

УДК 532.582.7

© 2003 г. А. Н. ПРОКУНИН

## ОБ ОДНОМ ПАРАДОКСЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ ВДОЛЬ СТЕНКИ В ЖИДКОСТИ

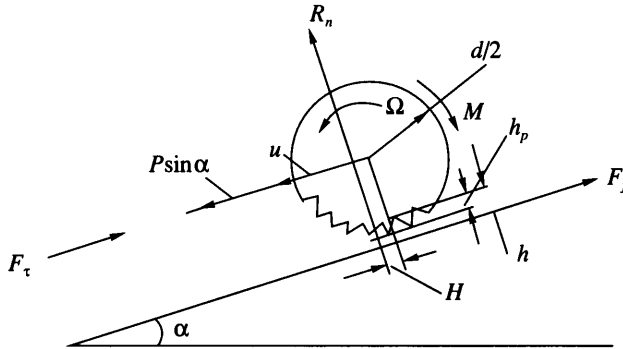
Приведены результаты экспериментальных исследований скатывания сферической твердой частицы с различными шероховатостями поверхности под действием собственного веса по наклонной стенке трубы в ньютоновской жидкости при малых числах Рейнольдса, как в контакте (с учетом трения), так и без контакта частицы со стенкой. Показано, что движение фиксированной частицы в различных жидкостях, с близкими значениями вязкости и плотности, различно. Этот факт, а также возможность бесконтактного со стенкой движения частицы, не имеет объяснения в рамках обычно используемых гидродинамических теорий. Примером этому может служить обнаруженная зависимость движения частицы от статического давления.

*Ключевые слова:* сферическая частица, стенка, ползущее течение, кавитация.

Рассматривается вопрос об относительном движении двух тел в жидкости, когда расстояние между ними стремится к нулю. При таком движении поведение жидкости при достаточно малом зазоре может быть и неклассическим и значительно влиять на движение тел в целом. Например, для неподвижных поверхностей так же неклассическое поведение жидкости проявляется для очень малых зазоров между ними, в виде расклинивающего давления [1]. Присутствие движения поверхностей и различные размеры зазоров между ними могут приводить к более разнообразным ситуациям.

Примером такого движения (влияние неклассического поведения жидкости в тонком зазоре на движение частицы в целом) может быть скатывание твердой сферической частицы по наклонной плоскости в неподвижной жидкости под действием собственного веса при малых числах Рейнольдса. Это движение достаточно легко воспроизводится экспериментально. Кроме того [2, 3], имеется аналитическое решение в стоковом приближении о стационарном движении гладкой сферической частицы вдоль плоской стенки при заданном расстоянии между частицей и стенкой. Согласно решению этой задачи, движение гладкой частицы в контакте со стенкой под действием конечной силы невозможно в силу бесконечности сопротивления жидкости движению, а бесконтактное невозможно из-за отсутствия гидродинамической подъемной силы. Для устранения этого противоречия надо учитывать либо инерцию жидкости, либо шероховатость поверхностей [4, 5], либо неклассическое поведение [2] жидкости в узком зазоре между частицей и стенкой, размеры которого ограничены размером шероховатостей поверхностей. Возможность бесконтактного движения частицы при ползущем движении жидкости экспериментально обнаружена в [6].

**1. Постановка задачи.** Будем рассматривать движение сферической частицы вдоль наклонной стенки (плоскости или трубы) в ньютоновской жидкости при выполнении условия прилипания на поверхностях под действием силы тяжести с постоянными поступательной ( $u$ ) и вращательной ( $\Omega$ ) скоростями (фиг. 1). Такое движение наблюдалось в рассматриваемых ниже экспериментах. Параметры, управляющие движением частицы:  $d$  – диаметр,  $\rho_p$  и  $\rho_f$  – плотности частицы и жидкости,  $\eta$  – вязкость жидкости,  $h$  – величина зазора между частицей и стенкой, отсчитываемая от впадин шероховатостей поверхностей,  $h_p$  – высота шероховатостей поверхности частицы ( $h_p \ll d$ ),  $g$  – ускорение



Фиг. 1. Схема движения сферической частицы

ние свободного падения,  $\alpha$  – угол наклона стенки,  $H$  – смещение линии действия нормальной реакции стенки относительно центра частицы, приводящее к трению качения,  $k_s$  – коэффициент трения скольжения, который будем считать постоянным для фиксированных частица–стенка–жидкость (см. об этом ниже). Последние два параметра соответствуют движению частицы при ее контакте со стенкой.

Запишем уравнения для баланса сил и моментов (фиг. 1)

$$F_\tau = P \sin \alpha - F_f, \quad F_n = P \cos \alpha - R_n, \quad P = (\rho_p - \rho_f) V g \quad (1.1)$$

$$M = 0.5 F_f d - H R_n \quad (1.2)$$

Здесь  $\mathbf{F} = (F_\tau, F_n)$  и  $M$  – динамическая сила и крутящий момент, действующие со стороны жидкости на частицу; индексы  $\tau$  и  $n$  означают проекции на направление скорости  $u$  и на нормальное этому направлению,  $R_n$  – нормальная составляющая силы реакции стенки на частицу,  $P$  – вес частицы в жидкости,  $V$  – объем частицы,  $F_f$  – сила трения. Характер трения может, в принципе, меняться от чистого качения до чистого скольжения. Согласно [7], сила трения  $F_f$  зависит от коэффициента проскальзывания  $\omega = \Omega d / (2u)$  ( $F_f \rightarrow 0$  при  $\omega \rightarrow 1$ ), но уже при  $\omega \leq 0.98$  (что выполнялось в экспериментах), можно считать, что

$$F_f = k_s R_n = k_s (P \cos \alpha - F_n), \quad k_s = \text{const} \quad (1.3)$$

Коэффициент трения качения  $2H/d \ll k_s$  [8], т.е. вторым членом в выражении для  $M$  (1.2) можно пренебречь.

В случае движения частицы без контакта со стенкой ( $R_n = F_f = 0$ )

$$F_\tau = P \sin \alpha; \quad F_n = P \cos \alpha; \quad M = 0 \quad (1.4)$$

Равенство момента нулю в (1.4) следует из существования противоположно действующих моментов, генерируемых вращением частицы и поступательным движением ее вдоль стенки.

Рассмотрим общий случай стационарного движения частицы вдоль стенки на расстоянии  $h$  от нее ( $h = h_p$  – при движении в контакте со стенкой). В этом случае сила  $\mathbf{F} = (F_\tau, F_n)$  и момент  $M$  являются функциями следующих параметров:  $\eta, \rho_f, d, u, \Omega, h, h_p$ . Предполагается также, что  $h_p \gg h_w$ , где  $h_w$  – шероховатость стенки. Гравитационное движение частицы вдоль наклонной стенки является частным случаем такого рассматривания. Сила и момент в этом случае задаются в (1.1) – (1.4). В то же время при гравитационном движении частицы ее скорости  $u$ ,  $\Omega$  и расстояние до стенки  $h$  являются

функциями следующей системы параметров:  $\eta, \rho_f, d, g, \rho_p, \alpha, h_p$ . В случае контакта частицы со стенкой ( $h = h_p$ ) добавляется еще параметр  $k_s$ .

Обе эти системы параметров можно дополнить, в принципе, еще параметрами, более подробно характеризующими геометрию шероховатости поверхности частицы. В случае движения частицы вдоль стенки трубы надо добавить еще параметр  $d/D$  ( $D$  – диаметр трубы). В ниже обсуждаемых экспериментах  $d/D \approx \text{const} \ll 1$ . Обе системы определяющих параметров будут использованы ниже при обработке экспериментальных данных.

