

УДК 533.69:533.6.011.5

© 2003 г. М. К. АУКИН, Р. К. ТАГИРОВ

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО КОНТУРА
ТРЕХМЕРНОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ВЫХОДНОГО УСТРОЙСТВА
РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ**

Задача определения оптимального контура двумерного выходного устройства реактивного двигателя с использованием прямого метода вариационного исчисления решена в [1]. В данном исследовании метод развит для определения оптимального контура трехмерного выходного устройства, дающего максимальную тягу в заданном направлении.

Ключевые слова: сверхзвуковое течение, невязкий газ, сопло, вариационный метод.

Приближенный метод профилирования боковых стенок трехмерного сопла, верхняя и нижняя стенки которого заданы, рассмотрен в [2]. Основные результаты профилирования трехмерных оптимальных сверхзвуковых сопел с использованием метода пространственных характеристик приведены в [3]. Однако исследован только один тип трехмерного сопла максимальной тяги. Искомый оптимальный контур соединял заданное начальное сечение (круг) с заданным концевым сечением (четверть круга со скругленными кромками). Это сопло имело пологий характер изменения контура в продольном и поперечном направлениях.

Задача определения оптимального контура трехмерного выходного устройства усложняется тем, что при оптимизации необходимо учитывать влияние внешнего обтекания летательного аппарата. Решению этой задачи посвящена данная работа.

Определение оптимального выходного устройства связано с выбором класса допустимых функций, необходимых для решения вариационной задачи. Из большого класса всевозможных функций допустимыми будем считать только те, которые дают "технологичные" оптимальные контуры с поперечными сечениями в виде простых фигур: прямоугольников, окружностей, эллипсов и т.п. или их простых сочетаний. Отметим, что некоторые общие соображения о требованиях технологичности для пространственных оптимальных сопел приведены в [4].

В данном исследовании задача определения оптимального контура сверхзвукового трехмерного выходного устройства максимальной тяги решается в рамках модели совершенного невязкого газа при отсутствии донных торцов. Решение основано на использовании численного метода расчета трехмерных сверхзвуковых течений [5] и прямого метода оптимизации [1].

С использованием разработанного метода находятся решения ряда задач оптимизации выходного устройства без и с учетом влияния внешнего обтекания.

1. Определение оптимального контура трехмерного сверхзвукового сопла при заданных входном и выходном сечениях. Искомый контур описывается в цилиндрической системе координат x, r, Φ , где x – продольная ось сопла, r – радиус-вектор, Φ – полярный угол. Вариационная задача заключается в определении контура сопла $r(x, \Phi)$, обеспечивающего максимум интеграла сил давления в направлении оси x .

Функционал (сила тяги) записывается в виде

$$R[r(x, \Phi)] = \int_0^{x_m} \int_{2\pi} pr d\Phi \frac{\partial r}{\partial x} dx$$

Длина сопла x_m , контуры входного и выходного сечений $r_0 = r(0, \phi)$, $r_m = r(x_m, \phi)$, газодинамические параметры во входном сечении, а также давление окружающей среды p_H считаются заданными. Для решения рассматриваемой задачи необходимо выбрать семейство допустимых функций. Конкретный вид выбираемого семейства определяется видом граничных условий и ограничений.

Решение задачи рассмотрим на примере построения оптимального контура сопла, у которого входное сечение имеет форму окружности, выходное – близкое к прямоугольнику. Такого типа сверхзвуковые сопла могут предназначаться, например, для сопловых аппаратов турбин, линейных жидкостных ракетных двигателей, сверхзвуковых самолетов, аэродинамических труб.

