

УДК 533.69.01

© 2003 г. Н. Б. ИЛЬИНСКИЙ, А. В. ПОТАШЕВ

**МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА ПОСТРОЕНИЯ
И АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА
СКОЛЬЗЯЩЕГО ПРОФИЛЯ КРЫЛА ЭКРАНОПЛАНА**

Поставлена и решена задача построения и аэродинамического расчета крылового профиля, скользящего своей задней кромкой по плоскому горизонтальному экрану. Известная нижняя часть контура профиля представляет собой прямолинейный отрезок, образующий заданный угол с экраном, верхняя – отыскивается по заданному распределению скорости. Это распределение берется из класса гидродинамически целесообразных распределений, гарантирующих безотрывность обтекания профиля в рамках принятой математической модели течения. Описанная задача сведена к смешанной краевой задаче в полуплоскости, решение которой получено в аналитической форме. Для вычисления коэффициента подъемной силы введено предположение о наличии тонкой струйки, протекающей между горизонтальным участком контура профиля в его кормовой части и экраном. Исследовано влияние закона падения давления в этой струйке (от давления торможения до давления на выходе) на величину коэффициента подъемной силы. На основе проведенных расчетов сделаны выводы о влиянии угла наклона прямолинейного участка на форму контура профиля, а также показано, как влияют угол наклона и величина максимальной скорости на профиле на его форму и коэффициент подъемной силы.

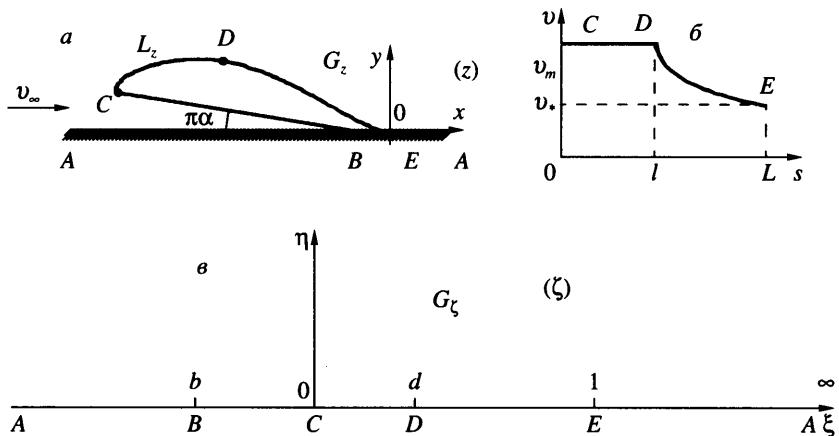
Ключевые слова: экраноплан, крыловой профиль, горизонтальный экран, смешанная краевая задача.

Процесс проектирования аппаратов, движущихся вблизи поверхности земли (экрана) и получивших название "экраноплан" (реже "экранолет"), требует решения большого числа специфических проблем (см., например, [1]). К ним, в частности, относится проблема выбора сечения крыла экраноплана, позволяющего наиболее полно использовать преимущества экранного эффекта. Решение подобных задач сводится, как правило, к решению сложнейших систем интегродифференциальных уравнений. При этом вопросы разрешимости и сходимости итерационных процессов остаются открытыми. В настоящей работе исследуется предельный случай, когда профиль экраноплана "скользит" своей задней кромкой по экрану. Решение этой задачи, представляющее интерес с точки зрения аэродинамики, удалось построить аналитически.

