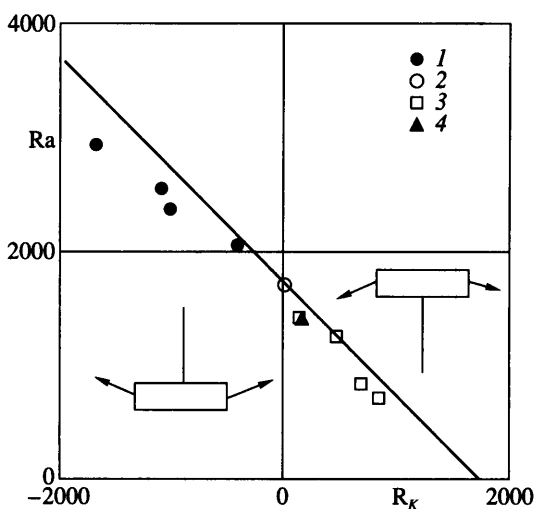
Фиг. 5. Фотографии конвективных структур со стороны широкой грани прямоугольной полости: *а* – в отсутствие вибраций, $Ra = 3500$; *б* – $Ra = 3500$, полость над осью качаний маятника, $R_K = 2400$, $R_V = 650$; *в* – $Ra = -9300$ (погрев сверху), полость под осью качаний, $R_K = 7700$, $R_V = 4300$

Маятниковые вибрации не только влияют на возбуждение гравитационной конвекции (рассмотренные выше результаты касаются этого), но способны породить тепловую конвекцию в устойчиво стратифицированной в поле силы тяжести жидкости. Изучение этого эффекта проводится при нижнем подвесе, при этом верхняя граница слоя имеет более высокую температуру, $Ra < 0$ (фиг. 7). При некотором значении числа Рэлея, ему соответствуют вполне определенные значения параметров R_V и R_K , происходит критическое возрастание теплопереноса через полость, вызванное возбуждением вибрационной тепловой конвекции. В результате неустойчивости возникает осредненное конвективное течение в виде системы двумерных валов, ориентированных вдоль оси вращения маятника (фиг. 5, в); валы попарно согласованно вращаются.

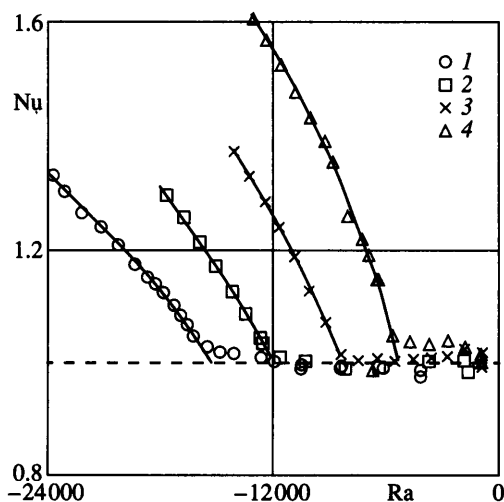
По теории устойчивость квазиравновесия жидкости в слое контролируется двумя безразмерными комплексами, R_V и $Ra + R_K$. Поэтому экспериментальные результаты можно обобщить на плоскости $Ra + R_K$, R_V (фиг. 8). На этой плоскости пороговые точки, полученные при разных условиях нагрева и различном положении оси маятника, удовлетворительно согласуются с теоретической кривой.

Некоторое рассогласование результатов, особенно в области $Ra + R_K \sim 0$, по-видимому, связано с тем, что теоретическая кривая соответствует предельному случаю высоких частот $\omega \gg 1$, когда толщина вязких слоев Стокса пренебрежимо мала по сравнению с размером полости, тогда как в экспериментах безразмерная частота сравнительно невысока: $\omega = 190$ ($\nu = 0.53$ Ст). Это значит, что вязкие пограничные слои $\delta \equiv \sqrt{(2\nu/\Omega)}$ занимают около 20% полости, при этом эффективные значения вибрационных параметров R_V и R_K оказываются ниже расчетных. Такое заключение согласуется с результатами экспериментов с цилиндрическим слоем, откуда следует, что в рассматриваемой области безразмерных частот виброконвективный механизм проявляется, но в ослабленном виде (об этом будет ниже).