Для определенности примем, что в начальном сечении сопла ($x = 0$) заданы радиус окружности $r_0 = 1$, число Маха равномерного потока $M_0 = 1.01$ и показатель адиабаты $\gamma = 1.19$. Выходное сечение сопла имеет форму, близкую к прямоугольнику с полуосами $a_m = 2.4$, $b_m = 1.78$. Предполагается, что угловые кромки выходного прямоугольника скруглены. С учетом особенностей граничных условий выберем в качестве семейства допустимых функций семейство суперэллипсов

$$r(x, \phi) = f(a, b, n, \phi)$$

Величины a , b и n являются искомыми функциями x . Аппроксимируем эти функции с помощью рядов

$$a = a_i x^i, \quad b = b_i x^i, \quad n = n_i x^i, \quad (i = 0, \dots, N)$$

где x^i – заданные координатные функции, $N = 3$ [1]. Функции a , b , n содержат 12 неизвестных коэффициентов. Часть этих коэффициентов определяется на основе удовлетворения граничных условий. При $x = 0$ имеется три условия: $a(0) = 1$, $b(0) = 1$, $n(0) = 2$, соответствующие заданной окружности. При $x = x_m$, $a(x_m) = 2.4$ и $b(x_m) = 1.78$. Показатель суперэллипса выбран $n(x_m) = 20$, что соответствует заданию скругления в окрестности угловых точек прямоугольного поперечного сечения. Считаем, что целью задачи является получение контура максимальной тяги при возможно более равномерном потоке на выходе. Поэтому примем, что при $x = x_m$ производные

$$\frac{da}{dx} = \frac{db}{dx} = \frac{dn}{dx} = 0$$

Рассмотренные 9 условий позволяют определить 9 коэффициентов. В результате остаются неизвестными три коэффициента a_1 , b_1 , n_1 , представляющие тангенсы углов наклона кривых $a(x)$, $b(x)$, $n(x)$ в сечении $x = 0$. Эти три коэффициента определяются из условия достижения экстремума функционала, т.е. из решения системы уравнений для частных производных $R'_{a_1} = 0$, $R'_{b_1} = 0$, $R'_{n_1} = 0$, представляющих необходимые условия экстремума. Таким образом решается сформулированная выше вариационная задача для каждой заданной длины сопла x_m . Уменьшение задаваемой длины x_m с некоторого значения будет приводить к увеличению неравномерности выходного потока и к падению тяги оптимального сопла. Расчеты оптимальных контуров трехмерного сопла были проведены для различных значений $x_m = 6-10$. При этом рассчитывалась половина сопла относительно вертикальной продольной плоскости симметрии с сеткой 20×30 . Для получения представления об эффективности оптимального сопла будем сравнивать его удельную тягу R_s с удельной тягой одномерного (идеального) сопла R_{si} , имеющего такое же отношение площадей, как и рассматриваемое трехмерное сопло. Таким образом, эффективность оптимального сопла заданной длины x_m характеризуется коэффициентом удельной тяги (коэффициентом скорости) $\Phi_c = R_s/R_{si}$. Этот

Таблица 1

x_m	a_1	b_1	n_1	Φ_c
6	0.2877	0.1941	1.199	0.9951
8	0.3179	0.2329	0.3091	0.9994
10	0.3294	0.2490	0.1038	0.99996

коэффициент отражает как силовую эффективность сопла, так и степень неравномерности потока в выходном сечении.

Удельная тяга трехмерного сопла определяется с помощью соотношения

$$R_s = m_0^{-1} \left(J_0 + \int_{F_0}^{F_a} p dF - p_H F_a \right)$$

где J_0 и m_0 – импульс и расход потока во входном сечении сопла, имеющего площадь F_0 , F_a – выходная площадь. Удельная тяга идеального сопла R_{si} равна u_i при $p_H = p_i$. Скорость u_i и давление p_i выходного потока идеального сопла определяются с помощью соответствующих уравнений одномерного потока. Результаты расчетов оптимальных контуров трехмерного сопла для $M_0 = 1.01$, $\gamma = 1.19$, $F_a/F_0 = 5.42$ и $x_m = 6; 8$ и 10 приведены в табл. 1.

