

УДК 533.697.4

© 2003 г. Е. В. МЫШЕНКОВ, Е. В. МЫШЕНКОВА, Н. И. ТИЛЛЕВА

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В КУМУЛЯТИВНЫХ СОПЛАХ С КОРОТКИМ ЦЕНТРАЛЬНЫМ ТЕЛОМ В РАМКАХ УРАВНЕНИЙ РЕЙНОЛЬДСА

Методом численного моделирования изучена газодинамика кольцевых кумулятивных сопел. Класс изученных сопел включает сопло с плоской тарелью и сопла с центральными телами разной длины. В широких диапазонах степени нерасчетности и показателя адиабаты получены тяговые характеристики кумулятивных сопел и установлены диапазоны существования эффекта авторегулирования. Обнаружено, что при малых степенях нерасчетности кумулятивное сопло с плоской тарелью имеет большую тягу, чем сопло с центральным телом, оптимальное при работе в пустоте.

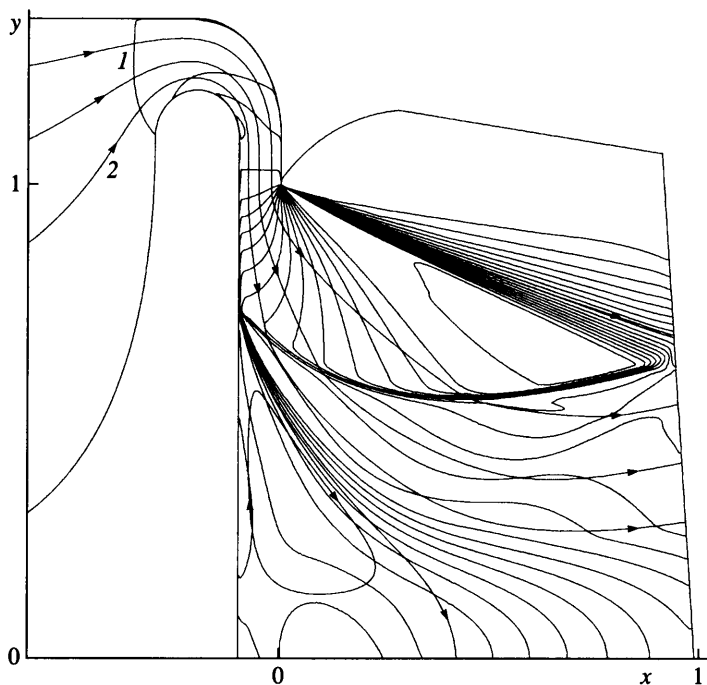
Ключевые слова: кольцевые сопла, турбулентные течения, численное моделирование, уравнения Рейнольдса.

Сопла Лавалья, применяющиеся на сегодняшний день, обладают серьезным недостатком, а именно: на низких высотах они работают в режиме перерасширения потока на выходе из сопла, а на больших высотах – в режиме недорасширения, и в обоих случаях часть тяги теряется.

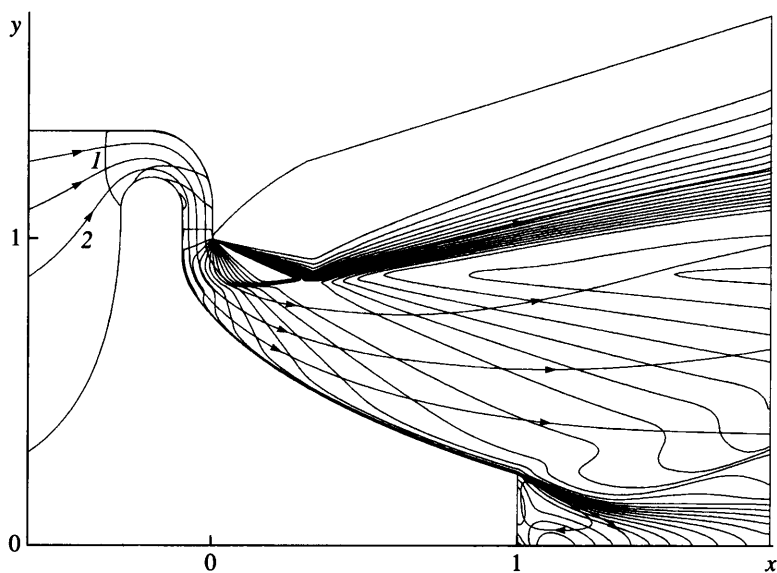
Получение максимальной тяги возможно при использовании регулируемого сопла, которое за счет изменения своей формы обеспечивало бы расчетный режим истечения струи, когда давление на срезе сопла близко к давлению в окружающем пространстве. Однако создание такого сопла – чрезвычайно трудная задача, а его применение привело бы, по-видимому, к существенному увеличению размеров двигательной установки. Поэтому продолжается поиск форм сопловых устройств, которые бы оптимально работали на всех высотах, т.е. обладали бы свойством авторегулируемости. Свойством авторегулируемости обладают кольцевые или плоские сопла с центральным телом при первичном потоке, направленном к оси или плоскости симметрии. Проведенные исследования [1–7] показали, что, хотя эти сопла имеют несколько меньший коэффициент тяги, чем идеальное сопло Лавалья, длина их может быть выбрана достаточно малой при сохранении свойства авторегулируемости. В последнее время выполнен ряд работ по соплам с центральным телом в рамках проекта Aero-spike воздушно-космического самолета, который на протяжении всего полета от уровня Земли до выхода на орбиту должен пользоваться одним и тем же двигателем, максимально приспособленным для работы во всем диапазоне высот [2–7].

