

УДК 532.516.5

© 2003 г. В. И. ГРАБОВСКИЙ

ОПТИМАЛЬНЫЙ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЙ РАДИАЛЬНЫЙ ПОДШИПНИК С ПОДАТЛИВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Проведено оптимальное профилирование формы цилиндрической внутренней деформируемой (податливой) поверхности газодинамического радиального подшипника бесконечной протяженности. Сформулирована и решена вариационная задача определения формы зазора, реализующей максимум несущей способности подшипника.

Ключевые слова: газодинамический радиальный подшипник, высота зазора, вариационная задача, участки оптимальности, податливый подшипник, деформируемый вкладыш.

Оптимальное профилирование радиальных подшипников имеет большое значение для создания конкретных технических устройств. Помимо оптимизации параметров подшипников с помощью решения прямых задач значительное место занимают исследования с привлечением вариационных методов. Наибольшее внимание уделялось профилированию зазоров подшипников, обеспечивающих максимальную несущую способность (задача типа задачи Рэлея) [1–4], максимальную жесткость подшипников [5, 6] и минимальное сопротивление на цапфе вала [7, 8]. При этом принималось, что внутренние поверхности подшипника и цапфы абсолютно жесткие и недеформируемые. Однако на практике в связи с эксплуатационными особенностями работы используют подшипники с различного вида деформируемыми вкладышами – лепестковые, фольговые, ленточные и т.д. [9]. Они обладают рядом эксплуатационных достоинств – таких, как повышенная устойчивость к самовозбуждающимся колебаниям в широком диапазоне частот вращения вала, пониженный износ поверхностей трения при высоких частотах вращения, меньшие потери мощности, повышенный верхний предел несущей способности, низкая чувствительность к деформации корпуса и к отклонению от соосности узла подшипника, стойкость к инородным частицам ...

Расчет таких подшипников осуществляется в рамках контактно-газодинамической задачи [10–12], согласно которой имеются две связанные части: газодинамический расчет течения смазки в области близко расположенных поверхностей с изменяемым положением и формой и упругий расчет для определения деформации граничных поверхностей под действием давления смазки. В подшипниках скольжения зависимость вязкости смазки от давления несущественна, и при ее изотермичности можно считать, что $\mu = \text{const}$. Для второй части задачи в первом приближении используется гипотеза Винклера, согласно которой имеется пропорциональность между прогибом поверхности и перепадом давления с разных ее сторон $\Delta \sim (p_+ - p_-)$. При необходимости дальнейшее уточнение можно осуществить методами теории упругости. Для радиальных подшипников такой подход (в рамках упругогазодинамической теории смазки [13]) использовался при решении прямых задач в [14] для жидкой и в [15] для газовой смазки.

Режим работы замкнутых подшипников определяется одним из дополнительных условий [16]: 1) заданием давления на продольной образующей подшипника (в питающей щели), 2) фиксацией массы смазки в подшипнике и 3) учетом сообщения смазочного слоя с внешней средой на торцах подшипника. В данной работе принимается ус-

ловие питающей канавки. При этом используется приближение длинного (бесконечно-го) подшипника, когда давление зависит лишь от окружной переменной (одномерное приближение). В этом случае результаты дают максимальное (предельное) значение несущей способности по сравнению с подшипниками конечной длины.

Считается, что под действием перепада давления внутренняя цилиндрическая поверхность подшипника (вкладыш) может прогибаться по нормали как в ту, так и другую сторону в зависимости от знака разности Δ , причем давление p_- под вкладышем считается постоянным и равным внешнему p_∞ , в то время как над вкладышем, со стороны рабочего зазора подшипника, p_+ – величина переменная и может быть при вращении вала и больше, и меньше p_∞ . При покоящемся вале всюду в зазоре $p = p_\infty$, поверхность вкладыша подшипника недеформирована и зазор между вкладышем и цапфой вала имеет некоторую толщину $h_0(\theta)$. Поверхность цапфы считается абсолютно жесткой и недеформируемой. При вращении вала рабочий зазор со смазкой принимает толщину $h(\theta)$ из-за изменения размера вкладыша в соответствии с соотношением

$$h(\theta) = h_0 + \alpha_0(p - p_\infty)$$

где α_0 – податливость вкладыша.