В общем случае движения частицы на расстоянии  $h$  от стенки с заданными постоянными скоростями  $u$  и  $\Omega$ , безразмерные сила  $\{B_\tau, B_n\}$  и момент  $B_m$  сопротивления движению

$$B_\tau = \frac{8F_\tau}{\pi\eta ud}, \quad B_n = \frac{8F_n}{\pi\eta ud}, \quad B_m = \frac{16M}{\pi\eta ud^2}$$

определены следующими безразмерными параметрами

$$\text{Re}_p = \frac{ud\rho_f}{\eta}, \quad \text{Re}_\Omega = \frac{\Omega d^2 \rho_f}{2\eta} = \omega \text{Re}_p, \quad \varepsilon = \frac{2h}{d}, \quad \varepsilon_p = \frac{2h_p}{d} \quad (1.5)$$

Здесь  $\text{Re}_p$  и  $\text{Re}_\Omega$  – числа Рейнольдса,  $\omega = \Omega d/2u$  – коэффициент проскальзывания (в настоящих экспериментах  $0 < \omega < 1$ ),  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_p$  – безразмерные величины зазора между частицей и стенкой, и высоты шероховатости поверхности частицы. Величина  $B_\tau$  связана с традиционным коэффициентом сопротивления движению частицы  $C_\tau$  соотношением  $C_\tau = B_\tau/\text{Re}_p$ .

В случае гравитационного движения частицы вдоль наклонной стенки в контакте с последней в неподвижной жидкости безразмерные сила и момент сопротивления, действующие на частицу, определяются как следующие функции

$$B_\tau = B_\tau(\text{Re}_p, \omega, \varepsilon_p), \quad B_n = B_n(\text{Re}_p, \omega, \varepsilon_p) \quad (1.6)$$

$$B_m = B_m(\text{Re}_p, \omega, \varepsilon_p)$$

В формулы (1.6) не входит параметр  $\varepsilon$ , ибо при контактном со стенкой движении частицы  $\varepsilon = \varepsilon_p$ . При бесконтактном же движении  $B_m = 0$ , и из (1.5) следует, что  $\varepsilon = \varepsilon(\text{Re}_p, \omega, \varepsilon_p)$ . Таким образом, в этом случае остаются справедливыми выражения для  $B_\tau$  и  $B_n$  в (1.6). При  $h \geq h_p$  сила  $(B_\tau, B_n)$  в (1.6) перестает зависеть от  $\varepsilon_p$ .

В случае пренебрежения трением качения из (1.2), (1.6) следует, что

$$B_{\tau m} = B_\tau + B_m = \frac{8P \sin \alpha}{\pi d \eta u} = B_{\tau m}(\text{Re}_p, \omega, \varepsilon_p) \quad (1.7)$$

Для вычисления величины  $B_{\tau m}$  не надо знать величину силы трения  $F_f$  (1.3). Поэтому формула (1.7) удобна для обработки экспериментов, где определение силы трения затруднительно. В случае бесконтактного движения  $B_{\tau m} = B_\tau$ . Будем ниже называть величину  $B_{\tau m}$  коэффициентом сопротивления.

Конкретизируя в (1.6) выражения для сил (1.1) и момента (1.2), можно записать для второй системы определяющих параметров еще следующие безразмерные функции при контактном со стенкой движении частицы вдоль наклонной плоскости

$$\omega = \omega(\text{Re}_p^*, \alpha, \varepsilon_p, k_s), \quad B_{\tau m} = \frac{8u^*}{\pi u} \sin \alpha = B_{\tau m}(\text{Re}_p^*, \alpha, \varepsilon_p, k_s) \quad (1.8)$$

Здесь характерная скорость и число Рейнольдса

$$u^* = \frac{\pi d^2 g}{6\eta} (\rho_p - \rho_f), \quad \text{Re}_p^* = \frac{u^* d \rho_f}{\eta} \quad (1.9)$$

В случае бесконтактного движения частицы (при  $h \gg h_p$ )

$$\varepsilon = \varepsilon(\text{Re}_p^*, \alpha), \quad \omega = \omega(\text{Re}_p^*, \alpha), \quad B_{\tau m} = B_{\tau m}(\text{Re}_p^*, \alpha) \quad (1.10)$$

Если предположить, что выполняются уравнения Стокса (нулевые значения числа Рейнольдса  $\text{Re}_p$ ), при произвольном стационарном движении частицы со скоростями  $u$  и  $\Omega$  вдоль стенки на расстоянии  $h$  от нее выражения для безразмерных составляющих силы и момента (1.5) примут вид

$$B_{\tau} = a_{\tau} + b_{\tau}\omega, \quad B_m = a_m + b_m\omega$$

$$B_{\tau m} = (a_{\tau} + a_m) + (b_{\tau} + b_m)\omega \quad (1.11)$$

$$B_n = 0, \quad \omega = \frac{\Omega d}{2u}$$

Здесь коэффициенты  $a_{\tau}$ ,  $a_m$ ,  $b_{\tau}$ ,  $b_m$  – функции  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_p$  для движения частицы вдоль плоскости и еще параметра  $d/D$  для движения частицы вдоль стенки трубы. В случае контакта частицы со стенкой  $\varepsilon = \varepsilon_p$ . Равенство нулю нормальной силы  $F_n$  в (1.11) следует из линейного представления силы по  $\omega$  и симметрии движения при замене  $F_{\tau}$  на  $-F_{\tau}$ . В этом случае  $u$  и  $\Omega$  меняют знак, а  $\omega$  и  $F_n$  знак не меняют.

В [2, 3] рассмотрена стационарная задача о движении гладкой ( $\varepsilon_p = 0$ ) сферической частицы с постоянными скоростями  $u$  и  $\Omega$  с постоянным зазором  $h$  между частицей и плоскостью (при выполнении условия прилипания на поверхностях) в стоксовом приближении. При  $\varepsilon \rightarrow 0$  найдено [2]

$$a_{\tau} = -24\left(\frac{8}{15}\ln\varepsilon - 0.96\right), \quad b_{\tau} = 24\left(\frac{2}{15}\ln\varepsilon + 0.25\right)$$

$$a_m = -32\left(\frac{2}{15}\ln\varepsilon - 0.38\right), \quad b_m = 32\left(\frac{1}{10}\ln\varepsilon + 0.19\right) \quad (1.12)$$

Формулы (1.11), (1.12) соответствуют первым членам асимптотического ряда для силы ( $B_{\tau}$ ,  $B_n$ ) и момента  $B_m$  по  $\text{Re}_p$ . Хотя составляющая  $F_n$  (в безразмерном виде  $B_n$ ) в этом приближении равна нулю, существуют члены разложения более высокого порядка малости по  $\text{Re}_p$ , приводящие к  $F_n \neq 0$ . Это, так называемые, подъемные силы Магнуса [9] и Сефмана [10], которые могут отжимать частицу от стенки при больших углах  $\alpha$  для случая наклонной стенки, где нормальная к стенке составляющая веса частицы  $P\cos\alpha$  стремится к нулю при  $\alpha \rightarrow \pi/2$ . Эти силы носят инерционный характер и убывают с уменьшением  $\text{Re}_p$ .

При гравитационном движении частицы вдоль наклонной стенки в контакте с последней коэффициенты  $a_{\tau}$ ,  $b_{\tau}$ ,  $a_m$ ,  $b_m$  (1.11) – функции лишь  $\varepsilon_p$ , т.к.  $\varepsilon = \varepsilon_p$ . В случае же бесконтактного движения  $B_m \equiv 0$ ,  $\varepsilon = \varepsilon(\varepsilon_p, \omega)$ , и коэффициенты (1.11) зависят от  $\varepsilon_p$  и  $\omega$ . В случае (1.12)  $\varepsilon_p \rightarrow 0$ , при бесконтактном движении частицы, функция  $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$  находится из соотношения

$$\omega = \frac{0.1\ln\varepsilon + 0.19}{0.4\ln\varepsilon - 0.38} \quad (1.13)$$

Задача настоящей работы – показать, используя приведенные размерностные соображения, что параметров  $\text{Re}_p$ ,  $\omega$ ,  $\varepsilon_p$  (1.6), либо  $\text{Re}_p^*$ ,  $\alpha$ ,  $\varepsilon_p$ ,  $k_s$  (1.8) не всегда достаточно для описания движения частицы. Более того, нужно попытаться найти примеры влияния дополнительных параметров на движение частицы.