Кумулятивные сопла, рассматриваемые в настоящей работе, отличаются от большинства ранее исследованных сопел с центральным телом тем, что выходная кольцевая щель (минимальное сечение сопла) ориентирована так, что струя из нее выдувается радиально к оси симметрии.

На фиг. 1 приведена характерная картина струйно-отрывного течения для кумулятивного сопла с плоской тарелью при степени нерасчетности $n = 100$ и показателе адиабаты $\gamma = 1.4$, а на фиг. 2 – сопла с центральным телом длиной $l = 1$ при $n = 100$, $\gamma = 1.4$. Показаны контуры сопел, границы расчетной области, изомахи и линии тока. Здесь и далее степень нерасчетности определяется как отношение давления торможения в



Фиг. 1. Картина течения в кумулятивном сопле с плоской тарелью для $\gamma = 1.4$ и $n = 100$: 1 – изомахи с шагом 0.2, 2 – линии тока



Фиг. 2. Изомахи с шагом 0.2 и линии тока течения в сопле с центральным телом длиной $l = 1$, $\gamma = 1.4$, $n = 100$: 1 – изомахи с шагом 0.2, 2 – линии тока

дозвуковой части сопла к давлению в затопленном пространстве $p = p_0/p_\infty$, а за линейный размер взят радиус внешней кромки сопла.

Кумулятивное сопло с плоской тарелью уже исследовалось теоретически в [8, 9], где была установлена картина течения и получены тяговые характеристики при различных степенях нерасчетности и степенях расширения сопла (в данном случае это отношение площади тарели к площади кольцевой щели). В этих работах интегрировались уравнения Навье–Стокса, тем не менее путем сравнения с экспериментальными данными [10] было установлено, что течение в кумулятивном сопле вполне удовлетворительно моделируется при расчете с эквивалентным числом Рейнольдса $Re = 10^3$.

Настоящая работа посвящена численному моделированию течения в рамках турбулентной модели в двигательных устройствах кумулятивного типа с центральными телами разной длины и определению их тяговых характеристик для рабочих газов с разными показателями адиабаты γ в широком диапазоне степеней нерасчетности n .

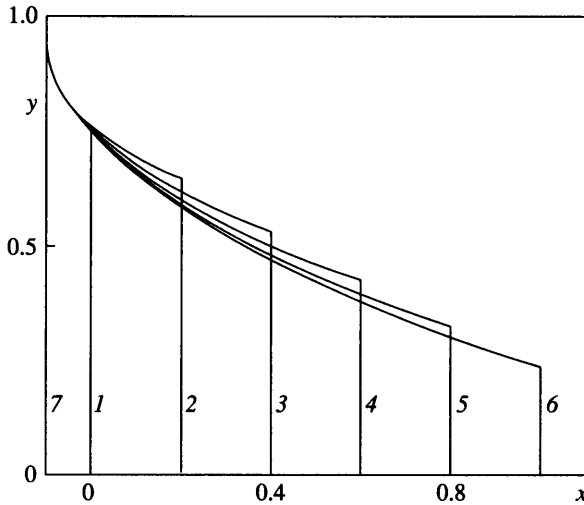
1. Постановка задачи. В качестве математической модели задачи используются уравнения Рейнольдса вместе с однопараметрической дифференциальной моделью турбулентности Спэларта–Аллмараса [11]. Исходная система дифференциальных уравнений аппроксимируется конечно-разностной схемой второго порядка точности типа ENO, близкой по форме к схеме Копченова и Крайко [12].