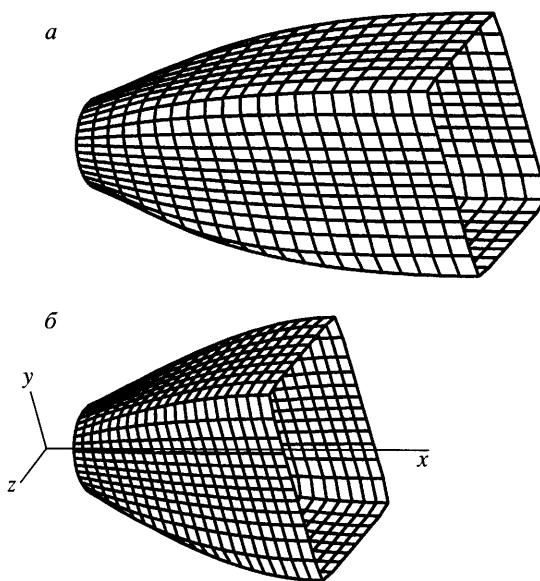
Здесь a_1, b_1, n_1 – тангенсы углов наклона соответствующих кривых в начальном сечении. При $x_m = 10$ оптимальное сопло пространственной формы имеет высокую эффективность. Коэффициент удельной тяги (коэффициент скорости) этого сопла практически равен единице и выходной поток равномерен.

На фиг. 1 показаны изометрические изображения полученного оптимального сопла для $x_m = 6$ и 10 . Представление о поперечных картинах течения дают изомахи, приведенные на фиг. 2 для $x_m = 10$.

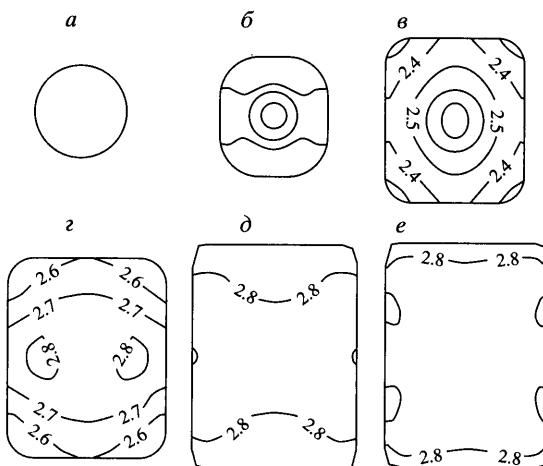
2. Определение оптимального контура трехмерного выходного устройства, имеющего прямоугольные поперечные сечения и косой срез. В качестве базового для исследований возьмем выходное устройство гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя [6, 7]. При этом берется несимметричная схема выходного устройства, соответствующая нижнему расположению двигателя в летательном аппарате. У этого выходного устройства поверхности кормы, верхней и нижней стенок сопла, а также боковых стенок образованы плоскостями и, кроме верхней стенки сопла, параллельны продольной оси x . Кромка косого среза имеет прямолинейную форму, донный торец отсутствует. Внутренний и внешний потоки идеального газа имеют постоянное значение показателя адиабаты $\gamma = 1.4$. Экспериментальные и численные (с помощью осредненных уравнений Навье – Стокса) исследования этого устройства проведены в [6]. Численные исследования в рамках модели идеального газа выполнены в [7]. Расчеты проведены с использованием трехмерных уравнений Эйлера с учетом и без учета влияний пристеночных пограничных слоев и даны соответствующие сравнения с результатами [6].

Здесь задача заключается в том, чтобы вместо исходного базового варианта выходного устройства, спроектированного в [6], найти оптимальный контур, дающий максимальную тягу при тех же начальных и граничных условиях.

Для рассматриваемого выходного устройства задаются следующие геометрические размеры: длины верхней $x_m = 4.778$ и нижней стенки сопла $x_4 = 1.1$, высота и ширина входного прямоугольного сечения сопла $h_0 = 0.32$ и $2b_0 = 1.473$, и корпуса летательного аппарата в плоскости входного сечения сопла $h_m = 1.6$ и $2b_m = 1.473$. Предполагается, что прямолинейная кромка косого среза соединяет концевые точки нижней и верхней стенок сопла.