**2. Методика эксперимента.** Опыты проводились в стеклянной трубе, заполненной жидкостью, диаметром  $D = 4.4$  см. Диаметр стальных частиц  $d \approx 0.4$  см ( $d/D \ll 1$ ). Угол наклона трубы  $\alpha$  непрерывно менялся от  $0^\circ$  в горизонтальном положении до  $90^\circ$ . Схема установки приведена в [8], для термостатирования стеклянной трубы использовалась соосная с ней прозрачная полимерная труба диаметром 9 см, через которую циркулировала вода.

Частица перед пуском прижималась к стенке на расстоянии не меньше 10 см от начала участка трубы, где измерялись скорости. Последний имел длину 15–20 см. Варьирование силы прижатия частицы к стенке перед пуском и увеличение расстояния от точки прижатия частицы до начала измерительного участка не меняли величины измеряемых скоростей, которые были постоянны.

Скорости частицы  $u$  и  $\Omega$  находились визуально с помощью секундомера, линейки и метки на частице. Для определения величины угловой скорости  $\Omega$  замерялось время не менее двух оборотов частицы. Точность измерения скорости  $u$  составляла  $\pm 1\%$ , скорости  $\Omega$  – не превосходила  $\pm 2\%$ .

Высота шероховатостей поверхности частиц  $h_p$  измерялась щуповым прибором (путем сравнения с эталонными поверхностями), используемым для определения класса точности обработки  $R_a$  в шарикоподшипниковой промышленности (подробнее [8]) как средняя величина по всем шероховатостям, частицы

$$h_p = 2R_a = \frac{2}{l} \int_0^l |y(x)| dx$$

Здесь  $l$  – фиксированная длина на поверхности,  $y(x)$  – профиль поверхности, измеряемый от его среднего значения. Аналогично измерена шероховатость стенки  $h_w$ .

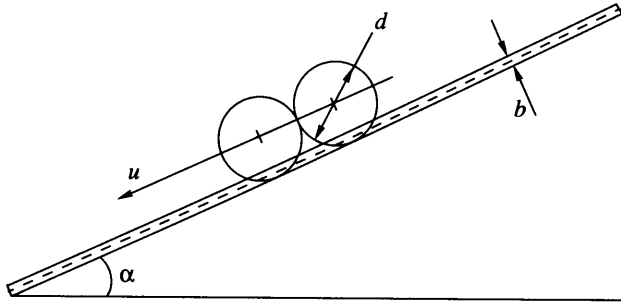
Сферические частицы имели шероховатости с  $h_p$  четырех размеров (табл. 1), которые отличались более чем на два порядка. Различные шероховатости поверхностей частиц получались химическим травлением их соляной кислотой. Варьировались концентрация кислоты и время травления. Частицы различной шероховатости различались и по внешнему виду: от блестящих при малых шероховатостях до темных – при больших. Высота шероховатостей стеклянной стенки трубы  $h_w = 0.02$  мк.

Коэффициент трения  $k_s$  определялся с помощью двух склеенных частиц (фиг. 2), как тангенс угла наклона  $\alpha$ , при котором частицы после придания им начальной скорости, направленной вдоль трубы, начинают двигаться по наклонной поверхности с тонким слоем нанесенной жидкости. Более подробно описание и обоснование методики приведены в приложении.

Значения используемых при обсуждении экспериментов коэффициентов трения  $k_s$  приведены в табл. 2 для трех жидкостей и  $P_e = P \approx 0.2$  г. Здесь  $P_e$  – сила прижатия частицы к стенке,  $P$  – вес частицы в жидкости.

Таблица 1

$h_p$ , мк	$d$ , см	$\epsilon_p \cdot 10^3$	$\ln \epsilon_p$	$\omega$	$B_t = B_{cm}$
0.02	0.396	0.01	-11.5	0.193	164
0.4	0.408	0.196	-8.54	0.175	129
1.26	0.406	0.621	-7.38	0.16	115
4	0.396	2.02	-6.2	0.145	101



Фиг. 2. Схема эксперимента по измерению силы трения с помощью двух склеенных частиц

Использовались, в основном, две жидкости: силиконовые жидкости и раствор глицерина с небольшим содержанием воды. Плотность и вязкость при 20°C:  $\rho_f = 0.98 \text{ г/см}^2$ ,  $\eta = 26 \text{ пз}$  и  $10 \text{ пз}$  – для силиконовых жидкостей и  $\rho_f = 1.26 \text{ г/см}^2$  и  $\eta = 14 \text{ пз}$  – для водного раствора глицерина. Для дополнительных экспериментов использовалось касторовое масло ( $\rho_f = 0.953 \text{ г/см}^2$ ,  $\eta = 7 \text{ пз}$ ). Вязкость измерялась на ротационном вискозиметре “Реотест”, снабженном термостатом.

Температура в опытах варьировалась от 9 до 30°C, что позволило получить одинаковую вязкость для этих жидкостей. В частности, вязкость для раствора глицерина менялась при таком изменении температуры от 5.2 до 39 пз.

**3. Экспериментальные результаты и их обсуждение.** Начнем рассмотрение результатов экспериментов, полагая, что безразмерные скорости функции  $Re_p^*$ ,  $\alpha$ ,  $\epsilon_p$ ,  $k_s$  (1.8).

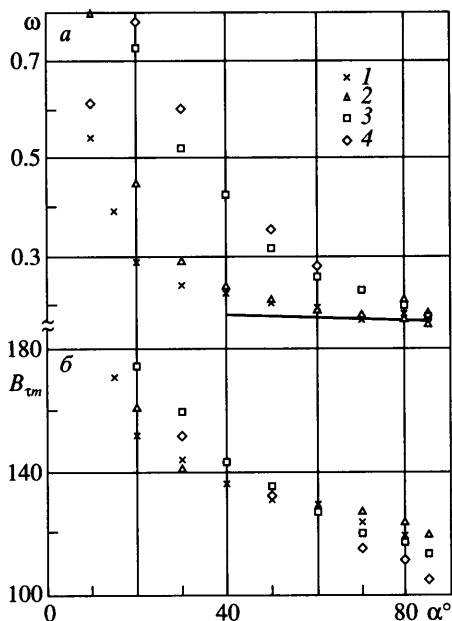
На фиг. 3, 4 представлены зависимости  $\omega$  и  $B_{\text{см}} = 8u^*(\pi u)^{-1} \sin \alpha$  от угла наклона трубы  $\alpha$  для водного раствора глицерина (фиг. 3) и силиконовой жидкости (фиг. 4). Точки 1–4 на этих фигурах соответствуют шероховатостям частиц  $h_p = 0.02, 0.4, 1.26$  и  $4 \text{ мк}$ ,  $\epsilon_p \cdot 10^3 = 0.01; 0.196; 0.621$  и  $2.02$ .

Для глицерина при  $h_p \leq 0.4 \text{ мк}$  и силиконовой жидкости при  $h_p \leq 1.26 \text{ мк}$  зависимости  $\omega(\alpha)$  при больших значениях  $\alpha$  для различных  $h_p$  совпадают, а с уменьшением  $\alpha$ , все зависимости  $\omega(\alpha)$  начинают резко возрастать и тем быстрее, чем больше шероховатость частицы.