Задача решалась методом установления в цилиндрической системе координат в плоскости xu , где ось x направлена вдоль оси симметрии соплового устройства, а ось u перпендикулярно к ней. За начало координат принята точка пересечения с осью симметрии перпендикуляра, проходящего через внешнюю кромку критического сечения сопла.

Расчетная область задачи включает в себя кольцевой подводящий канал, сужающийся к срезу сопла, и некоторую часть внешнего пространства за центральным телом и выше соплового устройства, настолько большую, что на ее правой границе течение в ядре струи имеет превышающую скорость звука компоненту скорости, нормальную к границе. В области расчета реализуются практически все виды газодинамических течений, так как поток проходит через дозвуковой, трансзвуковой и сверхзвуковой (после истечения из сопла) участки течения, при этом в нем возникают ударные волны и волны разрежения, отрывные области и вязкие слои смешения. Для расчета такого сложного течения была использована адаптированная к решению мультиблочная сетка, в которой форма блоков подбиралась таким образом, чтобы свести к минимуму сеточную вязкость. В основном это достигалось выстраиванием границ блоков вдоль линий тока. Более подробно используемая методика построения сетки описана в [13, 14]. Сетка содержала около $5 \cdot 10^4$ ячеек, причем пограничные слои и слой смешения были помещены в блоки, содержащие 40 ячеек поперек слоев, а поперек невязкого ядра струи находилось 60 ячеек, что обеспечивало высокую точность расчета.

На стенках сопла, включая дозвуковую часть и центральное тело, ставятся условия прилипания и непротекания потока и задается температура стенки $T_w = 800$ К. На оси симметрии равны нулю радиальная компонента скорости и производные по u остальных параметров. На левой границе расчетной области $x = -2$ ставится условие входной дозвуковой границы, т.е. задаются энтропия и энтальпия потока, соответствующие температуре торможения $T_0 = 3800$ К. В окрестности верхней и нижней стенок сопла на этой границе задаются профили турбулентного пограничного слоя, соответствующие линейному числу Рейнольдса $Re_x = 2.6 \cdot 10^6$, в то время как посчитанное по критическим параметрам и выбранному линейному размеру число Re равно 10^7 .

Сечение $u = 1$ является минимальным сечением рассмотренных сопел. Газ из сопла вытекает в пространство, заполненное неподвижным газом с тем же показателем адиабаты, что и у газа сопла. В натуральных условиях газ затопленного пространства и газ, вытекающий из сопла, имеют разные показатели адиабаты, поэтому в систему уравнений следовало бы ввести дополнительно уравнение для концентрации. Однако



Фиг. 3. Профили короткого центрального тела для $\gamma = 1.4$ с длиной l : 1–6 – $l = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$; 7 – профиль плоской тарели

проведенное в [9] исследование влияния температуры затопленного пространства на параметры струйного течения в кумулятивном сопле показало, что это влияние несущественно. В данной задаче влияние показателя адиабаты затопленного пространства аналогично влиянию температуры и соответственно не настолько велико, чтобы пойти на усложнение постановки задачи.

На части правой границы области решения, через которую вытекает сверхзвуковой поток струи, задаются сверхзвуковые граничные условия. Она располагается на удалении от сопла, достаточном для того, чтобы эти условия были справедливыми. На остальной (дозвуковой) части правой границы и на верхней границе используются граничные условия затопленного пространства. Если газ вытекает из расчетной области, на границе известно давление затопленного пространства, в противном случае снаружи задаются все параметры затопленного пространства и на границе решается задача о распаде разрыва.

Дозвуковая часть соплового устройства оставалась неизменной во всех рассмотренных вариантах сопел. Сверхзвуковая его часть, т.е. центральное тело, имела разную длину и была спрофилирована с целью получения максимальной тяги при ограничении на длину центрального тела на режиме работы в вакууме. При этом давление, действующее на торец центрального тела, принималось равным нулю, что является сугубым приближением. В результате построенные центральные тела, строго говоря, неоптимальны даже для $n = \infty$, не говоря уже о работе на умеренных и малых перепадах давления.