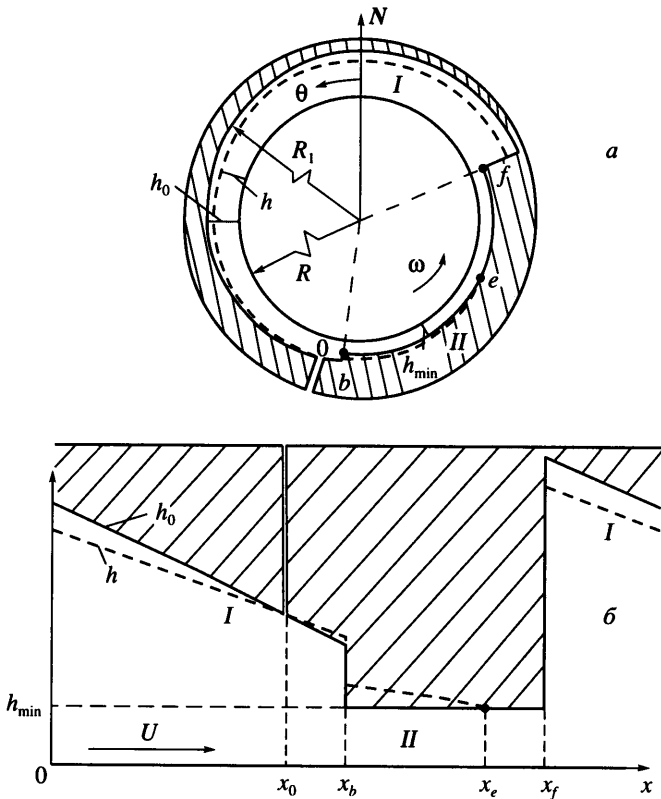
Ометим роль необходимого в вариационных задачах нижнего ограничения на минимальную толщину зазора. В данном случае оно действует как на h_0 , так и h : $h_0 \geq h_{\min}$, и $h \geq h_{\min}$. В задачах типа Рэлея (на максимальную несущую способность) без этого условия решения нет (несущая способность неограниченно возрастает с уменьшением минимальной толщины зазора). Величина h_{\min} физически определяется, например, размерами шероховатостей поверхностей цапфы и вкладыша и конструктивно может обеспечиваться кольцевыми выступами в некоторых сечениях цапфы. Возможное верхнее ограничение на максимальную толщину зазора [7, 8], вызванное конструктивными особенностями вкладыша, здесь не рассматривается.

Формулируется следующая вариационная задача. Определить такую первоначально недеформированную форму зазора подшипника $h_0(\theta)$, которая обеспечивала бы наибольшую несущую способность во время его работы (при вращении вала), сопровождаемой деформированием вкладыша.

1. Рассматривается бесконечный радиальный подшипник с газовой смазкой. Выбираются цилиндрические координаты r, θ, z с осью z , направленной по продольной оси подшипника. Цапфа радиуса R вращается против часовой стрелки с угловой скоростью ω , а цилиндрический подшипник, уравнение поверхности которого с учетом толщины вкладыша, покрывающего всю его поверхность, $r = R_1(\theta)$, неподвижен (фиг. 1, а). Таким образом, поверхность цапфы движется с постоянной скоростью $U = R\omega$. Вводится высота зазора $h(\theta) = R_1(\theta) - R$, удовлетворяющая неравенству $h_{\min} \leq h \ll R$. При переходе к переменным $x = \theta/(2\pi)$ и $y = r - R$ ($0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq h$) (фиг. 1, б), где x , как и θ , – циклическая переменная, для параметров смазочного слоя получаются уравнения, совпадающие по форме с уравнениями смазки в зазоре плоского ползуна. Форму зазора при вращающейся цапфе определяет его граница $h(x)$, а при неподвижной – $h_0(x)$, образующие основание подшипника с учетом вкладыша. Толщина зазора $h(x)$ (и $h_0(x)$) имеет минимально возможную величину h_{\min} в качестве физического ограничения.

В общем случае h и h_0 могут иметь ступеньки в сечениях $x = x_{dk}$ ($k = 1, \dots, m$). Они являются сечениями сопряжения участков разных типов. Параметрам, в частности h , в этих точках приписываются соответствующие индексы и дополнительно знак минус (плюс) для значений до (после) разрыва, по направлению движения вала. На фиг. 1 зазоры подшипников изображены в увеличенном масштабе, на что указывают разрывы на радиусах R и R_1 . Вязкость газа μ и его температура предполагаются постоянными, а его плотность ρ – функцией давления p

$$\rho = c p \tag{1.1}$$



Фиг. 1. К постановке задачи: (а) конфигурация зазора подшипника в цилиндрических координатах и (б) форма зазоров в развернутом виде; h_0 – сплошные, h – штриховые кривые, I, II – участки оптимальности, вкладыши – заштрихованные области

с константой c . Это равенство соответствует достаточно близкому к реальным условиям течению в узком зазоре ($h \ll R$) сжимаемой изотермической смазки.