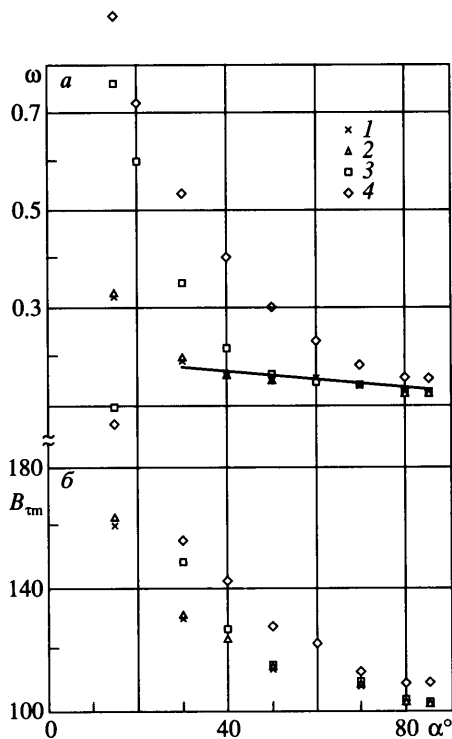
Все приведенные на фиг. 3, 4 функции не зависели от  $Re_p^*$ . Это проверялось изменением температуры, которое приводит к экспоненциальному изменению вязкости

Таблица 2

$h_p, \text{ мк}$	4	1.26	0.4	0.02	$P_c, \text{ г}$	Жидкость
$k_s$	0.21	0.21	0.22	0.18	0.2	Раствор глицерина
$k_s$	0.18	0.2	0.14	0.06	30	
$k_s$	0.18	0.19	0.19	0.2	0.2	Силиконовая жидкость
$k_s$	0.16	0.15	0.13	0.06	30	
$k_s$	0.15	0.15	–	0.15	0.2	Касторовое масло
$k_s$	0.11	0.11	–	0.06	30	



Фиг. 3



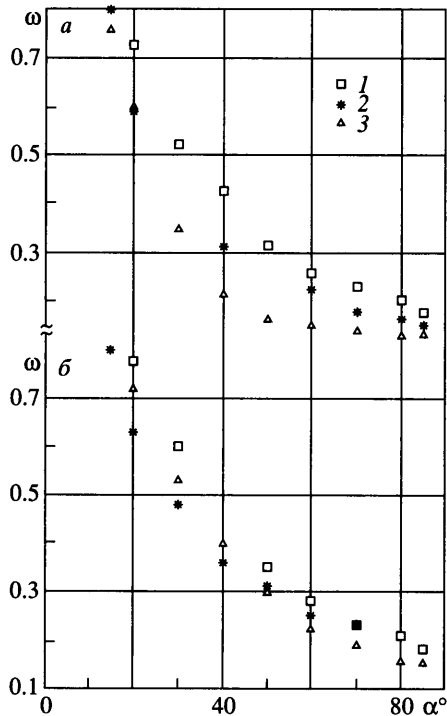
Фиг. 4

Фиг. 3. Зависимости коэффициента проскальзывания  $\omega$  (а) и коэффициента сопротивления  $B_{tm}$  (б) от угла наклона трубы  $\alpha$  при движении сферической частицы в водном растворе глицерина. Точкам 1–4 соответствуют шероховатости поверхности частицы с  $h_p = 0.02; 0.4; 1.26; 4$  мк и коэффициент трения  $k_s \approx 0.21$  для всех  $h_p$ . Сплошная линия – расчетная зависимость  $\omega(\alpha)$  при бесконтактном со стенкой движении частицы

Фиг. 4. Зависимости коэффициента проскальзывания  $\omega$  (а) и коэффициента сопротивления  $B_{tm}$  (б) от угла наклона трубы  $\alpha$  при движении сферической частицы в силиконовой жидкости. Точкам 1–4 соответствуют шероховатости поверхности частицы с  $h_p = 0.02; 0.4; 1.26; 4$  мк и коэффициент трения  $k_s \approx 0.19$  для всех  $h_p$ . Сплошная линия – расчетная зависимость  $\omega(\alpha)$  при бесконтактном со стенкой движении частицы

жидкости. Плотность при этом практически не изменяется. Для глицерина температура менялась от 9 до 30°C, т.е. число Рейнольдса  $Re_p^*$  (например, для  $\alpha = 70^\circ$ ) изменялось от  $3.8 \cdot 10^{-3}$  до  $2 \cdot 10^{-1}$ . Значения чисел Рейнольдса для всех других исследуемых жидкостей находились внутри этого диапазона. Все это остается в силе и для других углов  $\alpha$ . Отметим также, что для двух исследуемых силиконовых жидкостей с разной вязкостью зависимости  $B_{tm}(\alpha)$  и  $\omega(\alpha)$  также совпадали.

Для  $h_p = 0.02, 0.4$  и  $1.26$  мк зависимости  $B_{tm}(\alpha)$  и  $\omega(\alpha)$  (особенно  $\omega(\alpha)$ ) для водного раствора глицерина и силиконовой жидкости отличны (см. пример на фиг. 5, а для  $h_p = 1.26$  мк). Лишь соответствующие кривые для  $h = 4$  мк для этих жидкостей приблизительно совпадают (фиг. 5, б).



Фиг. 5. Зависимость коэффициента проскальзывания частицы  $\omega$  от угла наклона трубы  $\alpha$  при движении частицы в водном растворе глицерина (точки 1,  $k_s \approx 0.21$ ), в касторовом масле (точки 2,  $k_s \approx 0.15$ ) и силиконовой жидкости (точки 3,  $k_s \approx 0.19$ ). Для шероховатостей с  $h_p = 1.26$  мк (а) и  $h_p = 4$  мк (б)

На фиг. 5, а ( $h_p = 1.26$  мк), наряду с зависимостями  $\omega(\alpha)$  для водного раствора глицерина ( $\rho_f = 1.26$  г/см<sup>2</sup>) и силиконовой жидкости ( $\rho_f = 0.98$  г/см<sup>2</sup>), нанесены еще зависимости  $\omega(\alpha)$ , полученные для касторового масла ( $\rho_f \approx 0.95$  г/см<sup>2</sup>).

Различие кривых на фиг. 5, а не может быть связано с различием в плотности  $\rho_f$  и вязкости  $\eta$ , ибо эти кривые не зависят от  $Re_p^*$ . Нельзя объяснить это различие (фиг. 5, а) и трением, ибо, согласно табл. 1, трение скольжения для силиконовой жидкости ( $k_s = 0.19$ ) было слегка меньше, чем у глицерина ( $k_s = 0.2$ ), но больше, чем у касторового масла ( $k_s = 0.15$ ). При фиксированном же угле  $\alpha$  коэффициент скольжения  $\omega$  будет тем больше, чем больше  $k_s$  при прочих равных условиях, что противоречит фиг. 5, а. Более того, для наиболее отличающихся зависимостей  $\omega(\alpha)$ , полученных для силиконовой жидкости и раствора глицерина, трение практически одинаково. Таким образом, параметров  $\alpha$ ,  $\epsilon_p$ ,  $k_s$  недостаточно для описания движения частицы.

Тот факт, что при больших  $\alpha$  функции  $B_{cm}(\alpha)$  и  $\omega(\alpha)$  не зависят от  $\epsilon_p = 2h_p/d$  (фиг. 3 для силикона и  $h_p \leq 1.26$  мк, и фиг. 4 для раствора глицерина и  $h_p \leq 0.4$  мк), для достаточно большой области значений  $\alpha$ , согласно (1.10), приводит к предположению [6], что при больших углах  $\alpha$  частица движется в отрыве от стенки. Отметим, что у силиконовой жидкости это явление выражено значительно ярче, чем у водного раствора



глицерина. Движение в отрыве от стенки происходит под действием некоторой подъемной силы не инерционной природы (ибо нет зависимости  $B_{\text{тн}}$  и  $\omega$  от  $\text{Re}_p^*$ ), которая, по крайней мере, зависит от величины скорости  $u$  и зазора  $h$  между частицей и стенкой. После того, как частица “садится” на стенку ( $h = h_p$ ), происходит резкий рост  $\omega(\alpha)$ . Чем меньше шероховатость поверхности частицы, тем до меньших  $\alpha$  продолжается бесконтактное движение.

При больших шероховатостях ( $h_p = 4$  мк для силиконовой жидкости и  $h_p \geq 1.26$  мк для глицерина) бесконтактное движение частицы со стенкой практически отсутствует (нулевая подъемная сила), и кривые для силиконовой жидкости и глицерина мало отличны (фиг. 5, б), так как коэффициенты трения  $k_t$  для них близки (табл. 2).