Рассчитанные оптимальные профили центральных тел различной длины для показателя адиабаты $\gamma = 1.4$ показаны на фиг. 3. Методика расчета таких профилей, изложенная в [14, 15], имеет следующую особенность – его начальный участок является кривой краевого экстремума по числу Маха $M = 1$. Это приводит к появлению полки давления на данном участке центрального тела.

Степень расширения сопла q , а здесь это отношение площади вертикальной проекции центрального тела к площади минимального сечения, одинакова для всех сопел и равна 5.

2. Результаты расчетов. Типичная картина течения в кумулятивном сопле с плоской тарелью – изомахи и линии тока – при $n = 100$ и $\gamma = 1.4$ изображена на фиг. 1. Поток, выходя из кольцевой щели, имеет вектор скорости, направленный к оси симметрии. За счет расширения в веере волн разрежения с центром на внешней угловой кромке среза сопла поток ускоряется до числа $M \approx 3.6$ и одновременно получает продольную составляющую скорости. Однако, расширяющаяся струя вскоре наталкивается на косой скачок, в котором продольная компонента скорости получает дополнительное приращение, а радиальная компонента, наоборот, уменьшается. В области примыкания скачка к стенке происходит отрыв потока от стенки, и дальнейший разворот потока в продольном направлении происходит безударно при огибании этой отрывной области. При меньших степенях нерасчетности возникают дополнительные скачки и волны разрежения, напоминающие последовательность “бочек” в обычных аксиальных струях. Число таких бочек доходит до 3 вдоль отрывной области, включая начальную бочку.

В отличие от кумулятивного сопла с плоской тарелью, где поток из критического сечения сопла устремляется к оси симметрии, в кумулятивном сопле с центральным телом поток после критического сечения сопла разворачивается под действием профиля центрального тела в продольном направлении (фиг. 2). Начальный участок профиля центрального тела спроектирован таким образом, что давление вдоль него постоянное. Влияние этого участка сказывается достаточно далеко в глубину потока таким образом, что несколько изолиний на фиг. 2 проходят параллельно этому участку. Однако, в глубине потока подобное течение оказывается ничем иным, как волной сжатия, которая образует висячую ударную волну, формирующую первую бочку струйного течения. Пересечение висячей ударной волны с внешней границей струи вызывает излом последней и образование волны разрежения в точке излома, еще более ускоряющей струйное течение.

Хотя в обоих вариантах сопел наблюдаются скачки, скачок в сопле с плоской тарелью начинается от поверхности тарели и располагается ниже по течению, чем в сопле с центральным телом, соответственно интенсивность скачка в сопле с плоской тарелью оказывается выше при прочих равных условиях.

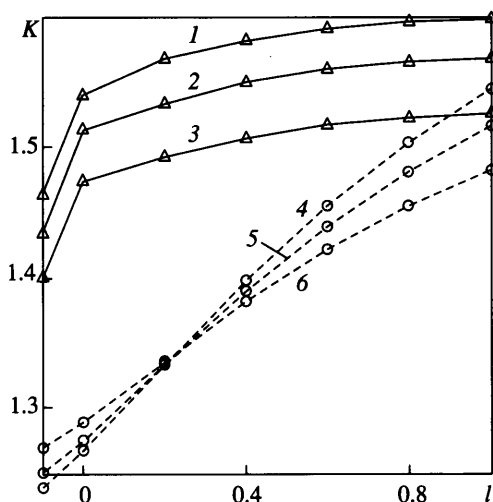
Были определены коэффициенты тяги, исследованы особенности распределения газодинамических и геометрических характеристик течения на поверхности центрального тела и в струйном течении в зависимости от изменения определяющих параметров задачи: степени нерасчетности n , показателя адиабаты рабочего газа γ , длины центрального тела l .

На фиг. 4 приведены зависимости коэффициентов тяги K кумулятивного сопла в вакууме для газов от длины центрального тела l для показателей адиабаты $\gamma = 1.165, 1.25$ и 1.4 . Коэффициент тяги рассчитывался по формуле $K = R/(p_0 S \mu)$, где p_0 – давление торможения в камере, S – площадь выходной щели, $\mu = \dot{m}/\dot{m}^*$ – коэффициент расхода через щель, определенный как отношение расхода потока \dot{m} в сопле к расходу звукового потока \dot{m}^* в канале, площадь сечения которого равна площади минимального сечения сопла, R – тяга, полученная путем интегрирования по контуру L , включающему поверхность центрального тела и выходной щели

$$R = 2\pi \int_L y [(\rho u^2 + p - p_\infty - F_{xx}) dy + (\rho u v - F_{xy}) dx]$$

где ρ, p – плотность, давление, u, v – компоненты скорости по x и y , F_{xx}, F_{xy} – компоненты тензора вязкого трения.