Вводятся безразмерные переменные с масштабами R и h_{\min} для r и y , h соответственно. За масштабы плотности, давления и скорости $V(u, v)$ принимаются соответственно $\gamma \rho_{\infty}$, $\gamma \rho_{\infty} U^2$ и U . Безразмерный комплекс γ связан с изотермическим числом Маха M и с параметром сжимаемости Λ или с числом подшипника χ [17] равенством (различие вызвано разным выбором характерных величин для длины и давления)

$$\Lambda = \chi = \gamma M^2 (2\pi)^{-1}, \quad \gamma = 12\pi R \mu (\rho_{\infty} U h_{\min}^2)^{-1}, \quad M^2 = U^2 \rho_{\infty} p_{\infty}^{-1} \quad (1.2)$$

Во второй и третьей формулах величины справа размерные и ρ_{∞} соответствует давлению p_{∞} .

Для решения задачи о смазке в подшипнике привлекается вместе с соотношением (1.1) уравнение Рейнольдса для давления с условием периодичности для него. Однако этого условия недостаточно. Как уже подчеркивалось, здесь дополнительное условие для давления в бесконечном подшипнике принимается в виде условия питающей канавки $p(\theta_0) = p_{\infty}$. В вариационной задаче координата θ_0 заранее неизвестна.

При постоянстве расхода смазки Q в окружном направлении получается известное одномерное уравнение для давления

$$p' = (h - qp^{-1})h^{-3}, \quad q = 2Q, \quad Q = \int_0^h pudy = \text{const} \quad (1.3)$$

$$h(x) = h_0 + \alpha(p - p_\infty), \quad \alpha = \alpha_0 \gamma \rho_\infty U^2 h_{\min}^{-1}, \quad \alpha_0 = E^{-1}(1 - \nu^2)F \quad (1.4)$$

где штрих означает дифференцирование по x . В (1.4) ν – коэффициент Пуассона, E – модуль упругости материала вкладыша, а функция F определяется конструктивными особенностями вкладыша, как, например, в [14] или [15], и условиями его работы. Ввиду указанного выше ограничения на h и h_0 соотношение (1.4) выполняется только на участках $h > 1$.

Из выписанного дифференциального уравнения следует, что решение зависит от безразмерного параметра p_∞ , определяемого числом M и γ

$$p_\infty = (\gamma M^2)^{-1}$$

Обозначая через Y и X – вертикальную и боковую составляющие силы N , действующей из-за окружной неравномерности распределения давления по поверхности цапфы, вводятся коэффициенты несущей способности C_Y и C_X равенствами

$$C_Y = \frac{Y}{2\pi R \gamma \rho_\infty U^2}, \quad C_X = \frac{X}{2\pi R \gamma \rho_\infty U^2} \quad (1.5)$$

где размерные Y и X – величины, приходящие на единицу длины цапфы. Для C_Y и C_X имеем (θ_N – угол нагрузки)

$$C_Y = -\int_0^1 p \cos \theta dx, \quad C_X = \int_0^1 p \sin \theta dx, \quad \theta = 2\pi x, \quad (1.6)$$

$$C_N = (C_X^2 + C_Y^2)^{0.5}, \quad \theta_N = \arcsin(-C_X C_N^{-1})$$

Итак, согласно сформулированной вариационной задаче, необходимо найти такое первоначальное распределение высоты зазора $h_0(x)$, которое обеспечивало бы максимум C_N при давлении, определяемом из (1.3), с соответствующими условиями для него, а также с учетом соотношения (1.4) и ограничений

$$1 \leq h(x), \quad 1 \leq h_0(x) \quad (1.7)$$

2. Для решения поставленной задачи на условный экстремум с учетом (1.3), (1.4) и (1.6) составляется функционал Лагранжа

$$J = C_N + \int_0^1 \lambda (hp - ph^3 p' - q) dx + \int_{h>1} \mu [h - h_0 - \alpha(p - p_\infty)] dx$$

с переменными множителями Лагранжа $\lambda(x)$ и $\mu(x)$. Множитель μ вводится только на участках справедливости равенства (1.4), т.е. при $h > 1$. Вне таких участков $\mu \equiv 0$. Для получения необходимых условий оптимальности оптимизируемый функционал J варьируется, при этом вариация $\Delta J \leq 0$ при $\Delta C_N \leq 0$, так как эти вариации совпадают.