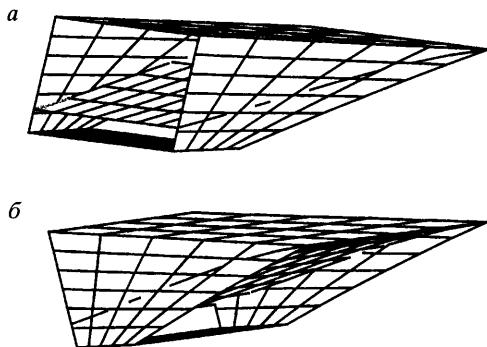


Фиг. 1. Изометрические изображения оптимального трехмерного сверхзвукового сопла (а), (б) для длин $x_m = 10$ и 6



Фиг. 2. Поперечные контуры сопла и поля изомах (а – е) для $x_m = 10$ в сечениях: $x = 0; 1; 3; 5; 8; 10$

Искомый контур описывается в цилиндрической x, r, ϕ и в декартовой x, y, z системах координат. При этом ось x проходит параллельно нижней стенке прямоугольной камеры сгорания через точку, лежащую на середине ширины входного сечения сопла на расстоянии 0.2 от нижней стенки. Во входном сечении сопла равномерный поток имеет $M_0 = 2.9$, а в этой поперечной плоскости равномерный внешний поток $M_H = 6$. Отношение полного давления p_0 внутреннего потока во входном сечении сопла к статическому давлению p_H внешнего набегающего потока равно 968.



Фиг. 3. Изометрическое изображение оптимального контура трехмерного выходного устройства с прямоугольным поперечным сечением: *а* – вид со стороны входа в сопло; *б* – со стороны выхода сопла

Расчеты для базового выходного устройства при указанных выше начальных условиях и отсутствии пограничных слоев дали удельную тягу $J_{3D} = 46.9$ м/с [7]. Здесь под удельной тягой понимается отношение интеграла сил давления, действующих на внутренние и внешние стенки выходного устройства в направлении оси x к массовому расходу сопла. Отметим, что в отличие от предыдущего раздела указанное выше определение удельной тяги не учитывает входной импульс сопла. Это связано с тем, что в данном разделе рассматривается выходное устройство прямоточного воздушно-реактивного двигателя, тяга которого характеризуется интегралом сил давления.

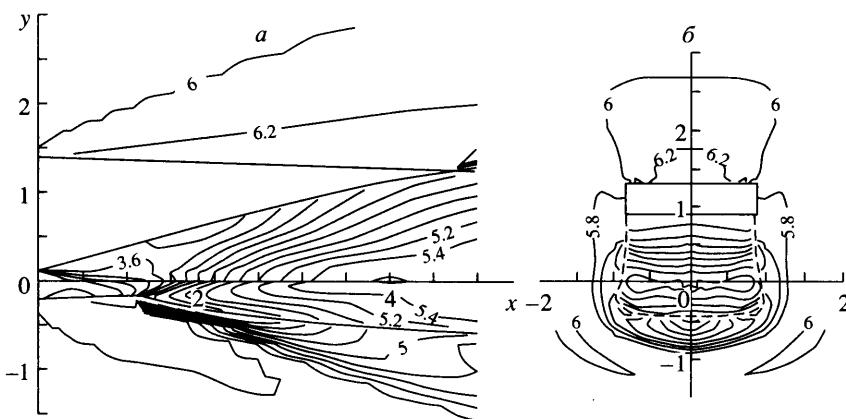
Проведем оптимизацию рассматриваемого выходного устройства и определим соответствующую удельную тягу. Вариационную задачу сформулируем так. Для заданных геометрических и газодинамических условий, а также для выходного устройства и нижней стенки необходимо определить оптимальный контур выходного устройства, дающий максимальную тягу в направлении оси x . В данном разделе введем в задачу ряд геометрических упрощений для уменьшения объема вычислений. Предполагаем, что поверхности кормы, нижней стенки и боковых стенок описываются соответствующими плоскостями. Нижняя стенка имеет нулевую толщину, прямолинейная кромка косого среза боковой стенки соединяет концевые точки нижней и верхней стенок сопла, донный торец отсутствует. Поперечные сечения выходного устройства имеют форму прямоугольника или его части.

В качестве искомых аргументов в рассматриваемой задаче выступают пять параметров: углы наклона верхней стенки сопла в начальном и конечном сечениях (ζ_1 и ζ_2 – тангенсы соответствующих углов), углы наклона нижней и боковой стенок (ζ_4 и ζ_5 – тангенсы этих углов) и высота выходного сечения сопла h_2 , совпадающая с высотой концевого сечения кормы h_3 . Эти параметры определяются из численного решения пяти уравнений, представляющих необходимые условия экстремума.