Обсудим полученные результаты. Теоретический анализ (разд. 1) показывает, что задача о маятниковой вибрационной конвекции в тонком слое в силу специфического

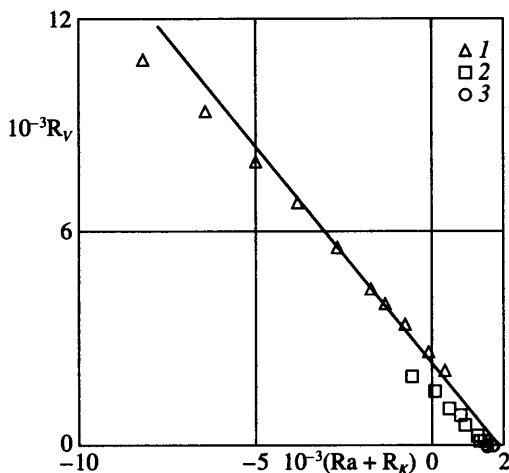


Фиг. 6. Граница возбуждения конвекции в плоском горизонтальном слое при маятниковых вибрациях в пределе $R_V \ll R_K$: линия – теоретический порог, экспериментальные точки 1 и 3 – плечо качаний $R_0 = 50$ см, 4 – $R_0 = 18$ см, 2 – в отсутствие вибраций



Фиг. 7. Теплоперенос в устойчиво стратифицированной жидкости при маятниковых вибрациях (подогрев сверху, ось качаний над полостью): точки 1–4 соответствуют амплитудам $10^2 \varphi_0 = 3.08, 3.34, 3.68$ и 4.14 рад

вида изотермической пульсационной компоненты скорости сводится к задаче о вибрационной конвекции при линейных вибрациях в модифицированном поле силы тяжести. Эта специфика позволяет имитировать условия невесомости в опытах с плоскими слоями в поле силы тяжести. Условие отсутствия статического поля реализуется при нижнем подвесе (ось над полостью) при $(\varphi_0 \Omega)^2 R_0 / 2 = g$, этому соответствует $Ra + R_K = 0$ независимо от условий нагрева и распределения температуры, поскольку параметры



Фиг. 8. Возбуждение маятниковой вибрационной конвекции (область устойчивого квазиравновесия – ниже экспериментальных точек): линия – теоретическая граница устойчивости, точки 1 – ось качаний над полостью, подогрев слоя сверху ($Ra < 0$, $R_K > 0$), 2 – ось качаний над полостью, подогрев снизу ($Ra > 0$, $R_K < 0$), 3 – ось качаний под полостью, подогрев снизу ($Ra > 0$, $R_K > 0$)

Ra и R_K имеют противоположные знаки. При этом вибрационная конвекция, в частности порог устойчивости, полностью определяется параметром R_v . Пороговые значения R_v , соответствующие различным условиям нагрева (точки 1 и 2, фиг. 8), удовлетворительно согласуются между собой и с теоретической кривой.