Пусть для определенности вектор несущей способности направлен вертикально вверх, т.е. $\theta_N = 0$. В таком случае в соответствии с известными правилами вариационного исчисления получается

$$\Delta C_N = \Delta J = \sum_{k=1}^m \{[(\lambda h^3 p p')_- - (\lambda h^3 p p')_+] \Delta x + [(\lambda h^3 p)_+ - (\lambda h^3 p)_-] \Delta p\}_{dk} - \quad (2.1)$$

$$- \Delta q \int_0^1 \lambda dx + \int_{h=1}^1 (A \delta p + B \delta h) dx + \int_{h>1} [(A - \alpha \mu) \delta p + (B + \mu) \delta h - \mu \delta h_0] dx$$

$$A = (\lambda p h^3)' + \lambda q p^{-1} - \cos(2\pi x), \quad B = \lambda h^{-1} (3q - 2hp)$$

где δp , δh , δh_0 и Δq – соответствующие вариации функций и расхода q , а Δx_{dk} и Δp_{dk} – приращения x и p на разрывах h . Положения m разрывов неизвестны и определяются в процессе решения. В число этих сечений включаются и возможные сечения разрывов множителя λ при непрерывном h . Разрывы h (при непрерывном давлении) характерны для оптимальных решений в задачах о смазке [1–8].

В согласии с выражением (2.1) сначала формулируется сопряженная задача, определяющая множители Лагранжа для любых зазоров (в том числе неоптимальных), которые в силу условий (1.7) могут быть образованы участками с кусочно-непрерывными функциями $h(x) \geq 1$ и $h_0(x) \geq 1$. Множитель $\lambda(x)$ определяется дифференциальными уравнениями и условиями

$$(\lambda p h^3)' + \lambda q p^{-1} - \cos(2\pi x) - \alpha \mu = 0, \quad h(x) > 1 \quad (2.2)$$

$$(\lambda p h^3)' + \lambda q p^{-1} - \cos(2\pi x) = 0, \quad h(x) = 1 \quad (2.3)$$

$$\{(\lambda h^3)_+ - (\lambda h^3)_-\}_{dk} = 0 \quad (2.4)$$

$$\int_0^1 \lambda dx = 0 \quad (2.5)$$

Сопряженная задача для множителя $\mu(x)$, отличного от нуля только на участках, где $h(x) > 1$, сводится к уравнению

$$\mu = \lambda h^{-1} (2hp - 3q) \quad (2.6)$$

Уравнения и условия (2.2)–(2.6) определяют множители λ и μ для любых допустимых, т.е. удовлетворяющих условиям (1.7), кусочно-непрерывных $h(x)$ и $h_0(x)$. В общем случае неоптимального зазора получающийся из решения сопряженной задачи множитель λ не удовлетворяет условию периодичности. Действительно, выбор начального значения λ_0 для интегрирования уравнений (2.2) и (2.3) "расходится" на удовлетворение условия (2.5), а других свободных параметров в задаче (2.2)–(2.6) нет.

Начальное значение λ_0 удобно задавать при расчете в сечении питающей щели (точнее, справа от него $x = x_{0+}$), а при интегрировании уравнения для λ от этого сечения (начала от x_{0+} до 1, а затем от 0 до x_{0-}) положить $\lambda(0) = \lambda(1)$. При этом, хотя $\lambda_{0-} \neq \lambda_{0+}$, слагаемого с Δp_0 в выражении для ΔC_N не появляется, так как p_0 фиксировано ($p_0 = p_\infty$).

При найденных указанным способом множителях Лагранжа выражение (2.1) для ΔC_N принимает вид

$$\Delta C_N = \sum_{k=1}^m [(\lambda h^3 p p')_- - (\lambda h^3 p p')_+]_{dk} \Delta x_{dk} - \int_{h>1} \mu \delta h_0 dx + \int_{h=1} B \delta h dx \quad (2.7)$$

где слагаемое под знаком суммы, отвечающее сечению питающей щели, не совпадающим с разрывом h , равно

$$(h^3 p p')_0(\lambda_- - \lambda_+) \Delta x_0$$

В (2.7) в отличие от (2.1) все вариации независимые. Это дает следующие условия оптимальности. Так как Δx_{dk} может быть любым, то при оптимальном положении разрыва $h(x)$ коэффициент при Δx_{dk} в (2.7) должен обращаться в нуль. Откуда и из (2.4) получается условие

$$\lambda_{dk-} = \lambda_{dk+} = 0 \quad (2.8)$$

определяющее положение разрывов высоты зазора в оптимальном подшипнике.