Коэффициент тяги K монотонно возрастает с увеличением длины l центрального тела и с уменьшением γ . При $l = -0.1$ приведено значение коэффициента тяги кумуля-



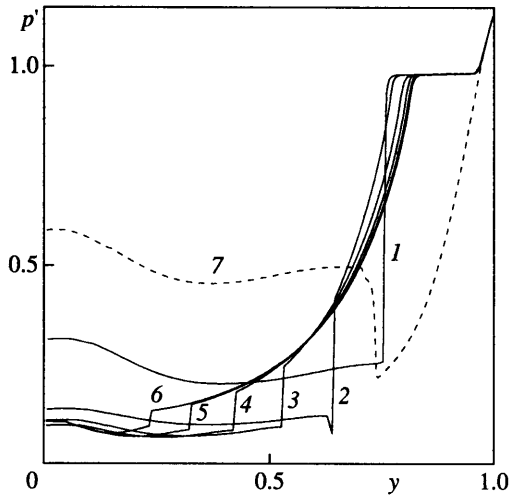
Фиг. 4. Зависимости коэффициента тяги K в вакууме от длины центрального тела l для разных γ : 1–3 – кумулятивные сопла для $\gamma = 1.165, 1.25$ и 1.4 соответственно, 4–6 – сопла Лавалья той же длины для $\gamma = 1.165, 1.25$ и 1.4

тивного сопла с плоской тарелью. Из фигуры видно, что приращение длины центрального тела дает наибольший прирост тяги при малых длинах $l < 0$, т.е. при переходе от плоской тарели к самому короткому центральному телу с $l = 0$. Центральное тело с $l = 0$ – это специальный случай, поскольку при такой длине срез центрального тела находится в одной плоскости с наружной кромкой среза сопла. Таким образом, наличие центрального тела не сказывается на габаритах сопла, а пространство внутри сопла используется максимально эффективно.

На фиг. 4 кривыми 4–6 представлены также коэффициенты тяги сопел Лавалья той же длины и с тем же расходом для показателей адиабаты $\gamma = 1.165, 1.25$ и 1.4 . Кумулятивное сопло с плоской тарелью разумно сопоставить со звуковым соплом Лавалья, для этого точка отсчета для сопла Лавалья выбрана так, чтобы координаты x его минимального сечения и левого края выходной щели кумулятивного сопла совпали. В данном диапазоне длин кумулятивные сопла превосходят сопла Лавалья.

На фиг. 5 приведены распределения давления $p' = p/p^*$ по поверхности центральных тел различной длины (кривые 1–6) и по поверхности плоской тарели (7) при нерасчетности $n = 100$. Это значение нерасчетности находится в диапазоне, где распределение давления по телу уже не меняется вплоть до $n = \infty$, т.е. истечения в вакуум. На кривых 1–6 видны участки постоянного давления, которые создаются специально спроектированными участками профиля для обеспечения безударного разворота. При профилировании в рамках невязкой модели это уже сверхзвуковой участок профиля с числом Маха, превышающим 1 не более чем на 0.01. При расчете по вязкой модели полка давления также воспроизводится, несмотря на то, что теперь на стенке реализуется не краевой экстремум $M = 1.01$, а пограничный слой с поперечным профилем скорости.

Основное различие распределений давления в соплах с центральным телом и в сопле с плоской тарелью на фиг. 5 – замена скачка сжатия на центральном теле падением давления в центрированной волне разрежения при обтекании угловой точки. Перенос основной части силовой нагрузки на периферийную часть центрального тела приводит к увеличению тяги.