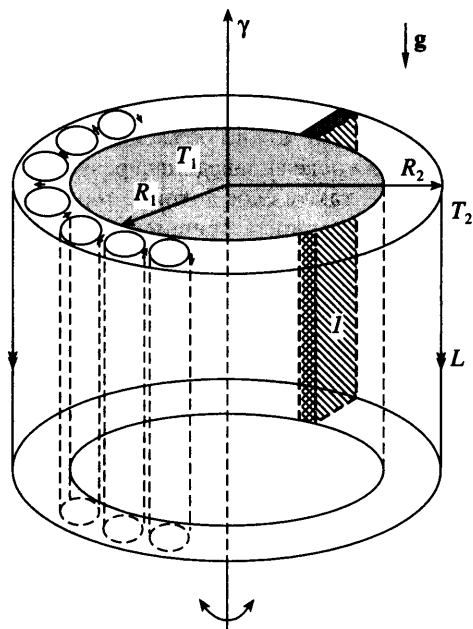
Экспериментальное изучение классической вибрационной тепловой конвекции (при поступательных вибрациях) связано с трудностями из-за доминирующего действия силы тяжести. Для ослабления влияния гравитационной конвекции приходится работать с тонкими слоями, при сильных неоднородностях плотности и т.д. При комбинированных вибрациях в силу эффективного действия R_K – механизма эти проблемы снимаются. Появляется возможность экспериментировать с полостями большого размера и практически во всем диапазоне вибрационных параметров, в частности при сильном стабилизирующем действии статического поля. Полученные в области больших отрицательных значений комплекса $Ra + R_K = 0+(-10^6)$ пороговые точки [17] удовлетворительно согласуются с теоретической кривой (1–3, фиг. 3).

3. Вертикальный коаксиальный зазор. Устойчивость конвективного течения жидкости изучается в тонком вертикальном коаксиальном зазоре с изотермическими границами и непроницаемой продольной перегородкой, совершающем вращательные колебания вокруг оси симметрии (фиг. 9). В такой постановке осредненная конвекция характеризуется числом Грасгофа $Gr \equiv g\beta\Theta h^3/\nu^2$, критерием Прандтля $Pr \equiv \nu/\chi$ и двумя вибрационными параметрами

$$R_v = \frac{(R_0\Phi_0\Omega\beta\Theta h)^2}{2\nu\chi}, \quad R_K = \frac{R_0\Phi_0^2\Omega^2\beta\Theta h^3}{2\nu\chi}$$

Здесь $h = R_2 - R_1$ – толщина слоя, $R_0 = (R_1 + R_2)/2$ – его средний радиус, Θ – разность температур границ.

При умеренных и низких частотах, когда вязкие слои Стокса по размеру сравнимы с шириной зазора, к перечисленным параметрам добавляется безразмерная частота $\omega \equiv \Omega h^2/\nu$.



Фиг. 9. Вертикальный коаксиальный зазор с перегородкой

Условия и методику эксперимента покажем лишь в общем – детальное описание имеется в [11]. Рабочая полость (фиг. 9) представляет собой коаксиальный зазор толщиной $h = 3.0$ мм с радиусом внутренней поверхности слоя $R_1 = 30$ мм (длина слоя $L = 170$ мм). Вдоль образующей слоя имеется непроницаемая вертикальная перегородка, вынуждающая жидкость совершать колебания вместе с полостью. Температура границ слоя при помощи жидкостных термостатов поддерживается постоянной. Кювета в ее средней по высоте части оборудована интегральным датчиком теплового потока. В опытах помимо параметров вибраций измеряются разность температур границ слоя Θ и плотность теплового потока. Температурные измерения проводятся с точностью 0.01 К.

Рабочей жидкостью служит 96%-ный этиловый спирт. В большинстве экспериментов (в области умеренных значений числа Грасгофа) средняя температура поддерживается близкой к 25°C , что соответствует среднему значению параметра Прандтля $\text{Pr} \approx 15$.

Вращательные вибрации с амплитудой угловых колебаний $\varphi_0 = 0-30^\circ$ и частотой $f = 0-50$ Гц сообщаются кривошипно-шатунным механизмом. Точность измерения частоты составляет 0.01 Гц, нестабильность не превышает 0.1 Гц.

Методика опытов следующая. При заданных температурах границ слоя и при постоянной амплитуде φ_0 измеряется тепловой поток при пошаговом изменении частоты вибраций f . Температурные измерения на каждом шаге проводятся после установления стационарного режима конвекции. Аналогичные серии измерений выполняются при других значениях φ_0 . Вся последовательность экспериментов повторяется для различных значений разности температур (разных Gr).

При проведении визуальных наблюдений внешний алюминиевый теплообменник заменяется прозрачным, изготовленным из плексигласа, при этом охлаждающая границу жидкость циркулирует в прозрачной рубашке. Наблюдения проводятся в стробоскопическом освещении, движение визуализируется алюминиевой пудрой.