Там, где предполагается бесконтактное движение частицы, можно воспользоваться теорией [2, 3] (приближение Стокса), где частица движется на расстоянии  $h > h_p$  от стенки, в предположении, что механизм образования подъемной силы (в теории [2, 3] подъемная сила отсутствует) мало влияет на обтекание частицы жидкостью. В этом случае, полагая выполнение (1.11) – (1.12) при  $B_n \neq 0$ , можно из экспериментальных зависимостей  $B_{\text{тн}}(\alpha)$  (там, где они совпадают для различных  $h_p$ ) рассчитать, используя (1.4), зависимости  $\epsilon(\alpha)$  и  $\omega(\alpha)$ . Зависимости  $\omega(\alpha)$  приведены на фиг. 3 и 4 сплошными линиями для раствора глицерина и силиконовой жидкости и находятся в соответствии с экспериментом, что говорит в пользу гипотезы о бесконтактном движении частицы. Зависимости  $h(\alpha)$  (или  $\epsilon(\alpha)$ ) (не показаны на фиг. 3, 4) уменьшаются с уменьшением  $\alpha$  до величины  $h = h_p$ ,  $\epsilon = \epsilon_p$  при  $\alpha = \alpha_w$ , где частица “садится” на стенку.

Значения  $\omega$  и  $B_{\text{тн}}$ , рассчитанные для момента касания частицы со стенкой ( $\epsilon = \epsilon_p$ ,  $M = 0$ ), для частиц с различными шероховатостями приведены в табл. 1. Эти значения лишь приблизительны, ибо при расчете не учтено ни влияние механизма образования подъемной силы, ни влияние шероховатостей поверхности частицы на движение. В случае же  $h_p = 0.02$  мк, надо учитывать еще влияние шероховатости стенки на движение, ибо  $h_p \sim h_w$ .

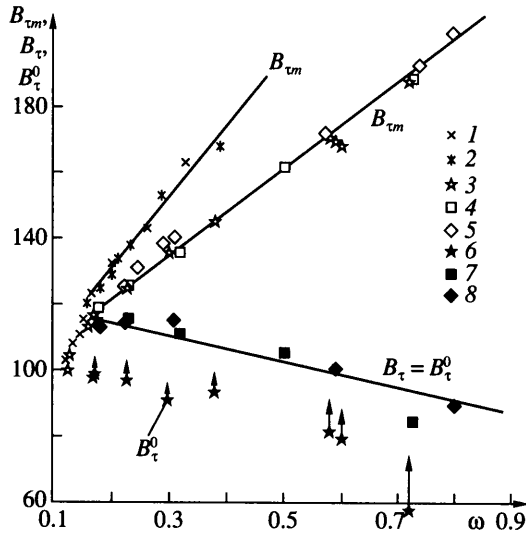
Для получения дополнительной информации рассмотрим экспериментальные результаты, полагая, что безразмерные сила и момент, действующие на частицу со стороны жидкости, зависят от  $\omega$  и  $\epsilon_p$  (1.6, 1.7). Как уже отмечалось выше, обсуждаемые движения жидкости безынерционные, т.е. сила и момент не зависят от  $\text{Re}_p$ .

Зависимости  $B_{\text{тн}}(\omega)$  (фиг. 6 для  $\epsilon_p \cdot 10^4 = 1.96, 6.21$ ;  $h_p = 0.4$  мк, 1.26 мк) универсальны для всех трех исследуемых жидкостей. При вычислении  $B_{\text{тн}}$ , согласно (1.7), используются экспериментальные зависимости  $u(\alpha)$ . При этом не требуется знание ни подъемной силы, ни коэффициента трения (1.1–1.3).

При малых  $\omega$  функция  $B_{\text{тн}}(\omega)$  не зависит от  $\epsilon_p$ , что соответствует бесконтактному движению частицы. Далее, с увеличением  $\omega$  после излома (см. фиг. 6) следует линейная зависимость  $B_{\text{тн}}$  от  $\omega$ , соответствующая контактному движению частицы со стенкой. С уменьшением  $\epsilon_p$  излом слегка сдвигается в сторону больших  $\omega$ . Зависимости  $B_{\text{тн}}(\omega)$  после излома уже различны для различных  $\epsilon_p$ . Все это согласуется с представлениями о контактном и бесконтактном со стенкой движении частицы ((1.6, 1.7, 1.11) и текст под (1.6)).

На фиг. 6 изображены также зависимости  $B_t(\omega)$ . При бесконтактном движении частицы со стенкой  $B_t(\omega) = B_{\text{тн}}(\omega)$ . Для вычисления  $B_t$  при контактном движении, согласно определению (1.1, 1.3, 1.5), надо знать коэффициент трения  $k_t$  и учитывать подъемную силу  $F_n$ , если такая существует.

Зависимость  $B_t(\omega)$  представлена для  $\epsilon_p = 6.21 \cdot 10^{-4}$  ( $h_p = 1.26$  мк). Этот случай хорош тем, что, согласно развитым представлениям (фиг. 3, 4), для раствора глицерина и касторового масла частица практически для всех  $\alpha$  находится в контакте со стенкой. Для силиконовой жидкости при  $\alpha > 40^\circ$  частица движется без контакта со стенкой. В первом случае подъемная сила мало существенна, ибо не поднимает частицу над стенкой



Фиг. 6. Зависимости  $B_{cm}$  для  $h_p = 0.4$  мк (точки 1, 2),  $h_p = 1.26$  мк (точки 3–5) и  $B_{\tau}^0$  для  $h_p = 1.26$  мк (точки 6–8) от  $\omega$  для силиконовой жидкости (точки 1, 3, 6,  $k_s \approx 0.19$ ), глицерина (2, 4, 7,  $k_s \approx 0.21$ ) и касторового масла (5, 8,  $k_s \approx 0.15$ ). Для раствора глицерина и касторового масла  $B_{\tau}^0 = B_{\tau}$

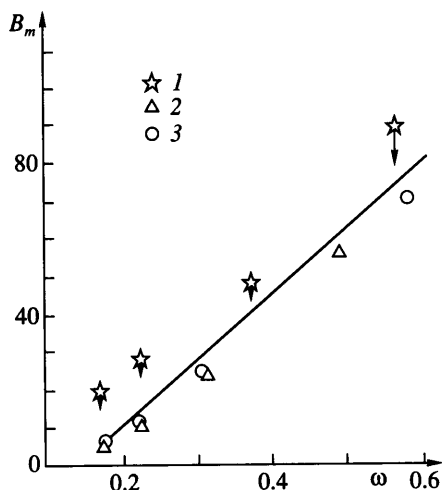
даже при больших  $\alpha$ . Для силиконовой жидкости подъемная сила может быть существенна даже после контакта частицы со стенкой. Используя коэффициент трения из табл. 2 (случай  $P_e = 0.2$  г), получим для раствора глицерина и касторки универсальную зависимость (фиг. 6)  $B_{\tau}(\omega)$ , несмотря на различие коэффициентов  $k_s$ .

Зависимость же  $B_{\tau}^0(\omega)$  для силиконовой жидкости (точки 6, фиг. 6) построена для контактного со стенкой движения частицы без учета подъемной силы  $F_n$  (1.1, 1.3, 1.5, 1.6). Эта зависимость существенно отлична от универсальной зависимости  $B_{\tau}(\omega)$ , построенной для раствора глицерина и касторки, где  $F_n$  несущественна, и  $B_{\tau}^0(\omega) = B_{\tau}(\omega)$ .

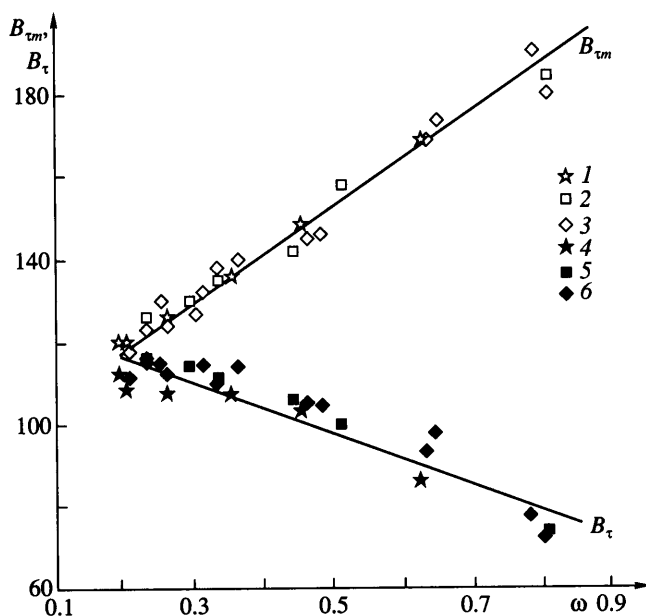
На фиг. 6 стрелками показан диапазон изменения  $B_{\tau}^0$  при возможном разбросе величин  $k_s$  от 0.19 (табл. 2) до 0.17 для силиконовой жидкости. При малых  $\omega$ , там, где различие  $B_{\tau}$  и  $B_{\tau}^0$  велико, это изменение трения практически не влияет на значение  $B_{\tau}^0$ .