1. Постановка задачи. В физической плоскости $z = x + iy$ крыловой профиль $BCDE$ (обозначим его контур через L_z) плавно обтекается плоским установившимся потоком идеальной несжимаемой жидкости со скоростью v_∞ на бесконечности (фиг. 1, a). Нижняя часть контура L_z представляет собой прямолинейный отрезок BC , наклоненный под углом α к горизонтальному экрану $ABEA$, вектор скорости v_∞ параллелен экрану. На искомом участке CDE контура L_z задано распределение скорости

$$v = v(s), \quad s \in [0, L] \quad (1.1)$$

где s – дуговая абсцисса L_z , отсчитываемая от точки C по часовой стрелке, причем на участке CD скорость постоянна (так называемая "полка") $v(s) = v_m$ при $s \in [0, l]$, а на участке DE скорость $v = v(s)$, $s \in [l, L]$, L – длина искомого участка CDE контура L_z .



Фиг. 1. К постановке задачи и методу решения: *a* – картина течения в физической плоскости, *б* – задаваемое распределение скорости, *в* – вспомогательная область

Начало координат в плоскости z выбрано в точке E схода потока, в которой $v(L) = v_*$ (фиг. 1, б). В целях обеспечения безотрывного обтекания профиля распределение скорости $v(s)$ на диффузорном участке DE может быть выбрано из класса гидродинамически целесообразных распределений скорости. Требуется построить контур L_z профиля $BCDE$ и найти его аэродинамические характеристики. Поставленная задача достраивания профиля по заданному распределению скорости относится к так называемым смешанным обратным краевым задачам аэрогидродинамики (см., например, [2, 3]).

2. Решение. При сделанных предположениях существует комплексный потенциал течения $w(z) = \phi(x, y) + i\psi(x, y)$, где $\phi(x, y)$ – потенциал скорости, $\psi(x, y)$ – функция тока. Для определенности будем считать $\phi = 0$ в точке C и $\psi = 0$ на экране и контуре L_z . Далее введем в рассмотрение вспомогательную плоскость $\zeta = \xi + i\eta$ соотношением $\zeta = w/\phi_0$, где ϕ_0 – величина потенциала скорости в задней кромке E контура L_z . Тогда области течения G_z будет соответствовать верхняя полуплоскость $\text{Im}\zeta > 0$ (обозначим ее G_ζ) с соответствием точек, показанным на фиг. 1, в, где $b = \phi_B/\phi_0$, $d = \phi_D/\phi_0$. Здесь $\phi_D = v_m l$, ϕ_B и

$$\phi_0 = \phi_D + \int_l^L v(s) ds$$

значения ϕ в точках D , B и E соответственно.

Легко видеть, что на участке DE известны зависимости

$$\phi(s) = \phi_D + \int_l^s v(s) ds, \quad v = v(s), \quad s \in [l, L]$$

откуда исключением s находится функция $v(\phi)$ и, следовательно $v = v(\xi)$ [d, l].

Введем в рассмотрение аналитические в G_ζ функции

$$\chi(\zeta) = \ln \frac{dw}{dz} = \ln v - i\theta \equiv S - i\theta, \quad \chi_0(\zeta) \quad \text{и} \quad \chi^*(\zeta) = \chi(\zeta) - \chi_0(\zeta) \quad (2.1)$$

граничные значения которых приведены ниже, где $S_m = \ln v_m$.

Участок	AB	BC	CD	DE	EA
ξ	$(-\infty, b)$	$(b, 0)$	$(0, d)$	$(d, 1)$	$(1, \infty)$
χ	$\theta = 0$	$\theta = \pi(1-\alpha)$	$S = S_m$	$S = S(\xi) = \ln v(\xi)$	$\theta = 0$
χ_0	$\theta_0 = 0$	$\theta_0 = \pi(1-\alpha)$	—	$S_0 = S_m$	$\theta_0 = 0$
$\chi^* = \chi - \chi_0$	$\theta^* = 0$	$\theta^* = 0$	$S^* = 0$	$S^* = S(\xi) - S_m \equiv S^*(\xi)$	$\theta^* = 0$