Рассмотрим устойчивость конвективного течения. В отсутствие вибраций в вертикальном коаксиальном зазоре конвективное течение состоит из встречных потоков: поднимающегося вблизи нагретой стенки и опускающегося возле холодной; в опытах при значениях числа Грасгофа $Gr \leq 7 \cdot 10^3$ неустойчивость течения не обнаружена.

С теоретической точки зрения это можно объяснить следующим. В данном случае слой имеет малую кривизну, и для него справедливы результаты, полученные для плоского вертикального слоя [18]. В таком слое течение теряет устойчивость по отношению к горизонтальным валам на границе встречных потоков при $Gr^* \sim 8 \cdot 10^3$. Но для чисел Прандтля $P_r \geq 11.5$ наиболее опасной становится волновая мода неустойчивости, которая в длинном плоском вертикальном слое в случае $P_r = 15$ возбуждается при $Gr^* = 3760$. Отсутствие волновой моды неустойчивости в условиях настоящего эксперимента может объясняться двумя причинами. Во-первых, конечной длиной слоя, которая, как известно, приводит к формированию стабилизирующего вертикального градиента температуры. Во-вторых, тем, что в опытах максимальные значения числа Грасгофа достигаются при средней температуре, превышающей 25°C , т.е. при меньших значениях числа Прандтля, а понижение P_r по [18] приводит к резкому повышению порога устойчивости относительно тепловых волн.

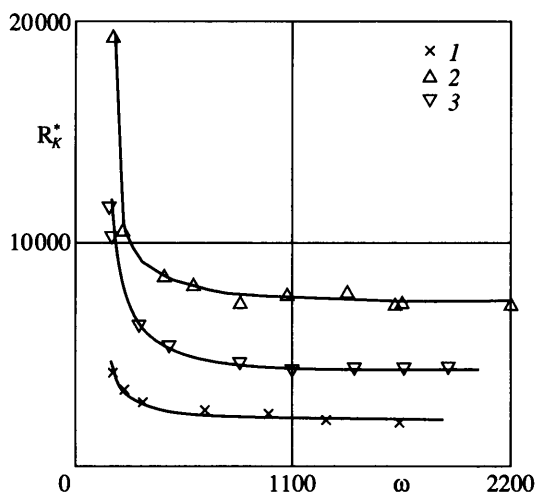
В изученном интервале чисел Грасгофа вращательные вибрации не влияют на теплоперенос и устойчивость свободно-конвективного течения, если температура внешней границы слоя имеет более высокое значение. Но если температура внешней границы слоя ниже температуры внутренней границы, дестабилизирующее действие вибраций оказывается очень сильным: течение теряет устойчивость уже при малых значениях параметра Gr . Приведенные ниже результаты получены именно при таких условиях.

Критическая частота, выше которой происходит пороговое возрастание теплопереноса, зависит от разности температур и амплитуды вибраций [11]. В опытах обнаружены два порога. Первый, относительно слабый, как показывают наблюдения, связан с развитием системы вертикальных валов, вращающихся согласованно друг с другом. Природа второго порога, который наблюдается при более высокой частоте, не совсем ясна. Можно предположить, что этот кризис теплопереноса вызван развитием трехмерных возмущений.