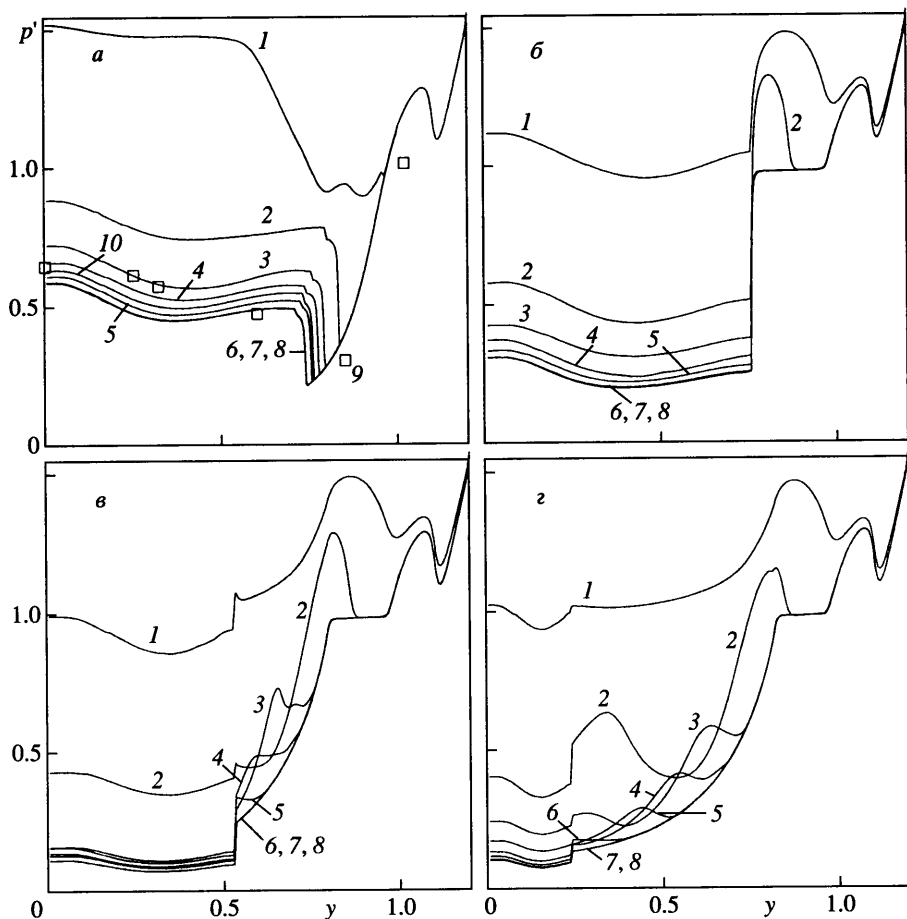
Фиг. 5. Распределения давления $p' = p/p^*$ по центральному телу в проекции на ось y при $\gamma = 1.4$, $n = 100$ для сопел с центральным телом длиной l : 1–6 – $l = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$, и сопла с плоской тарелью 7

Распределения давления p' для разных n по поверхности плоской тарели в проекции на ось y приведены на фиг. 6,а. По фигуре видно, что в кумулятивном сопле с плоской тарелью с уменьшением n , во-первых, растет давление в отрывной области, во-вторых, размеры отрывной области увеличиваются, что обуславливает эффект авторегулирования. Он проявляется только в области $n < 50$, а при больших n давление на тарели от степени нерасчетности не зависит.

Здесь же приведены распределения давления по тарели при $n = 20$, полученные в эксперименте [10] – 9 и в расчете – кривая 10. В центре тарели расчетные и экспериментальные данные совпали с точностью 5%.

Наличие даже короткого центрального тела для сопла с $l = 0$ вносит серьезные различия в распределение давления (фиг. 6,б), так как на профиле центрального тела появляется полка давления, а давление в отрывной области за срезом центрального тела становится меньшим, чем перед точкой отрыва. Однако зависимость давления от степени нерасчетности n ведет себя сходным образом, т.е. с уменьшением n растет давление в отрывной области, только точка отрыва фиксирована на кромке среза сопла.

На фиг. 6,в, г представлены аналогичные распределения давления на поверхностях центральных тел длиной $l = 0.4$ и 1.0 соответственно при разных нерасчетностях. Здесь наблюдаются следующие различия. Поскольку центральное тело имеет уже значительную длину, при понижении n вдоль поверхности центрального тела в струе образуется последовательность волн разрежения и сжатия в дополнение к первой бочке. Действительно, при малых n поток при прохождении первой бочки, уменьшившейся в своих размерах, в итоге поворачивается на угол, меньший 90° . Дальнейший разворот потока происходит в следующей волне сжатия, отходящей от стенки центрального тела в месте, где заканчивается вторая волна разрежения (фиг. 6,г). Чем меньше n , тем короче образующиеся бочки. Например, для $l = 1$ при $n = 50$ только одна волна сжатия образуется на краю центрального тела, тогда как при $n = 15$ на центральном теле появляются два пика давления. Для более короткого тела с $l = 0.4$ волны сжатия на центральном теле появляются только при $n < 25$ (фиг. 6,в).