Функции $\chi_0(\zeta)$ и $\chi^*(\zeta)$ легко определяются по формуле Синьорини [4] решения смешанной краевой задачи для аналитической функции, ограниченной в точках смены известных значений действительной и мнимой частей искомой аналитической в верхней полуплоскости функции

$$\begin{aligned} \chi_0(\zeta) &= (\alpha - 1) \left[\arcsin \frac{\zeta(1-b) - b(\zeta-1)}{\zeta-b} - \frac{\pi}{2} \right] + S_m = \\ &= (1-\alpha) \ln \frac{\zeta-b}{[\sqrt{\zeta(b-1)} + \sqrt{b(\zeta-1)}]^2} + S_m \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\chi^*(\zeta) = \frac{\sqrt{\zeta(\zeta-1)}}{\pi i} \int_d^1 \frac{S^*(\tau)}{\sqrt{\tau(\tau-1)}} \frac{d\tau}{\tau-\zeta} \quad (2.3)$$

Учитывая формулы (2.2), (2.3) и принимая во внимание соотношения (2.1), найдем

$$z(\zeta) = \varphi_0 \int_1^\zeta e^{-\chi(\zeta)} d\zeta = \frac{\varphi_0}{v_m} \int_1^\zeta \left\{ \frac{[\sqrt{\zeta(1-b)} + \sqrt{b(\zeta-1)}]}{\zeta-b} \right\}^{1-\alpha} e^{-\chi^*(\zeta)} d\zeta \quad (2.4)$$

Положив $\zeta = \xi$ и разделив действительную и мнимую части в формуле (2.4), получим параметрические уравнения достраиваемой части контура L_z

$$x = x(\xi), \quad y = y(\xi), \quad \xi \in [0, 1] \quad (2.5)$$

Скорость v_∞ набегающего потока определяется в процессе решения задачи из следующих соображений. Устремляя $\zeta \rightarrow \infty$ в соотношениях (2.2), (2.3), найдем

$$\chi_0(\infty) = S_m - 2(1-\alpha) \ln(\sqrt{1-b} + \sqrt{-b}) \equiv S_{0\infty}$$

$$\chi^*(\infty) = \frac{1}{\pi} \int_d^1 \frac{S^*(\tau) d\tau}{\sqrt{\tau(1-\tau)}} \equiv S_{\infty}^*$$

Тогда $\ln v_\infty = S_\infty = S_{0\infty} + S_{\infty}^*$, откуда

$$v_\infty = \exp(S_{0\infty} + S_{\infty}^*) \quad (2.6)$$

Заметим, что если скорость v_∞ задавать заранее, то соотношение (2.6) будет условием разрешимости задачи, удовлетворить которому можно, например, методом квазирешений (см., например, [3]) путем модификации функции $S(\xi) = \ln v(\xi)$, т.е. функции $U(s)$ из (1.1).

Существенным моментом решения обратных краевых задач аэрогидродинамики является построение замкнутого контура профиля L_z крылового профиля. Для этого надо, чтобы функция $z(\zeta)$ была однозначной, т.е. чтобы в бесконечно удаленной

точке плоскости ζ вычет подынтегральной функции в формуле (2.4) был равен нулю. Для этого найдем разложения в окрестности точки $\zeta = \infty$ следующих функций

$$\begin{aligned} e^{-\chi_0(\zeta)} &= \frac{1}{v_m} \left\{ \frac{[\sqrt{\zeta(b-1)} + \sqrt{b(\zeta-1)}]}{\zeta-b} \right\}^{(1-\alpha)} \sim \frac{(\sqrt{1-b} + \sqrt{-b})^{2(1-\alpha)}}{v_m} \times \\ &\times \left[1 + \frac{(1-\alpha)\sqrt{-b(1-b)}}{\zeta} + \dots \right] \\ e^{-\chi(\zeta)} &\sim e^{-S_\infty^*} \left(1 - \frac{A}{\zeta} + \dots \right), \quad A = \frac{1}{\pi} \int_d^1 \frac{S^*(\tau) \tau d\tau}{\sqrt{\tau(1-\tau)}} - \frac{S_\infty^*}{2} \end{aligned}$$