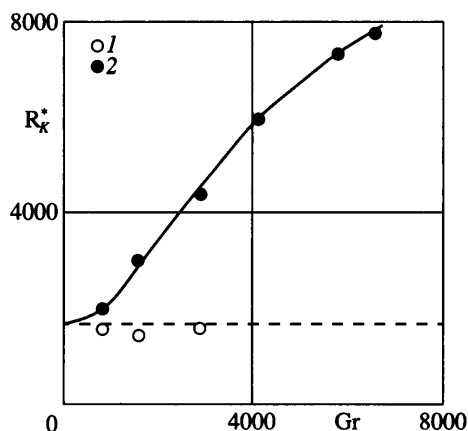
Поскольку роль безразмерной частоты в вибрационной тепловой конвекции велика, а существующее теоретическое описание соответствует случаю предельно высоких частот (когда вязкость жидкости в ходе ее колебаний не проявляется), сначала рассмотрим зависимость значения R_K^* от безразмерной частоты. На фиг. 10 пороговые кривые построены для различных постоянных значений числа Грасгофа. Пороговое значение вибрационного параметра R_K определяется по точке критического возрастания теплового потока. Для всех значений Gr (здесь показаны только три кривые) характерно понижение порога устойчивости с увеличением ω , но при $\omega > 1000$ порог перестает зависеть от частоты, что свидетельствует о достижении области высокочастотной асимптотики.

Одновременно с изменением R_K изменяется и величина вибрационного параметра R_V . Для заданного числа Грасгофа горизонтальному участку кривой $R_K^*(\omega) = \text{const}$ соответствует постоянное значение R_V^* .

Пороговые значения определяющих параметров рассмотрим в области высокочастотной асимптотики, $\omega > 1000$. Граница устойчивости относительно вертикальных валов не зависит от числа Грасгофа (фиг. 11, точки 1): экспериментальные точки хорошо согласуются с теоретической кривой, отмечающей возбуждение параллельных оси вращения виброконвективных валов (штриховая линия). Усиление гравитацион-



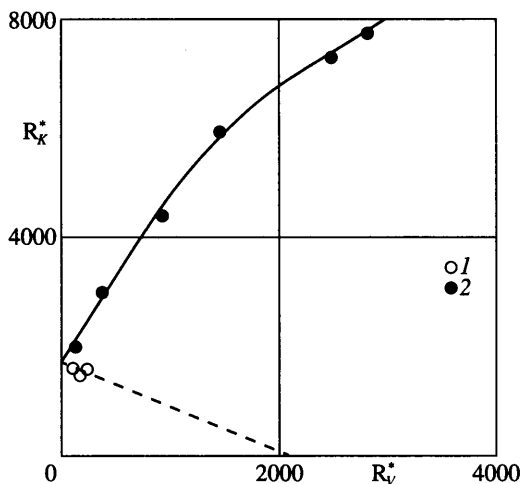
Фиг. 10. Зависимость критического значения вибрационного параметра R_K^* от безразмерной частоты ω для постоянного числа Грасгофа $Gr = 800, 2800, 5800$ (точки 1–3)



Фиг. 11. Зависимость критического значения параметра R_K^* от числа Грасгофа ($\omega = 1400$); точки соответствуют сравнительно слабому (1) и сильному (2) критическому увеличению теплопереноса; штриховая линия – теоретический порог при $R_V \ll R_K$

ной конвекции (увеличение Gr) существенно повышает R_K^* , соответствующее второму порогу (точки 2). В предельном случае $Gr \rightarrow 0$ обе кривые согласуются с теоретической границей термовибрационной конвекции $R_K^* = 1708$, полученной при $Gr = 0$ и $R_V/R_K \ll 1$ (разд. 1).

В пределе высоких частот термовибрационная конвекция определяется двумя механизмами, а значит двумя вибрационными параметрами, R_V и R_K . На фиг. 12 пороговые кривые представлены на плоскости этих параметров (обозначения соответствуют фиг. 11). Видно хорошее согласие экспериментальных точек 1 с теоретическим порогом (штриховая кривая). Тот факт, что пороговые точки получены лишь в области



Фиг. 12. Связь между критическими значениями вибрационных параметров R_K^* и R_V^* (обозначения 1 и 2 соответствуют фиг. 11), штриховая линия – теоретический порог [8]

малых значений R_V , объясняется спецификой термовибрационной конвекции при комбинированных вибрациях (маятниковых качаниях), а именно доминирующей ролью вибрационного механизма, характеризуемого параметром R_K .