На той части участка $h(x) > 1$, где $h_0(x) > 1$, вариации $\delta h_0(x)$ произвольны. Поэтому, согласно первому интегралу в (2.7), с учетом (2.6) соответствующее условие оптимальности принимает вид

$$\mu \equiv \lambda h^{-1}(2hp - 3q) = 0, \quad h(x), h_0(x) > 1 \quad (2.9)$$

На той части участка $h(x) > 1$, где $h_0(x) = 1$, допустимые вариации $\delta h_0(x) \geq 0$. Поэтому здесь условие максимума C_N формулируется, также согласно первому интегралу (2.7), уже в виде неравенства

$$\lambda(2hp - 3q) \geq 0, \quad h(x) > 1, \quad h_0(x) = 1 \quad (2.10)$$

Наконец, если оптимальный зазор содержит участок (или участки) $h(x) = 1$, то на нем при любых $h_0(x) \geq 1$, согласно второму интегралу в (2.7), должно выполняться также неравенство

$$\lambda(2hp - 3q) \geq 0, \quad h(x) = 1 \quad (2.11)$$

По форме условия (2.10) и (2.11) идентичны, хотя и выполняются на разных участках краевого экстремума: первое на участке $h_0(x) = 1$ при $h(x) > 1$, а второе – где $h(x) = 1$. На участке $h(x) = 1$ равенство (1.4), связывающее $h(x)$, $h_0(x)$ и перепад давления $(p - p_\infty)$, не имеет места, и в этом смысле $h_0(x)$ формально неопределенно. Несмотря на это, на участке $h(x) = 1$ для определенности естественно положить $h_0(x) = h(x) = 1$. Правомерность этого подтверждается дальнейшими расчетами.

Совместное решение уравнений (1.3) и (1.4) с условием периодичности для давления $p(1) = p(0)$, уравнений и условий сопряженной задачи (2.2)–(2.6) и условий оптимальности (2.8)–(2.11) позволяют найти оптимальные $h_0(x)$ и $h(x)$, отвечающее $h(x)$ распределение давления $p(x)$, расход q и множители Лагранжа $\lambda(x)$ и $\mu(x)$. Как уже указывалось, при этом в качестве дополнительного условия, которое определяет уровень давления, используется условие питающей канавки для бесконечного подшипника $p(x_0) = p_\infty$ с заранее неизвестной координатой x_0 .

Из анализа полученных уравнений и условий вытекает структура оптимального решения. Функция $h_0(x)$ содержит участок двустороннего экстремума (участок I), на котором в согласии с (2.9)

$$h = 1.5qp^{-1}, \quad h_0 = h - \alpha(p - p_\infty)$$

и участок краевого экстремума (участок II) $h_0(x) \equiv 1$, на котором выполняется первое неравенство из (2.10). Эти участки стыкуются разрывным образом в двух сечениях $x = x_{d1} = x_b$ и $x = x_{d2} = x_f$ (фиг. 1, б).

α	0	2	5	10	20	30
$x_0 \cdot 10^4$	8374	3251	4499	4676	4734	4751
$q \cdot 10$	1.652	1.256	1.076	1.041	1.028	1.025
$C_N \cdot 10^2$	1.213	1.104	1.086	1.082	1.080	1.079
$C_N q^{-1} \cdot 10$	0.730	0.877	1.010	1.040	1.050	1.053
$C_M \cdot 10$	1.383	1.330	1.330	1.332	1.333	1.333
$C_N C_M^{-1} \cdot 10$	0.878	0.830	0.817	0.812	0.810	0.810
$x_b \cdot 10^4$	5174	4961	4836	4807	4795	4791
$x_c \cdot 10^4$	8374	7475	6493	5969	5639	5505
$x_f \cdot 10^4$	8374	8176	8126	8125	8126	8127
$\Delta \cdot 10^4$	3200	3215	3290	3318	3331	3336
h_{b-}	1.562	1.582	1.544	1.562	1.530	1.528
h_{0b-}	1.562	1.544	1.522	1.516	1.512	1.511
h_{b+}	1	1.038	1.023	1.018	1.017	1.017
h_{0b+}	1	1	1	1	1	1
h_{f-}	1	1	1	1	1	1
h_{f+}	2.477	2.782	2.930	2.960	2.971	2.974
h_{0f+}	2.477	2.847	3.155	3.432	3.932	4.423
$p_{\max} \cdot 10$	1.586	1.191	1.05	1.018	1.009	1.006
$p_{\min} \cdot 10$	1	0.677	0.55	0.528	0.519	0.517

На участке II в зависимости от уровня давления могут реализоваться две возможности для h : $h > h_0$ и $h = h_0 \equiv 1$. В первом случае должно быть $p > p_\infty$ и, согласно (2.11) и (1.4)