После чего получим

$$\frac{dz}{d\zeta} \sim \frac{\Phi_0}{v_m} (\sqrt{1-b} + \sqrt{-b})^{2(1-\alpha)} e^{-S_\infty^*} \left\{ 1 + \frac{[(1-\alpha)\sqrt{-b(1-b)} - A]}{\zeta} + \dots \right\}$$

Условие равенства нулю вычета функции $dz/d\zeta$ в окрестности точки $\zeta = \infty$ будет

$$(1-\alpha)\sqrt{-b(1-b)} - A = 0 \quad (2.7)$$

откуда найдем

$$b = \frac{1}{2} [1 - \sqrt{1 + 4A^2/(1-\alpha)^2}] \quad (2.8)$$

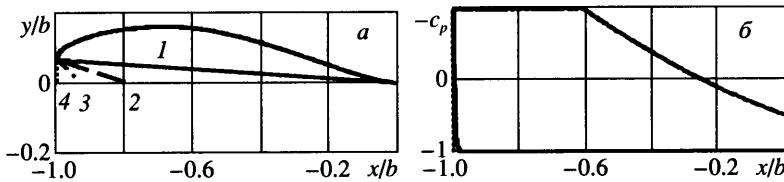
Второй корень квадратного относительно b уравнения (2.7) не попадает в допустимый интервал изменения b , так как получается $b > 1$ (фиг. 1, в). При выполнении условия (2.8) точки B и E контура L_z будут лежать на оси x . Как показано ниже, добиться полной замкнутости контура L_z , т.е. совпадения точек B и E не только по вертикали, но и по горизонтали, можно за счет подбора величины α или v_m/v_* . Однако контур L_z при этом будет неоднолистным в окрестности точки схода потока.

3. Примеры расчетов с линейным участком падения скорости. В табл. 1 и 2, а также на фиг. 2 и 3 приведены результаты расчетов, сделанных в предположении, что на участке DE скорость убывает по линейному закону.

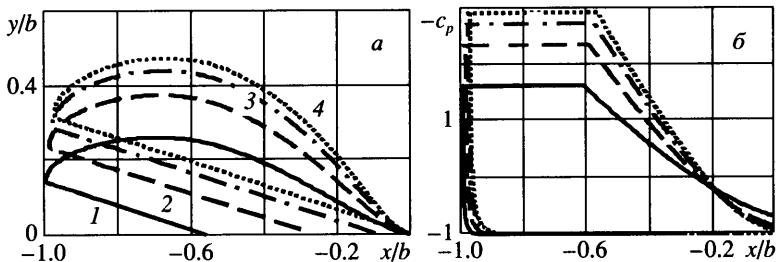
В первой серии проведенных расчетов полагалось $v_m/v_* = 2$ и $l/L = 0.4$, а величина α менялась. Найденные при этом значения v_m/v_* и длины горизонтального участка l_0/L приведены в табл. 1, контуры профилей показаны на фиг. 2, а, соответствующие распределения коэффициента давления $c_p(x/b)$, где $c_p = 1 - (v/v_*)^2$ – на фиг. 2, б. Здесь b – хорда профиля, найденная как расстояние от точки E до максимально удаленной от нее точки контура L_z . Относительно величин C_{y_k} и s_s/L , также приведенных в табл. 1, будет сказано ниже.

Интересно отметить, что с увеличением α величина v_m/v_* форма участка CDE и распределение $c_p(x/b)$ на нем практически не меняются. Изменения сказываются лишь на размерах прямолинейного участка BC контура L_z и горизонтального отрезка BE . С уменьшением α длина участка BC растет, а длина участка BE уменьшается, причем при $\alpha = 0.022$ точки B и E совпадают и контур профиля получается замкнутым. Следует, однако, отметить, что в этом случае контур профиля в окрестности точки E будет неоднолистным, так как касательная к участку DE в точке E горизонтальна, а к участку BC – наклонена под углом $\pi(1-\alpha)$.