Обсудим полученные результаты. Действие вибрационного механизма (R_K) в тонком цилиндрическом слое с перегородкой, совершающем высокочастотные вращательные качания, как показано в разд. 1, соответствует действию статического силового поля в направлении оси вибраций. Нагрев внутренней границы соответствует положительному значению параметра R_K , т.е. неустойчивой температурной стратификации жидкости в этом поле. Если рассмотреть малый угловой сектор цилиндрического слоя, а также пренебречь его кривизной (в силу малой толщины слоя), то при совместном действии силы тяжести и вибрационного механизма R_K задача оказывается эквивалентной гравитационной конвекции в плоском слое, наклоненном под углом α к вертикали, который определяется выражением $\operatorname{tg} \alpha = R_K / (GrPr)$.

В плоском слое, начиная с некоторого небольшого угла наклона и вплоть до его горизонтального положения (последнему соответствует предельный случай $R_K \gg GrPr$, реализующийся в условиях невесомости, см. [18]), неустойчивость конвективного движения определяется рэлеевским стратификационным механизмом, т.е. критическим значением числа Рэлея $Ra_n^* = 1708$, построенного через нормальную к границе слоя компоненту вектора ускорения силы тяжести. В рассматриваемом случае этому соответствует $Ra_K^* = 1708$, а продольное плоскопараллельное течение жидкости лишь снимает вырождение, делая наиболее опасными валиковые структуры, ориентированные вдоль оси.

Согласно теории вибрационный механизм, характеризуемый параметром R_V , действует только на конвективные структуры, ориентированные нормально вектору тангенциального ускорения, т.е. вытянутые вдоль образующей слоя (в рассматриваемом случае, дестабилизируя равновесие). Описание сводится к классической задаче вибрационной тепловой конвекции в плоском горизонтальном слое, совершающем высоко-

частотные колебания в собственной плоскости. Такое заключение полностью согласуется с результатами настоящего исследования.

Что касается второго порога и его повышения с интенсификацией конвективного течения (с увеличением Gr), в соответствии с [18] такое поведение характерно для трехмерных возмущений, периодических как вдоль азимута, так и вдоль оси слоя. Визуальные наблюдения, выполненные с внешней плексигласовой границей слоя, не обеспечивающей полной изотермичности внешней границы, действительно обнаруживают в надкритической области трехмерные структуры. Помимо строгой азимутальной периодичности ориентированных вдоль образующей вертикальных валов в опытах, как правило, наблюдается их деление на вертикальные отрезки с отношением длины к диаметру вала примерно 10:1. Причина такого деления и природа интенсификации теплопереноса остаются пока невыясненными.

4. Анализ результатов исследования. Изучение вибрационной тепловой конвекции в различных слоях показало, что экспериментальные результаты находятся в согласии с теоретическим описанием, демонстрируя высокую эффективность пропорционального первой степени неоднородности плотности $\beta\Theta$ виброконвективного механизма [8], который проявляется при комбинированных непоступательных колебаниях полости с неизотермической жидкостью и характеризуется вибрационным параметром R_K . Знак параметра R_K , а значит и действие данного механизма зависят от разности фаз вращательных и поступательных вибраций (от взаимной ориентации вектора плеча качаний и градиента температуры). При вращательных вибрациях тонкого цилиндрического слоя с продольной перегородкой действие данного механизма в силу специфического вида изотермической компоненты пульсационного поля скорости аналогично действию силового поля, направленного к оси вращения. Поэтому, когда внешняя граница цилиндрического слоя имеет более высокую температуру, R_K -механизм оказывает стабилизирующее действие, когда большее значение имеет температура внутренней границы слоя – дестабилизирующее.

Сведение вибрационного эффекта к перенормировке поля силы тяжести возможно лишь в особых случаях тонких слоев, рассмотренных выше. В полостях другой формы действие R_K -механизма будет иным, возможно противоположным, но не менее сильным.

Проведенные исследования позволяют сделать заключение о возможности применения комбинированных вибраций в технологических процессах для управления устойчивостью, теплопереносом, в том числе и в условиях невесомости.