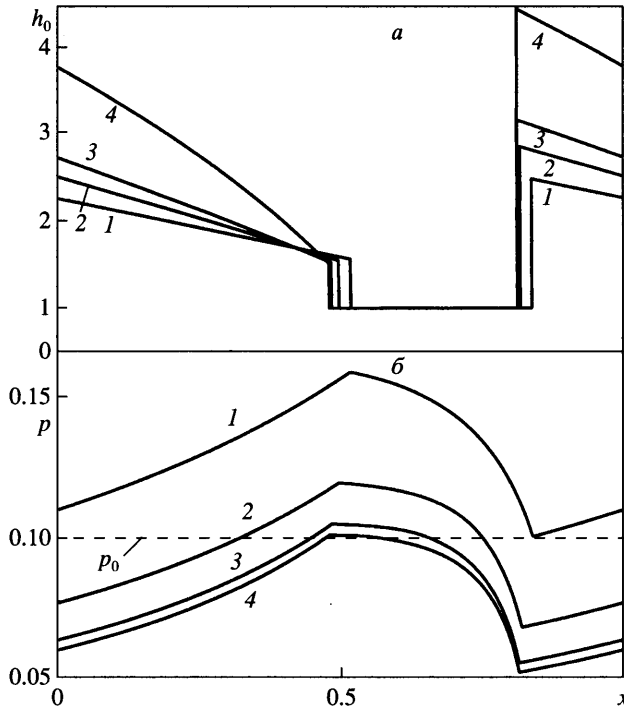
$$\mu = \lambda h^{-1}(2hp - 3q) \geq 0, \quad h = 1 + \alpha(p - p_\infty) \quad (2.12)$$

Второй случай реализуется при $p < p_\infty$ и $h = 1$. Как уже отмечалось, условие оптимальности в этом случае имеет вид того же неравенства, что в (2.12). Эти две части участка II разделены сечением $x = x_c$.

Важный момент оптимального решения связан с определением положения питающей щели. Ее оптимальная координата x_0 , в данной задаче не совпадающая ни с одной из координат сечений разрыва высоты зазора, в согласии с приведенным после (2.7) выражением с Δx_0 , находится из условия непрерывности λ при $x = x_0$.

3. Рассмотрим результаты расчетов для нулевого угла нагрузки θ_N . В таблице представленные результаты отвечают параметру $p_\infty = 0.1$ ($\gamma = 20$, $M = 0.707$) и разным $\alpha > 0$. При $p_\infty \rightarrow 0$ свойство сжимаемости смазки приобретает все большее значение. Первая колонка соответствует оптимальному подшипнику с недеформируемым вкладышем – $\alpha = 0$, $h \equiv h_0$, т.е. известному решению для радиального газового подшипника (см., например, [4, 8]), а для следующих колонок – $\alpha > 0$.

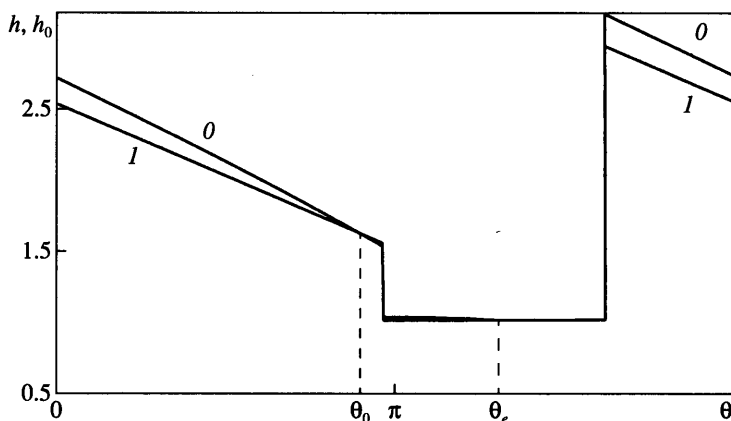
Как результаты решения приведены геометрические параметры оптимального зазора: x_0 – координата питающей щели, где $p = p_\infty$; x_b, x_f – координаты сечений разрыва h и h_0 , где соединяются участки разных типов; $\Delta = x_f - x_b$ – протяженность участка с минимальным размером зазора; h_b, h_f, h_{b0} и h_{f0} – текущие и первоначальные значения вы-