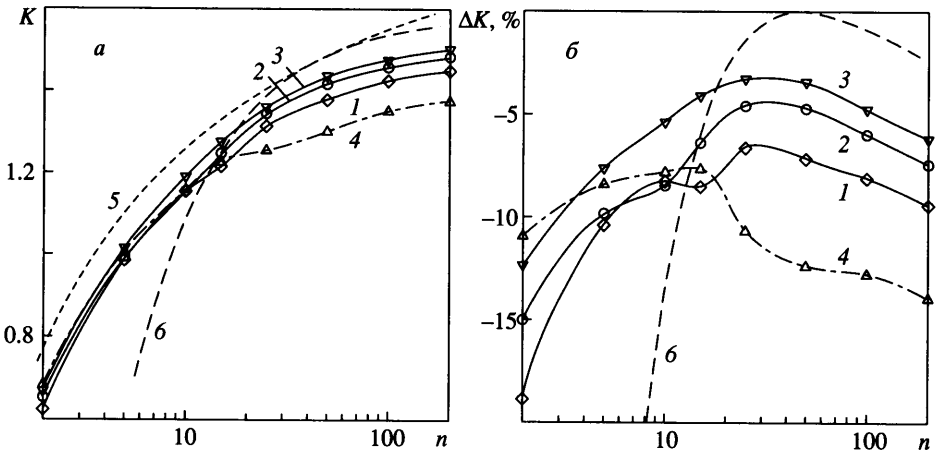


Фиг. 6. Распределения давления p' вдоль центрального тела в проекции на ось y для $\gamma = 1.4$ и $n = 2 - 200$: *a* – для сопла с плоской тарелью, *б* – сопла с центральным телом длиной $l = 0$, *в* – сопла с $l = 0.4$, *г* – сопла с $l = 1$; 1–8 – $n = 2, 5, 10, 15, 25, 50, 100, 200$; 9 и 10 – экспериментальные данные и рассчитанное распределение p' для $n = 20$

Для центрального тела длиной более $l = 0.4$ повышение давления на стенке в волнах сжатия обуславливает эффект авторегулирования в большей степени, чем повышение давления в отрывной области.

На фиг. 7, *a* приведены рассчитанные значения коэффициентов тяги сопел с центральными телами длиной $l = 0, 0.4$ и 1 и коэффициентов тяги кумулятивного сопла с плоской тарелью (кривая 4) в зависимости от степени нерасчетности. Там же показаны коэффициент тяги идеального сопла Лавале как теоретический предел (кривая 5) и коэффициент тяги нерегулируемого сопла со степенью расширения $q = 5$ (кривая 6), посчитанные по одномерной теории без трения. При $n < 50$ коэффициенты тяги всех кумулятивных сопел повторяют ход кривой регулируемого сопла Лавале, в чем сказывается эффект авторегулируемости, хотя и проходят несколько ниже ее.

Из чисто геометрических соображений вряд ли можно ожидать, что при $n > 50$ рассмотренные кумулятивные сопла со степенью расширения $q = 5$ могут дать существенный прирост тяги помимо прироста, вызванного уменьшением противодействия.



Фиг. 7. Зависимости от n коэффициента тяги K сопел с центральным телом (а) и разности между коэффициентами тяги сопла с центральным телом и идеального сопла в % (б): 1–3 – $l = 0, 0.4, 1$; 4 – сопло с плоской тарелью; 5 и 6 – K идеального сопла и сопла Лавалья со степенью расширения 5

На это указывает аналогия с соплом Лавалья с той же степенью расширения $q = 5$, которое является расчетным при $n = 48$, а при $n > 50$ работает в режиме недорасширения. Действительно, при $n > 50$ коэффициенты тяги кумулятивных сопел повторяют ход кривой б нерегулируемого сопла, и, таким образом, при больших степенях нерасчетности эффект авторегулирования отсутствует.

Фигура 7,б показывает разности (в %) между коэффициентами тяги кумулятивных сопел и идеального сопла Лавалья: $\Delta K = (K/K_{id} - 1) \cdot 100\%$ в зависимости от n , откуда следует вывод о большей эффективности сопла с плоской тарелью при малых нерасчетностях по сравнению с соплами с центральным телом, оптимальных при работе в вакууме ($n = \infty$). Значения n , при которых пересекаются соответствующие кривые, есть 17, 11 и 4, для $l = 0, 0.4$ и 1 соответственно.