Отметим эффективность поступательно-вращательных вибраций в иных неоднородных по плотности гидродинамических системах. Так, можно провести аналогию между вибрационной тепловой конвекцией и осредненной динамикой твердых включений в жидкости при комбинированных (маятниковых) вибрациях полости. В качестве примера рассмотрим поведение твердого более плотного, чем жидкость тела в коаксиальном зазоре с продольной перегородкой при вращательных колебаниях. В [19–21] теоретически и экспериментально обнаружен и изучен эффект левитации – возникновение подъемной силы, приложенной к телу и направленной к оси вибраций. Природа вибрационной подъемной силы следующая. Под действием тангенциальных (или поступательных) ускорений отличающегося по плотности тела совершает колебания в жидкости. Одновременно вращательная компонента приводит к генерации осциллирующего сдвигового течения (изотермической пульсационной компоненты скорости). Взаимодействие колеблющегося тела с изменяющимся в фазе сдвиговым потоком и порождает приложенную к телу подъемную силу. Эффект оказывается столь сильным, что вызывает “плавание” твердого тела в менее плотной жидкости даже в поле силы тяжести.

Другой пример – динамика границы раздела несмешивающихся жидкостей разной плотности (опять же в тороидальной полости с перегородкой при высокочастотных

вращательных колебаниях вокруг расположенной вертикально оси симметрии). В [22] экспериментально обнаружено смещение более плотной жидкости к внутренней границе полости и формирование устойчивой наклонной (конической) границы раздела жидкостей в поле силы тяжести. Коническая граница раздела демонстрирует наличие осредненного силового поля вибрационной природы, направленного к оси и пропорционального квадрату вибрационной скорости.

Сильные осредненные вибрационные эффекты в рассмотренных системах (слабонеоднородная по плотности неизотермическая жидкость, твердое включение в жидкости, две несмешивающиеся жидкости разной плотности или сыпучая среда–жидкость [23]) при комбинированных поступательно-вращательных вибрациях выделяют данный тип вибрационного воздействия среди всех остальных.

Заключение. Показано, что при комбинированных, поступательно-вращательных колебаниях полости с неизотермической жидкостью одним из определяющих является вибрационный параметр $R_K = \varphi_0 b \Omega^2 \beta \Theta h^3 / 2 \nu \chi$ [8], характеризующий линейный по неоднородности плотности $\beta \Theta$ термовибрационный механизм (φ_0 и b – амплитуды вращательных и поступательных колебаний полости).

Проведен теоретический анализ вибрационной конвекции в плоском слое и коаксиальном зазоре и показано, что действие термовибрационного механизма, определяемого параметром R_K , в указанных случаях сводится к перенормировке поля силы тяжести.

Экспериментально изучена маятниковая вибрационная конвекция в плоском горизонтальном слое (при различном положении слоя относительно оси колебаний) и в вертикальном коаксиальном зазоре с перегородкой, совершающем колебания вокруг собственной оси. Экспериментальные результаты хорошо согласуются с теоретическими, полученными с использованием осредненных уравнений термовибрационной конвекции.

Сделан вывод, что осредненное действие комбинированных вибраций на неизотермическую жидкость значительно превосходит действие чисто поступательных или чисто вращательных колебаний полости.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (№ 00-01-00416).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. Т. 2. Ч. Б. М.: Мир, 1969. 420 с.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
3. Иванова А.А., Козлов В.Г., Любимов Д.В., и др. Структура осредненного течения, возбуждаемого вращающимся телом с кромкой большой кривизны // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 5. С. 30–38
4. Иванова А.А., Козлов В.Г. Вибрационная конвекция при непоступательных колебаниях полости. Изотермический случай // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 2. С. 25–32.
5. Зеньковская С.М., Симоненко И.Б. О влиянии вибрации высокой частоты на возникновение конвекции // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 5. С. 51–55.
6. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. О свободной тепловой конвекции в вибрационном поле в условиях невесомости // Докл. АН СССР. 1979. Т. 249. № 3. С. 580–584.
7. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Вибрационная тепловая конвекция в невесомости // Гидромеханика и процессы переноса в невесомости. Свердловск, 1983. С. 86–105.
8. Козлов В.Г. О вибрационной тепловой конвекции в полости, совершающей высокочастотные вращательные качания // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 3. С. 138–144.
9. Козлов В.Г. О вибрационной конвекции в полости, совершающей пространственные маятниковые качания // Конвективные течения / Под ред. Е.М. Жуховицкого. Пермь: Изд-е Перм. пед. ин-та, 1989. С. 19–27. (перев.: Kozlov V.G. Vibrational convection in a cavity undergoing spatial pendulum oscillations // Heat Transfer – Soviet Res. 1991. V. 23. № 7. P. 999–1008.)