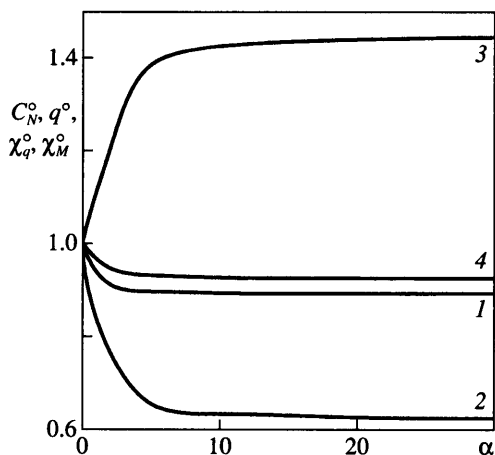
Фиг. 2. Оптимальный зазор радиального подшипника $h_0(x)$ (а) и давление $p(x)$ (б) в нем при работе подшипника при разных α : кривые 1 – 4 соответствуют значениям $\alpha = 0, 2, 5, 30$

сот зазора перед () и за () сечениями их разрывов; p_{\max} и p_{\min} – максимальные и минимальные уровни давления в зазоре. Интегральные характеристики представлены коэффициентами момента трения C_M на цапфе вала, несущей способности C_N подшипника, окружного расхода смазки q и удельных несущих способностей $\chi_q = C_N q^{-1}$, $\chi_M = C_N C_M^{-1}$.

На фиг. 2, а, б представлены распределения $h_0(x)$ и соответствующие им в рабочем состоянии $p(x)$ для разных $\alpha \geq 0$. Видно характерное расположение участков оптимальности: двустороннего и краевого экстремумов – с наличием разрывов сечения зазора между ними, аналогично оптимальным подшипникам с недеформируемыми стенками [4, 8]. Первоначальная высота зазора h_0 в основном всюду больше, чем для случая $\alpha = 0$, и это различие возрастает с увеличением α . Рост α сопровождается также смещением участка минимального сечения против направления вращения вала и сокращением его протяженности. Деформация h от h_0 при вращении вала происходит как в сторону уменьшения (отжимание вкладыша к цапфе), так и в сторону увеличения (сжатие вкладыша от цапфы). Последнее происходит в зоне вблизи разрыва $x = x_b$ ($x_0 < x < x_e$), где устанавливается давление, большее внешнего ($p > p_\infty$). На остальной части зазора давление меньше внешнего ($p < p_\infty$). С ростом α зона разрежения увеличивается до полного заполнения при $\alpha \rightarrow \infty$ всего зазора, т.е. реализуется "режим разрежения". Режим разрежения получается при питающей канавке вблизи первого разрыва сечения по ходу вращения вала ($x = x_b$) в противоположность



Фиг. 3. Оптимальный зазор радиального подшипника $h_0(\theta)$ (кривая 0) и $h(\theta)$ (1) при $\alpha = 5$



Фиг. 4. Зависимости приведенных значений коэффициента несущей способности C_N^0 (1), расхода q^0 (2), χ_q^0 (3) и χ_M^0 (4) для оптимальных зазоров от α

случаю $\alpha = 0$, когда устанавливается режим избыточного давления с питающей канавкой в сечении $x = x_f$. Отметим, что подшипники и с $\alpha = 0$ могут работать как в этом режиме, так и при полностью избыточном давлении [4] с одинаковой несущей способностью в зависимости от расположения сечения x_0 .

Преимущественное пониженное давление в зазоре при больших α приводит к уменьшению максимальной рабочей высоты зазора при сохранении минимальной его высоты (ввиду физического ограничения). Интересно, что при этом на участке минимального зазора h и h_0 практически не различаются, поэтому здесь установка деформируемого вкладыша является излишней.

На фиг. 3 для $\alpha = 5$ сравниваются $h_0(\theta)$ и $h(\theta)$. Видно, что при таком α на большей части зазора вкладыш втягивается к цапфе. Напомним, что решения получены для несущей способности, направленной вверх – $\theta_N = 0$. На фиг. 4 показаны интегральные

характеристики оптимальных подшипников. Приведены характеристики, отнесенные к соответствующим значениям при $\alpha = 0$: кривая 1 отвечает $C_N^0 = C_N/C_{N0}$, а $2 - q^0 = q/q_0$.

Также даны отношения $\chi_q^0 = \chi_q/\chi_{q0}$ (3) и $\chi_M^0 = \chi_M/\chi_{M0}$ (4), характеризующие эффективность работы подшипника. Видно, что несущая способность (1) и расход смазки (2) меньше, чем для случая оптимального подшипника с недеформируемыми стенками. Однако их отношение (3), определяющее эффективность работы, в смысле расхода смазки, больше единицы и значительно увеличивается с ростом α . Несущая способность по отношению к моменту трения (4) немного ухудшается. Отметим, что наибольшее влияние параметра α на приведенные характеристики соответствует достаточно малым $\alpha < 10$ с их асимптотическим изменением при $\alpha \rightarrow \infty$.