Во второй серии фиксировались значения $\alpha = 0.1$ и $l/L = 0.4$, а величина v_m/v_* менялась. Найденные величины v_m/v_* приведены в табл. 2, контуры профилей и рас-



Фиг. 2. Контуры профилей (а) и распределения скорости (б) на них при фиксированном значении $v_m/v_* = 2$ и различных значениях α : 1 – $\alpha = 0.022$, 2 – 0.1, 3 – 0.25, 4 – 0.5



Фиг. 3. Контуры профилей (а) и распределения скорости (б) на них при фиксированном значении $\alpha = 0.1$ и различных значениях v_m/v_* : 1 – $v_m/v_* = 3, 2-5, 3-7, 4-8.608$

пределения $c_p(x/b)$ показаны на фиг. 3. Анализ результатов показывает, что изменение v_m/v_* существенно влияет как на форму профилей, так и на величину скорости набегающего потока. Из приведенных результатов также видно, что подбором величины v_m/v_* можно добиться замкнутости контура профиля, но при этом надо иметь в виду, что в окрестности точки схода потока контур получается неоднолистным.

4. Вычисление коэффициента подъемной силы. Коэффициент подъемной силы построенного профиля может быть найден по формуле

$$C_y = \int_{L_z \cup BE} c_p(x/b) d(x/b) \quad (4.1)$$

Однако для использования формулы (4.1) распределений $c_p(x/b)$, приведенных на фиг. 2, б и 3, б, недостаточно. Необходимо также знать аналогичные распределения на горизонтальным участке BE контура профиля. Для этого следует ввести некоторые дополнительные предположения.

При реальном движении исследуемого профиля между ним и экраном будет существовать некоторый "зазор", заполненный обтекающей профиль средой. Если предположить, что этот зазор заполнен заторможенной жидкостью, то на участке BE следует положить $c_p = 1$. Этому предположению соответствуют значения C_{y1} , приведенные в табл. 1 и 2. Другой случай вытекает из предположения о том, что скорость под профилем совпадает со скоростью движения экрана, т.е. $v = v_\infty$ и тогда $c_p = 0$ на участке BE . Соответствующие значения коэффициента подъемной силы обозначены через C_{y2} .

Очевидно, однако, что эти предположения характеризуют некоторые предельные случаи. В реальности же давление внутри зазора должно меняться каким-то образом от давления торможения с коэффициентом давления $c_p = 1$ в точке B до давления в

Таблица 1

α	v_∞/v_*	l_0/L	C_{y1}	C_{y2}	C_{y3}	s_y/L
0.022	1.412	0.000	1.487	1.487	1.487	0.684
0.100	0.412	0.783	1.489	0.706	1.292	0.684
0.250	0.413	0.927	1.491	0.564	1.259	0.684
0.500	0.414	1.000	1.497	0.497	1.247	0.684

Таблица 2

v_m/v_*	v_∞/v_*	l_0/L	C_{y1}	C_{y2}	C_{y3}	s_y/L
3.0	1.846	0.560	1.793	1.233	1.711	0.584
5.0	2.730	0.270	2.154	1.884	2.136	0.542
7.0	3.622	0.097	2.365	2.268	2.361	0.526
8.608	4.792	0.000	2.482	2.482	2.482	0.518

точке E с коэффициентом давления $c_p = 1 - (v_*/v_\infty)^2$. Если предположить, что зазор имеет стремящуюся к нулю толщину, то течение в нем будет определяться вязкими силами. Тогда можно считать, что давление меняется по линейному закону. В этом случае получим величины C_{y3} .