Особенно хорошо видна разница в движении сферической частицы в разных жидкостях на зависимостях безразмерного момента  $B_m$  от  $\omega$  при  $h_p = 1.26$  мк (фиг. 7), при расчете которых не учитывалась подъемная сила. Эти зависимости совпадают для раствора глицерина и касторового масла. Для силиконовой жидкости отличие от первых двух при малых  $\omega$  доходит до трех раз при подсчете  $B_m$  без учета подъемной силы. С увеличением  $\omega$  разница делается пренебрежимой. Стрелками здесь показан диапазон изменения  $B_m$  при изменении  $k_s$  от 0.19 до 0.17.

При больших шероховатостях ( $h = 4$  мк,  $\epsilon_p = 1.96 \cdot 10^{-4}$ ) отличие в движении частицы в разных жидкостях и излом на зависимости  $B_{cm}(\omega)$  исчезают (фиг. 8), так как бесконтактное движение здесь практически не реализуется. Зависимости  $B_{\tau}(\omega)$  и  $B_m(\omega)$ , построенные без учета подъемной силы, делаются универсальными для всех трех жидкостей.

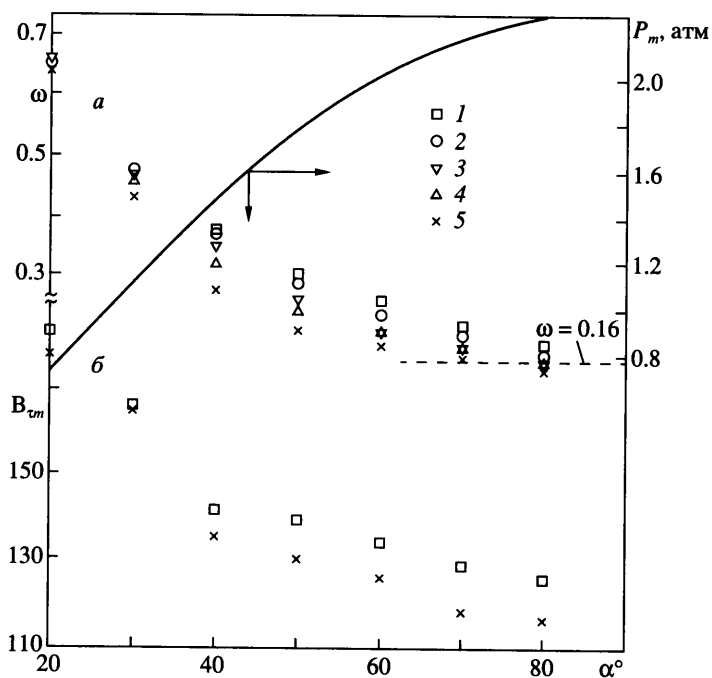


Фиг. 7. Зависимости безразмерного момента  $B_m$  от  $\omega$  для  $h_p = 1.26$  мк. Точкам 1, 2, 3 соответствуют движения в силиконовой жидкости, растворе глицерина и касторовом масле



Фиг. 8. Зависимости  $B_m$  (точки 1–3) и  $B_\tau$  (точки 4–6) от  $\omega$  для  $h_p = 4$  мк для силиконовой жидкости (точки 1, 4,  $k_s = 0.18$ ), водного раствора глицерина (точки 2, 5,  $k_s = 0.21$ ), касторового масла (точки 3, 6,  $k_s = 0.15$ )

Из существования излома на зависимостях  $B_{tm}(\omega)$ , а также из несовпадения  $B_\tau(\omega)$ ,  $B_m(\omega)$ , для различных жидкостей при фиксированной величине  $\epsilon_p$  следует, что параметров  $\omega$  и  $\epsilon_p$  недостаточно для описания движения частицы при достаточно малых значениях  $\epsilon_p$ . Устранить рассмотренные противоречия можно, например, положив, что существует подъемная сила не инерционной природы, которая приводит к бесконтактному движению (малые  $\omega$ ) и к снижению силы трения при контактом со стенкой



Фиг. 9. Зависимости коэффициента проскальзывания  $\omega$  (а) и коэффициента сопротивления  $B_{cm}$  (б) от угла наклона трубы  $\alpha$  при движении сферической частицы в водном растворе глицерина для шероховатости  $h_p = 1.26$  мк. Точкам 1–5 соответствуют давления  $P_s = 1.7; 1; 0.36; 0.22; 0.065$  атм. Пунктирная линия – расчетное значение  $\omega = 0.16$ , соответствующее касанию частиц стенки; сплошная линия – расчетная зависимость давления  $P_m(\alpha)$

движении частицы. Эти выводы согласуются с выводами, сделанными выше при использовании параметров  $\alpha$ ,  $\epsilon_p$  и  $k_s$ .

**4. Рассмотрение некоторых возможных механизмов бесконтактного движения частицы.** Рассмотрим влияние статического давления на движение частицы вдоль стенки. Опыты проводятся на водном растворе глицерина (см. выше) в трубе с  $D = 4$  см. Постоянное исходное статическое давление  $P_s$  задавалось с помощью насоса в диапазоне от 1.7 до 0.065 атм, что было больше давления насыщенных паров раствора ( $P_{sp} \approx 5 \cdot 10^{-4}$  атм). Давление  $P_s$  измерялось манометром в воздухе над поверхностью жидкости. Стальная частица поднималась магнитом в верхнюю часть трубы, после чего магнит убирался, и частица двигалась вдоль наклонной стенки под действием своего веса. Далее опыты проводились по той же методике, что и при атмосферном давлении (см. выше).

Зависимости  $\omega = d\Omega/2u$  и  $B_{cm} \sim 1/u$  от угла наклона трубы  $\alpha$  при различных значениях статического давления  $P_s$  приведены на фиг. 9 для частицы диаметром 0.4 см с  $\epsilon_p = 6.21 \cdot 10^{-4}$ .

Зависимости  $\omega(\alpha)$  и  $B_{cm}(\alpha)$  существенно отличаются для различных  $P_s$ . Максимальное отличие для  $\omega$  достигается при  $\alpha = 50^\circ$  (в 1.5 раза при изменении  $P_s$  от 1.7 до 0.056 атм). При  $\alpha \rightarrow 0$  отличие в движении частицы при различных  $P_s$  исчезает.

Влияние давления  $P_s$  на движение частицы при фиксированном угле  $\alpha$  снижается с ростом  $\epsilon_p$  и при  $\epsilon_p = 2.02 \cdot 10^{-3}$  практически не наблюдается. Не наблюдается влияние  $P_s$  на движение и в случае седиментации частицы по оси симметрии вертикально расположенной трубы.

На фиг. 9 пунктиром проведена прямая, соответствующая значению  $\omega = 0.16$ , которое получено по формулам (1.11), (1.12) при  $\epsilon = \epsilon_p = 6.21 \cdot 10^{-4}$  и  $B_m = 0$ . Это значение соответствует касанию частицей стенки (см. обсуждение фиг. 3, 4). При  $\omega(\alpha) < 0.16$  движение частицы происходит без контакта со стенкой. Согласно этому представлению, область бесконтактного со стенкой движения частицы увеличивается с уменьшением  $P_s$ . Так при  $P_s = 0.065$  атм при  $\alpha \geq 70^\circ$  движение частицы бесконтактное, а при  $P_s = 1.7$  атм такое движение практически отсутствует при любых  $\alpha$ . Как уже отмечалось выше (фиг. 6, 7), область бесконтактного движения при фиксированном  $P_s$  увеличивается с уменьшением  $\epsilon_p$ .