В результате проведенных расчетов с сеткой 10×40 для внутреннего и такой же сеткой для внешнего потоков был определен оптимальный контур трехмерного выходного устройства. При этом рассчитывалась половина выходного устройства относительно вертикальной продольной плоскости симметрии $z = 0$.

Изометрические изображения полученного контура показаны на фиг. 3, картины течения (изомахи) – на фиг. 4. Ниже приведены найденные в результате расчетов искомые параметры $\zeta_1 = 0.2440$, $\zeta_2 = 0.1097$, $\zeta_4 = 0.0387$, $\zeta_5 = 0.0374$, $h_2 = h_3 = 1.431$ и величина удельной тяги $J_{3D} = 49.94$.

Величина удельной тяги найденного оптимального выходного устройства на 6.5% больше удельной тяги исходного базового устройства.



Фиг. 4. Картинки течения (изомахи) для оптимального выходного устройства, показанного на фиг. 3: *а* – продольная плоскость симметрии ($z = 0$); *б* – поперечная плоскость ($x = 3$)

С практической точки зрения полезно сравнить оптимальное трехмерное выходное устройство с оптимальным двумерным устройством, полученным в рамках модели плоского течения. Для возможности такого сравнения были проведены расчеты оптимального контура плоского выходного устройства при тех же условиях, какие были использованы для трехмерного контура, но при $\zeta_5 = 0$, т.е. при наличии параллельности боковых стенок друг другу и оси x . В результате проведенных расчетов были найдены четыре искомых параметра $\zeta_1 = 0.2247$, $\zeta_2 = 0.1049$, $\zeta_4 = 0.0744$, $h_2 = h_3 = 1.533$ и удельная тяга $J_{2D} = 49.47$.

Тяга оптимального контура плоского выходного устройства (без косого среза) примерно на 1% меньше тяги оптимального контура трехмерного устройства (с косым срезом).

При построении плоского выходного устройства заданной ширины ($2b_0 = 1.473$) предполагается наличие плоских боковых стенок, расположенных в плоскостях $z = \pm b_0$. Чтобы сравнение с трехмерным выходным устройством было адекватным, этот контур должен иметь косой срез. Введение косого среза для рассматриваемого плоского контура приводит к уменьшению удельной тяги на 1.5%, как показано в [7]. Снижение тяги связано с дозвуковым характером обтекания части кромки косого среза, который приводит к передаче пониженного давления внешнего потока внутрь сопла. В результате оказывается, что при наличии косого среза оптимальный контур трехмерного выходного устройства дает примерно на 2.5% большую тягу, чем оптимальный контур, построенный на основе плоского течения.

Таким образом, если для определения оптимального контура выходного устройства, имеющего прямоугольное поперечное сечение, вместо трехмерной задачи решать двумерную, как это делается во многих исследованиях, то это приводит как к некоторому изменению контура (ζ_4 увеличивается от 0.0387 до 0.0744, h_2 – от 1.43 до 1.53), так и к уменьшению тяги (примерно на 2.5%).

3. Определение оптимального контура трехмерного выходного устройства, имеющего криволинейное поперечное сечение. Рассмотрим выходное устройство гиперзвукового летательного аппарата с нижним расположением воздушно-реактивного двигателя. В начальном сечении искомого выходного устройства корпус летательного аппарата и сопло имеют формы прямоугольников одинаковой ширины. Контур выходного

устройства будем описывать, как и выше, в декартовой и в цилиндрической системах координат. Оси x , y лежат в вертикальной продольной плоскости симметрии ($z = 0$). Ось x направлена параллельно нижней стенке камеры сгорания двигателя, начало координат находится в начальном сечении сопла на расстоянии D от нижней стенки, r – радиус-вектор, φ – полярный угол.

Начальные данные – $M_0, M_H, x_m, h_0, b_0, h_m, b_m$ возьмем такими же, как в разд. 2. Длину нижней стенки сопла x_4 также будем считать заданной.