Заключение. Для цилиндрического радиального газового подшипника с податливой поверхностью поставлена и решена вариационная задача теории смазки, заключающаяся в определении оптимальной первоначальной формы основания подшипника, обеспечивающая наибольший коэффициент несущей способности C_N при работе подшипника. Показано, что оптимальная форма основания подшипника – разрывная функция с участками разного типа: двустороннего экстремума и краевого экстремума с минимально допустимой толщиной h_{\min} смазки. При этом фиксируются угловая скорость вращения ω и радиус R цапфы вала, h_{\min} , вязкость, температура смазки и податливость α вкладыша на поверхности подшипника. Решение задачи существенно зависит от параметра $\gamma = 12\pi\mu R(\rho_\infty U h_{\min}^2)^{-1}$, величины давления p_∞ в питающей канавке и α . Построенные решения позволяют находить несущую способность и геометрические параметры формы зазора со смазкой при разных γ , p_∞ и α . Во всех случаях величина C_N всегда меньше C_{N0} , соответствующей $\alpha = 0$, при одинаковых других параметрах.

Автор благодарит А.Н. Крайко за ценные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№№ 00-15-99039 и 02-01-00422).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Maday C.J.* The maximum principle approach to the optimum one-dimensional journal bearing // Trans. ASME. Ser.F. J. Lubr. Technol. 1970. V. 92. № 3. = Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Ф. Проблемы трения и смазки. 1970. Т. 92. № 3. С. 111–119.
2. *Rohde S.M.* A demonstrably optimum one-dimensional journal bearing // Trans. ASME. Ser.F. J. Lubr. Technol. 1972. V. 94. № 2. = Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер.Ф. Проблемы трения и смазки. 1972. Т. 94. № 2. С. 89–93.
3. *McAllister G.T., Rohde S.M.* Optimum design of one-dimensional journal bearings // J. Optimiz. Theory Appl. 1983. V. 41. № 4. P. 599–617.
4. *Болдырев Ю.Я., Слесарев М.Е.* Одномерный радиальный газовый подшипник с максимальной несущей способностью // Машиноведение. 1987. № 4. С. 97–103.
5. *Kanarachos A.* A contribution to the problem of designing optimum performance bearings // Trans. ASME. Ser.F. J. Lubr. Technol. 1977. V. 99. № 4. = Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер.Ф. Проблемы трения и смазки. 1977. Т. 99. № 4. С. 86–94.
6. *Алексеев Н.С., Болдырев Ю.Я.* Оптимизация формы радиального секторного подшипника с газовой смазкой по критерию устойчивости // Машиноведение. 1984. № 2. С. 98–102.
7. *Грабовский В.И., Крайко А.Н.* Профилирование зазора радиального подшипника с минимальным моментом сопротивления // ПММ. 1999. Т. 63. Вып. 3. С. 470–480.
8. *Грабовский В.И.* Оптимальный радиальный газовый подшипник с минимумом момента сопротивления // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 6. С. 63–75.
9. *Пешти Ю.В.* Газовая смазка. М.: Изд-во МГТУ, 1993. 381 с.
10. *Коднир Д.С.* Контактная гидродинамика деталей машин. Куйбышев: Куйбышевск. авиац. ин-т, 1970. 115 с.

11. Коднир Д.С., Жильников Е.П., Байбородов Ю.И. Эластогидродинамический расчет деталей машин. М.: Машиностроение, 1988. 160 с.
12. Галахов М.А., Гусятников П.Б., Новиков А.П. Математические модели контактной гидродинамики. М.: Наука, 1985. 294 с.
13. Усков М.К., Максимов В.А. Гидродинамическая теория смазки. М.: Наука. 1985. 143 с.
14. Conway H.D., Lee H.C. The analysis of the lubrication of a flexible journal bearing // Trans. ASME. Ser. F. J. Lubr. Technol. 1975. V. 97. № 4. = Тр. Америк. о-ва инж.-мех. Сер. Ф. Проблемы трения и смазки. 1975. Т. 97. № 4. С. 35–40.
15. Heshmat H., Walowit J.A., Pinkus O. Analysis of gas lubricated foil journal bearings // Trans. ASME. Ser. F. J. Lubr. Technol. 1983. V. 105. No. 4. = Тр. Америк. о-ва инж.-мех. Сер. Ф. Проблемы трения и смазки. 1983. Т. 105. № 4. С. 124–132.
16. Константиnescу В.Н. Газовая смазка. М.: Машиностроение, 1968. 718 с.
17. Опоры скольжения с газовой смазкой / Под ред. С.А. Шейнберга. М.: Машиностроение, 1979. 336 с.

Москва
E-mail vig@ciam.ru

Поступила в редакцию
29.V. 2002