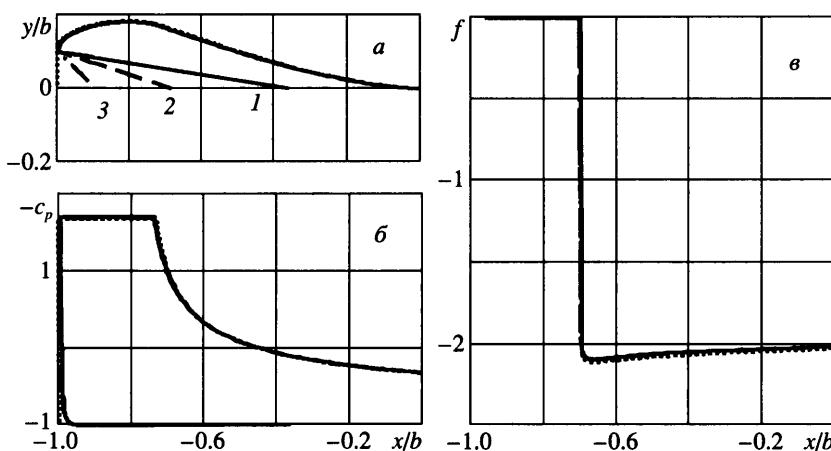
Последний случай занимает промежуточное положение между двумя первыми и, по-видимому, наиболее близок к реальности. Для того чтобы уточнить его, необходимо привлечь методы расчета течения вязкой жидкости между двумя движущимися относительно друг друга пластинами. Естественно, что решение такой задачи будет существенно зависеть не только от вязкости жидкости, но и от толщины зазора между пластинами.

5. Случай задания безотрывного распределения скорости. В приведенных выше примерах линейное распределение скорости на диффузорном участке может не обеспечить такого важного свойства, как отсутствие отрыва потока. Подтверждением этому служат значения s_y/L дуговых абсцисс точек отрыва турбулентного пограничного слоя, приведенные в табл. 2 и 3. Поэтому важно уметь задавать функцию $v(s)$ так, чтобы обтекание получаемого профиля в рамках принятой модели течения было безотрывным.

При проведении дальнейших расчетов распределение скорости на неизвестном участке контура профиля выбиралось из класса гидродинамически целесообразных распределений скорости (см., например, [3]) в виде

$$v(s) = \begin{cases} v_m, & s \in [0, l] \\ v_m[1 + C(s - l)]^n, & s \in [l, L] \end{cases} \quad (5.1)$$

Постоянные C и n получены на основе метода Кошина – Лойцянского [5] расчета турбулентного пограничного слоя в предположении, что полочному участку предшествует участок линейного возрастания скорости от 0 до v_m протяженности s_0 , а на диффузорном участке величина формпараметра f постоянна и равна f_* . Здесь $f_* = \lambda f_0$, причем значение $f_0 \approx -2$ (см., например, [6]) соответствует началу формирования отрыва, а коэффициент запаса λ принадлежит интервалу $\lambda \in (0, 1]$. Следует отметить, что при



Фиг. 4. Контуры профилей (а), распределения скорости (б) и формпараметра (в) на них в случае задания безотрывных распределений скорости для фиксированного значения $v_m/v_* = 2$ и различных значений α : 1 – $\alpha = 0.05$, 2 – 0.1, 3 – 0.25, 4 – 0.5

таком задании распределения скорости на диффузорном участке длина l определяется, исходя из условия заданности величины скорости v_* в точке E .

Особенностью использования распределения (5.1) в данной задаче является отсутствие информации о распределении скорости на прямолинейном участке BC разгона скорости. Поэтому первоначально предполагалось, что участок разгона отсутствует, т.е. пограничный слой начинается непосредственно с точки C . Естественно, такое задание приводит к тому, что формпараметр f на участке DE , рассчитанный с учетом участка BC , будет меньше, чем заданное значение f_* .