10. *Ивашкин С.В., Козлов В.Г.* Экспериментальное исследование конвективной устойчивости плоского слоя жидкости при вращательных качаниях // Конвективные течения / Под ред. Е.М. Жуховицкого. Пермь: Изд-е Перм. пед. ин-та, 1987. С. 32–38.
11. *Иванова А.А., Козлов В.Г.* Экспериментальное исследование влияния крутильных колебаний на устойчивость конвективного движения в вертикальном цилиндрическом слое кругового сечения с перегородкой // Конвективные течения / Под ред. Е.М. Жуховицкого. Пермь: Изд-е Перм. пед. ин-та, 1987. С. 38–43.
12. *Lyubimov D.V.* Convective flows under the influence of high-frequency vibrations // *Europ. J. Mech., B / Fluids*. 1995. V. 14. № 4. P. 439–458.
13. *Gershuni G.Z., Lyubimov D.V.* Thermal Vibrational Convection. N.Y. etc.: Wiley, 1998. 358 p.
14. *Kozlov V.G.* The peculiarity of pendular vibrational convection in layers // *Abstr. Intern. Workshop "Non-Gravitational Mechanisms Convection and Heat / Mass Transfer"*. Zvenigorod, Russia, 1994. P. 33.
15. *Ivanova A.A., Kozlov V.G., Lyubimov D.V., Lyubimova T.P.* Convective processes in a fluid subjected to static gravity and non-translational oscillations // *Abstr. 9th Europ. Symp. on Gravity-Dependent Phenomena in Physical Sciences*. Berlin, 1995. P. 291.
16. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
17. *Селин Н.В.* Изучение маятниковой вибрационной конвекции в плоском слое // *Опыты по вибрационной механике (сб. студенческих научных трудов)* / Под ред. А.А. Ивановой и В.Г. Козлова / Пермь: ПГПУ, 2001. С. 7–15.
18. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А.* Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989. 319 с.
19. *Kozlov V.G.* Solid body dynamics in cavity with liquid under high-frequency rotational vibration // *Europhys. Letters*. 1996. V. 36. № 9. P. 651–656.
20. *Иванова А.А., Козлов В.Г., Эвеск П.* Динамика цилиндрического тела в заполненном жидкостью секторе цилиндрического слоя при вращательных вибрациях // *Изв. РАН. МЖГ*. 1998. № 4. С. 29–39.
21. *Иванова А.А., Козлов В.Г.* Динамика сферического тела в жидкости при вращательных колебаниях полости // *Изв. РАН. МЖГ*. 2001. № 5. С. 35–47.
22. *Ivanova A.A., Kozlov V.G., Legros J.C.* Mean dynamics of two liquid system in a cavity subjected to rotational vibration // *Proc. Joint 10th Europ. and 6th Russian Symp. on Physical Sciences in Microgravity*. St. Petersburg, 1997. Moscow: Inst. Probl. Mech. RAS, 1997. P. 270–273.
23. *Иванова А.А., Козлов В.Г.* Граница раздела песок–жидкость при вибрационном воздействии // *Изв. РАН. МЖГ*. 2002. № 2. С. 120–138.

Пермь

E-mail: A.Ivanova@pspu.ac.ru

kozlov@ icmm.ru

Поступила в редакцию

10.VI.2002