Заключение. Исследованы кумулятивные сопла с плоской тарелью и с центральными телами разной длины в широких диапазонах степени нерасчетности и показателя адиабаты. Получены тяговые характеристики кумулятивных сопел и установлены диапазоны существования эффекта авторегулирования. Обнаружено, что при малых степенях нерасчетности сопло с плоской тарелью имеет большую тягу, чем сопло с центральным телом.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 00-15-99039).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hagemann G., Immich H., Terhardt M. Flow phenomena in advanced rocket nozzles: the plug nozzle // AIAA Paper. 1998. № 98-3522.
2. Бафталовский С.В., Крайко А.Н., Тилляева Н.И. Профилирование авторегулируемых сопел с центральным телом, оптимальных при работе в пустоте, и определение их тяги на старте с Земли // Избранные труды 22-х науч. чтений по космонавтике. М.: Война и мир, 1999. С. 116–129.
3. Baftalovskii S.V., Kraiko A.N., Tillyayeva N.I. Optimal design of self-controlled spike nozzles and their thrust determination at start // AIAA Paper. 1999. № 99-4955. 11 p.

4. *Dumnov G., Klimov V., Ponomarev N.* Investigation of linear plug layout of rocket engines for reusable launch vehicles // AIAA Paper. 2000. № 2000-3288.
5. *Wisse M.E.N., Bannink W.J.* Half model restrictions for linear plug nozzle testing // AIAA Journal. 2001. V. 39. № 11. P. 2148–2157.
6. *Korte J.J., Salas A.O., Dunn H.J. et al.* Multidisciplinary approach to linear Aerospike nozzle design // J. Propulsion and Power. 2001. V. 17. № 1. P. 93–98.
7. *Kraiko A.N., Tillyayeva N.I., Baftalovskii S.V.* Optimal design of plug nozzles and their thrust determination at start // J. Propulsion and Power. 2001. V. 17. № 6. P. 1347–1352.
8. *Мышенков В.И., Мышенков Е.В.* Численное моделирование течения из щелевого центро-стремительного сопла (сопла Знаменского) // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 5. С. 119–131.
9. *Мышенков Е.В., Мышенков В.И.* Численное моделирование истечения из сопла Знаменского. Параметрические исследования // Теплофизика высоких температур. 1999. Т. 37. № 1. С. 142–149.
10. *Домбровская Т.Н., Калинин Е.М., Максименков В.С. и др.* Экспериментальные исследования тяговых характеристик щелевого кольцевого сопла без центрального тела (насадка центростремительного потока) // Космонавтика и ракетостроение. 1999. № 17. С. 22–27.
11. *Spalart P.R., Allmaras S.R.* A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // La Recherche Aerospaciale. 1994. № 1. P. 5–21.
12. *Копченов В.И., Крайко А.Н.* Монотонная разностная схема второго порядка для гиперболических систем с двумя независимыми переменными // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1983. Т. 23. № 4. С. 848–859.
13. *Мышенков Е.В., Мышенкова Е.В.* Метод интерактивной адаптации сетки для расчета вязких газодинамических течений // Лесной вестник. 2002. № 1(21). С. 180–189.
14. *Крайко А.Н., Мышенков Е.В., Пьянков К.С., Тилляева Н.И.* Влияние неидеальности газа на характеристики сопел Лавала с внезапным сужением // Изв. РАН. МЖГ. 2002. № 5. С. 191–204.
15. *Крайко А.Н., Теляковский А.С., Тилляева Н.И.* Профилирование оптимального контура сверхзвукового сопла при значительном повороте потока // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1994. Т. 34. № 10. С. 1444–1460.
16. *Крайко А.Н., Пьянков К.С., Тилляева Н.И.* Профилирование сверхзвуковой части тарельчатого сопла при неравномерном транзвуковом потоке // Изв. РАН. МЖГ. 2002. № 4. С. 145–157.
17. *Мышенков Е.В., Мышенкова Е.В., Тилляева Н.И.* Расчет кумулятивных сопел с коротким центральным телом в рамках уравнений Рейнольдса // Тез. докл. 4-й Междунар. конф. по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ-2002) / XIX Междунар. семинара по струйным, отрывным и нестационарным течениям, Санкт-Петербург, 2002. М.: МАИ, 2002. С. 339–340.