Для исследования этого вопроса были проведены расчеты, результаты которых приведены в табл. 3 и на фиг. 4. Расчеты проводились при фиксированных значениях $v_m/v_* = 2$ и $\lambda = 1$, т.е. при $f_* = f_0 = -2$, а величина α менялась. Полученные при этом значения скорости набегающего потока v_∞/v_* , длины l/L участка CD и l_0/L горизонтального участка BE , коэффициентов подъемной силы C_{y_k} и максимального отличия рассчитанного значения формпараметра от заданного, т.е. $\delta = |(f_{\min} - f_*)/f_*| \cdot 100\%$, приведены в табл. 3. На фиг. 4 показаны формы профилей (а), распределение коэффициента давления $-c_p$ (б) и зависимости $f(s/L)$ на искомом участке контура L_z (в).

Из приведенных результатов видно, что с ростом α величина δ возрастает, однако даже при $\alpha = 0.5$ не превышает 6%. Поэтому для задания распределения скорости на искомом участке можно пользоваться формулами (5.1), вводя коэффициент запаса $\lambda \approx 0.94$, что обеспечит отсутствие отрыва на искомом профиле. Коэффициент подъемной силы при этом уменьшается лишь на величину, не превышающую 1%.

Таблица 3

α	v_∞/v_*	l/L	l_0/L	C_{y1}	C_{y2}	C_{y3}	$\delta, \%$
0.05	1.209	0.279	0.362	1.486	1.124	1.362	4.29
0.1	1.209	0.279	0.685	1.487	0.802	1.253	4.43
0.25	1.210	0.279	0.894	1.492	0.598	1.186	4.60
0.5	1.213	0.279	1.000	1.505	0.505	1.166	5.58

Сравнение с результатами расчетов для профиля с линейным падением скорости на диффузорном участке (см. табл. 2 и фиг. 2) с тем же значением $v_{\max}/v_* = 2$ позволяет сделать следующий вывод. Хотя коэффициент подъемной силы у профилей, построенных при задании безотрывных распределений скорости, получается несколько меньшим (на 3–7%), чем в случае линейного падения скорости, но их обтекание осуществляется без отрыва потока.

Заключение. В отличие от известных решений задачи построения контура крылового профиля экраноплана, сводящейся к краевой задаче для двусвязной области (см., например, [7]), рассмотренную задачу можно считать модельной ввиду исключительной простоты ее решения. Выполненные по аналитическим формулам расчеты могут рассматриваться как тестовые при сравнении с приближенными методами решения более сложных задач.

Выражаем признательность Г.Ю. Степанову, обратившему наше внимание на рассмотренную задачу, а также за полезные советы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№№ 01-01-04004, 02-01-00061).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Маскалик А.И., Колызаев Б.А., Жуков В.И., Радовицкий Г.Л., Синицын Д.Н., Зогорудько Л.К. Экранопланы. Особенности теории и проектирования.* СПб.: Судостроение, 2000. 320 с.
2. *Тумашев Г.Г., Нужин М.Т. Обратные краевые задачи и их приложения.* Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1965. 333 с.
3. *Елизаров А.М., Ильинский Н.Б., Поташев А.В. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики.* М.: Наука, 1994. 440 с.
4. *Signorini A. Sopra un problema al contorno nella teoria delle funzioni di variable complessa // Analisi Mat.* 1916. ser. 3. T. 25. P. 253–274.
5. *Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.* Наука, 1987. 840 с.
6. *Ильинский А.Н., Ильинский Н.Б., Поляков Д.В., Поташев А.В., Степанов Г.Ю. Уточнение критерия отрыва турбулентного пограничного слоя с использованием эмпирических данных.* Препринт № 98-2. Казань: НИИММ, 1998. 61 с.
7. *Ильинский А.Н., Ильинский Н.Б., Маклаков Д.В., Поташев А.В. Метод аэродинамического проектирования крылового профиля экраноплана // Изв. вузов. Авиац. техника.* 1995. № 2. С. 54–63.

Казань

Поступила в редакцию
17.IV.2002

Email: Nikolay.Ilinskiy@ksu.ru