Полученные результаты говорят в пользу кавитации [11], развивающейся в тонком слое между частицей и стенкой в силу следующей схемы рассуждений.

На основе уравнений Стокса в [2, 11] показано, что при движении частицы вдоль стенки в тонком смазочном слое под частицей составляющая давления, обусловленная движением частицы, достигает своих  $\max$  и  $\min$  непосредственно до и после оси симметрии частица–плоскость. При этом минимальное давление отрицательное и по своему модулю  $P_m$  равно максимальному<sup>1</sup>

$$P_m = \frac{9}{20} \sqrt{\frac{3}{2}} \eta \left( u + \frac{d\Omega}{2} \right) h^{-2} \sqrt{\frac{dh}{2}} \quad (4.1)$$

В области под частицей, где выполняется неравенство ( $P_s$  – статическое давление)

$$P_s - P_m \leq 0 \quad (4.2)$$

возможна кавитация. Давлением насыщенных паров жидкости пренебрегаем. При движении без кавитации отрицательное и положительное давления компенсируют друг друга, и подъемная сила  $F_N = 0$ . В случае возникновения кавитации [11] отрицательное давление полностью не реализуется из-за слабой способности жидкости с пузырьками (или каверны), образующей кавитационную область, выдерживать его. За счет же полностью неуравновешенного положительного давления возникает подъемная сила  $F_N \neq 0$ .

Таким образом, в случае развития кавитации появляется зависимость движения частицы от давления  $P_s$  и возможность бесконтактного со стенкой движения частицы ( $F_N = P_s \cos \alpha$ ), что качественно согласуется с приведенными выше экспериментами.

На фиг. 9 сплошной линией показана зависимость  $P_m(\alpha)$ , рассчитанная по формуле (4.1) с использованием экспериментальных данных. При этом полагали, что  $h = h_p$ . Согласно неравенству (4.2) и фиг. 9, кавитация существует для всех использованных в экспериментах значений  $P_s$ . Область значений  $\alpha$ , где существует кавитация, растет с уменьшением  $P_s$ .

Различие (фиг. 3, 4) движения частицы в жидкостях (силиконовой и растворе глицерина) с одинаковой вязкостью может быть связано либо с более тонкими свойствами кавитирующей жидкости (например, различие поверхностного натяжения [12]), либо вообще не связано с явлением кавитации.

Во втором случае это может быть связано с неньютоновскими свойствами жидкости (сдвиговая упругость [2] и аномалия вязкости [11]), которые могут проявляться при больших скоростях сдвига  $\dot{\gamma}$  ( $\dot{\gamma} > 10^4 \text{ с}^{-1}$  в экспериментах) в зазоре между частицей и стенкой.

Если  $\dot{\gamma} \theta \sim 1$  ( $\theta$  – время релаксации), то это может, в принципе, привести к появлению нормального к стенке усилия [13], соизмеримого с весом частицы. Для выяснения возможности этого в растворах глицерина добавляли 0.1% полиакриламида. Это не меняло вязкость системы, но в ней появлялась значительная сдвиговая упругость со временем релаксации  $\theta = 0.1$  с. Время релаксации измерялось методом растяжения,

<sup>1</sup> В окончательном виде формула получена О.В. Воиновым.

разработанным в [14]. Никаких изменений в опытах по скатыванию частицы в вязком и вязкоупругом растворах глицерина не было обнаружено. Отметим, что влияние аномалии вязкости на движение частицы не исследовалось.

Вряд ли можно объяснить это различие расклинивающим давлением [1], которое может обеспечить бесконтактное движение частицы. Расстояния между частицей и стенкой при исследуемом движении могли составлять несколько микрон, расклинивающее же давление проявляется на расстояниях менее 0.01 мк. [1]. Следует, тем не менее, отметить, что для раствора глицерина, касторового и силиконового масел такого рода данные отсутствуют, а имеющиеся экспериментальные данные получены для других жидкостей на неподвижных поверхностях.

**Приложение. Методика по измерению трения скольжения.** Для частицы, скатывающейся с проскальзыванием вдоль стенки наклонной трубы, прижимающая сила  $P \cos \alpha$  меньше веса частицы  $P \approx 0.2$  г. Исследование силы трения при таких нагрузках крайне затруднительно. Используемая методика дает возможность определить коэффициент трения скольжения для силы прижатия частицы к стенке  $P_e$  от десятков граммов до веса частицы ( $P_e = P$ ). Последняя достаточно близка к силе прижатия  $P \cos \alpha = 0.8P$  ( $\alpha = 40^\circ$ ), где хорошо наблюдается изучаемый парадокс (фиг. 5). Методика позволяет установить независимость  $k_s$  от скорости движения частицы относительно стенки, а также вид зависимости  $k_s$  от силы прижатия частицы к стенке. Кроме того, основываясь на полученных результатах, можно сделать предположение относительно поведения  $k_s$  во всей изучаемой области нагрузок  $P \cos \alpha$ .

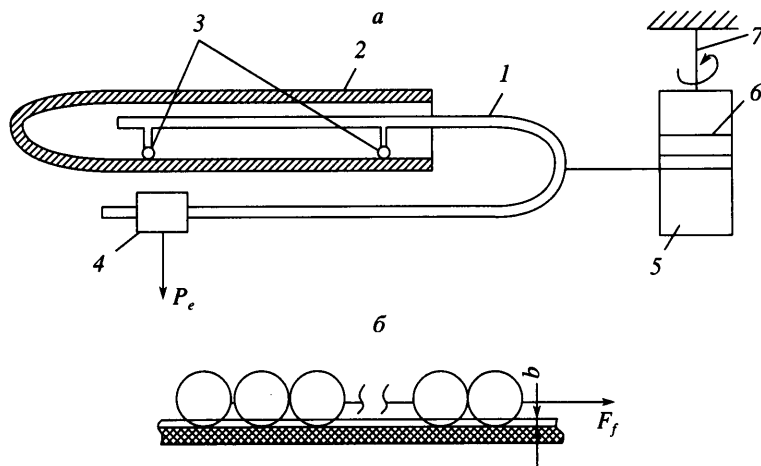
При измерении силы трения в присутствии жидкости (фиг. 2, 10) сферическая частица двигалась вдоль стеклянной стенки трубы, не вращаясь. На стенку, к которой прижималась частица, наносился тонкий (но не молекулярный) слой жидкости толщиной  $b \ll d$ ,  $d$  – диаметр частицы. Опыты проводились при  $20^\circ\text{C}$ . Подъемная сила  $F_n$ , которая может, в принципе, возникать в тонком слое жидкости при движении частицы без вращения, не существенна при определении  $k_s$  из-за достаточно низких скоростей движения частицы и достаточно большой прижимающей частицы силы. Коэффициент трения скольжения в присутствии жидкости определялся с использованием трех схем измерения:

В первом случае схема установки для измерения силы трения скольжения между частицей и стенкой трубы представлена на фиг. 10,а. Коромысло 1 двигалось с постоянной скоростью вдоль стенки трубы 2. Центр тяжести коромысла, для устойчивости последнего, находился под трубой. К коромыслу жестко крепились две сферические частицы 3, по которым осуществлялся контакт с трубой. Сила прижатия частиц к трубе  $P_e$  ( $P_e \gg P$ ) задавалась грузом 4. Постоянная скорость коромысла 3 задавалась вращающимся с постоянной скоростью барабаном 5, на который наматывалась нить 6, связанная с коромыслом. Барабан, скорость вращения которого могла варьироваться, был жестко связан с торсионной балкой 7. По углу закручивания последней определялась сила трения  $F_f$ , а тем самым и коэффициент трения скольжения  $k_s = F_f/P_e$ .

При движении коромысла со сферическими частицами, согласно схемы (фиг. 10, а), могут возникать автоколебания [15], вследствие взаимодействия упругости торсионной балки, инерции системы и трения (трение трогания и движения различны). Автоколебания могут несколько искажать значения  $k_s$ , измеряемые, как усредненные по времени. Поэтому в экспериментах подбирались режимы движения, где автоколебания были небольшие, а чаще практически отсутствовали.

Здесь могли использоваться частицы различных диаметров. Нагрузка на частицу в этой схеме ограничена чувствительностью аппаратуры и весом коромысла. Минимальная нагрузка на одну частицу составляла 30 г. Скорость коромысла изменялась от 0.05 до 0.5 см/с. В этом диапазоне скоростей сопротивление движению слоя жидкости, толщиной  $b$  (не показано на фиг. 10, а) было значительно меньше силы трения частицы о стенку.

Во втором случае вместо коромысла двигалась цепочка из 150 частиц (для создания надежно измеряемой силы  $F_f$  при малом прижатии частицы к стенке) с  $d = 0.455$  см и  $h_p \sim 1$  мк (фиг. 10, б). Эти частицы, в отличие от используемых в основных опытах, были из незакаленной стали, что позволяло просверлить в них отверстия, в которые продевалась нить. Здесь скорость движения частиц снижалась до тех пор, пока измеряемая сила сопротивления движению переставала зависеть от скорости движения частиц. При таких скоростях сопротивление движению слоя жидкости было значительно меньше силы трения частиц о стенку, которая не зависела от скорости движения частиц.



Фиг. 10. Схемы экспериментов по измерению силы трения: *а* – с коромыслом, движущимся с постоянной скоростью; *б* – с цепочкой частиц

В третьем случае измерение трения осуществлялось с помощью двух склеенных [6] (фиг. 2) либо соединенных коромыслом (фиг. 10, *а*) частиц, двигающихся друг за другом вдоль стенки наклонной трубы под действием собственного веса. Ищется наименьший угол  $\alpha_m$ , при котором частицы после придания им начальной скорости (щелчок по трубе вдоль движения) начинают двигаться и проходят конечное расстояние с постоянной скоростью. Трение вдоль трубы слегка менялось от места к месту. Так что существовал некоторый диапазон  $\alpha_m$ . Последнее приводило к 10% разбросу коэффициента трения  $k_s = \operatorname{tg} \alpha_m$ .

Результаты по исследованию трения:

1) При нагрузках 30 г и 0.2 г на частицу (способы 1 и 2, опыты с коромыслом и цепочкой частиц) результаты опытов практически не зависели от скорости движения частиц вдоль стенки ( $u = 0.05\text{--}0.5$  см/с).

2) Коэффициенты трения  $k_s$ , определенные способами 1 и 3 (опыты с коромыслом для горизонтальной и наклонной трубы), совпадают.

3) Коэффициенты трения  $k_s$ , определенные способом 2 (цепочка частиц) и 3 (две склеенные частицы) для  $d = 0.453$  см, совпадают. На основе последнего, при силе прижатия порядка веса частицы, коэффициент трения  $k_s$  для частиц, используемых в основных экспериментах, удобно определять способом 3 для двух склеенных частиц.

Результаты экспериментов для силы прижатия частицы к стенке  $P_e$ , равной 30 г и равной весу частицы ( $P \approx 0.2$  г), приведены в табл. 2 для трех жидкостей. Из табл. 2 видно, что при малых нагрузках коэффициент трения практически перестает зависеть от размера шероховатости частицы  $h_p$ , но несколько зависит от вида жидкости. С ростом же  $h_p$  коэффициент трения  $k_s$  слабо зависит от величины прижимающей силы во всем исследованном диапазоне для силиконовой жидкости и водного раствора глицерина.

На основании вышеизложенного можно предположить (особенно для достаточно больших  $h_p$ ), что при движении с проскальзыванием частицы вдоль наклонной трубы (фиг. 1) разумно использовать  $k_s$ , определенные для двух склеенных частиц (способ 3). Правильность последнего проверялась выше по инвариантности кривых  $V_s(\omega)$  относительно различных коэффициентов трения  $k_s$  (фиг. 6, 8).

**Заключение.** Экспериментально исследовано медленное движение частиц фиксированного диаметра (несколько миллиметров) с разными шероховатостями поверхности вдоль стенки наклонной трубы в трех жидкостях с контролем трения их о стенку.

При достаточно малых шероховатостях (0.02–1.26 мк) движение фиксированной частицы в различных жидкостях одинаковой вязкости существенно различно. Последнее не удается объяснить ни учетом инерции жидкости, ни трением.

При достаточно больших шероховатостях ( $h = 4$  мк) различие движения фиксированной частицы в этих жидкостях исчезает.

При достаточно больших углах наклона трубы  $\alpha$  частица движется в отрыве от стенки [6], “садясь” на стенку при уменьшении угла наклона трубы. Обнаружено, что при больших шероховатостях частица движется в контакте со стенкой при любых  $\alpha$ .

Оценки, сделанные на основании теории [2, 3], показывают, что расстояние между частицей и стенкой при бесконтактном движении доходит до нескольких микрон.

Показана непригодность для объяснения природы подъемной силы, необходимой для бесконтактного со стенкой движения частицы, таких факторов как инерция, сдвигающая упругость жидкости и расклинивающее давление.

Экспериментально обнаружено влияние статического давления на движение частицы вдоль стенки. Изменение статического давления может приводить к бесконтактному со стенкой движению частицы. Согласно [11], эти два факта можно объяснить кавитацией, возникающей в тонком слое между частицей и стенкой.

Автор благодарит А.А. Бармина и А.Н. Осипова за обсуждение работы, Л.Н. Рожкова и А.В. Базилевского за помощь в проведении экспериментов с вязкоупругими жидкостями, В.И. Рогатина и М. Вильямса за помощь в проведении экспериментов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дерягин Б.В. Теория устойчивости коллоидов и тонких пленок. М.: Наука, 1986. 205 с.
2. Goldman A.J., Cox R.G., Brenner H. Slow viscous motion of a sphere parallel to a plane wall // Chem. Eng. Sci. 1967. V. 22. № 4. P. 637–651.
3. O'Neill M.E., Stewartson K. On the slow motion of a sphere parallel to a nearby plane wall // J. Fluid Mech. 1967. V. 27. Pt 4. P. 705–724.
4. Smart J.R., Beimfohr S., Leighton D.T. Measurement of the translational and rotational velocities of a noncolloidal sphere rolling down a smooth inclined plane at low Reynolds number // Phys. Fluids. A. 1993. V. 5. № 1. P. 13–24.
5. Galvin K.P., Zhao Y., Davis R.H. Time-averaged hydrodynamic roughness of a noncolloidal sphere in low Reynolds number motion down in inclined plane // Phys. Fluids. 2001. V. 13. № 11. P. 3108–3109.
6. Прокунин А.Н. О седиментации сферической частицы вдоль наклонной плоскости в вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 4. С. 129–136.
7. Johnson K.L. Contact mechanics. Cambridge: Univ. Press., 1985. 452 p.
8. Прокунин А.Н., Уильямс М.К. О седиментации сферической частицы вдоль наклонной плоскости при больших числах Рейнольдса // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 4. С. 105–112.
9. Rubinow S.I., Keller J.B. The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluids // J. Fluid Mech. 1961. V. 11. Pt 3. P. 447–449.
10. Saffman P.G. The lift on a small sphere in a slow shear flow // J. Fluid Mech. 1965. V. 22. Pt 2. P. 385–400.
11. Prokunin A.N., Voinov O.V. On a cavitation in spherical-particle slow motion in a liquid along a wall. USNCTAM 14, 2002, Blacksburg, p. 257.
12. Воинов О.В., Прокунин А.Н. О медленном бесконтактном движении сферической частицы вдоль стенки в жидкости // Междунар. конф. по коллоидной химии и физико-химической механике. Одесса, 2001. С. 40.
13. Leonov A.I., Prokunin A.N. Nonlinear Phenomena in Flows of Viscoelastic Polymer Fluids. L.: Chapman and Hall, 1994. 475 p.
14. Базилевский А.В., Ентов В.М., Лернер М.М., Рожков А.Н. Распад нитей полимерных растворов // Высокомолекулярные соединения. Сер. А и Б. 1997. Т. 39. № 3. С. 474–482.
15. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1976. 384 с.