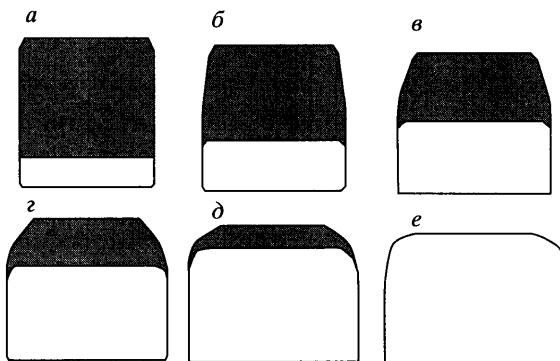
Необходимо определить оптимальный контур выходного устройства, дающий максимум тяги (интеграл сил давления) в направлении оси x , т.е. необходимо определить функции, описывающие контуры сопла и кормовой части трехмерного выходного устройства.

Для решения этой вариационной задачи необходимо задать семейство допустимых функций, аппроксимирующих поверхности сопла и кормы. При выборе этих функций будем учитывать требование технологичности контура. Считаем, что сопло состоит из двух поверхностей: нижней ($y < 0$) и верхней ($y > 0$). Нижняя стенка сопла имеет плоскую форму и нулевую толщину. Верхняя стенка сопла представляет собой трехмерную криволинейную поверхность, которая опирается на нижнюю стенку и описывается искомой функцией $r(x, \varphi)$. В качестве допустимой функции для аппроксимации трехмерной верхней поверхности сопла используем уравнение суперэллипса $r(x, \varphi) = f(\varphi, a, b, n)$.

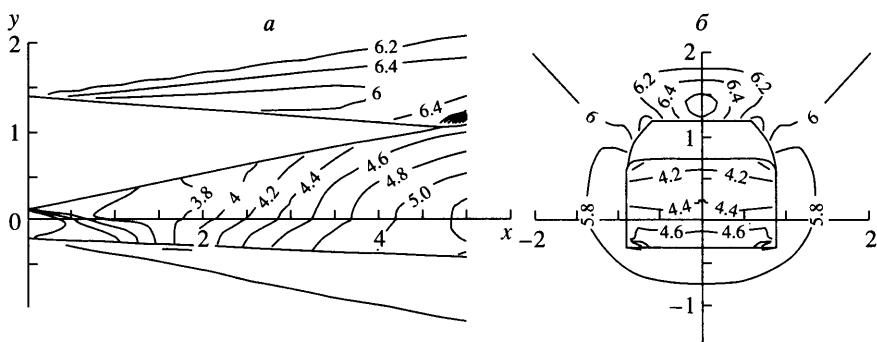
При таком выборе функции верхний поперечный контур сопла, опирающийся на плоскую нижнюю стенку, представляет собой половину суперэллипса. Такой контур может непрерывным образом деформироваться в широком диапазоне и принимать формы треугольника, половины окружности или суперэллипса, прямоугольника при изменении показателя n от 1 до бесконечности. Функции $a(x), b(x), n(x)$ аппроксимируем с помощью соответствующих полиномов при $N = 3$. Эти полиномы содержат 12 коэффициентов a_i, b_i, n_i , где $i = 0 - N$. Поперечный контур сопла в начальном сечении задан, поэтому три коэффициента a_0, b_0, n_0 становятся известными. Для обеспечения плавности изменения поперечной формы сопла в окрестностях входного и выходного сечений принимаем $n'_x(0) = 0, n'_x(x_m) = 0$. Это позволяет исключить из числа неизвестных еще два коэффициента. Оставшиеся семь коэффициентов и тангенс угла наклона нижней стенки ζ_4 должны определяться из условия удовлетворения необходимым условиям экстремума рассматриваемой вариационной задачи.

После определения класса функций, аппроксимирующих поверхности сопла, выбираются функции для описания кормовой части. При этом нужно учитывать условие совпадения выходных кромок сопла и кормовой части, поскольку наличие донных торцов в рассматриваемой задаче не допускается. В общем случае поверхность кормы также можно аппроксимировать с помощью уравнения суперэллипса и определять на основе использования соответствующих условий экстремума. Однако такой подход приведет к значительному увеличению количества искомых параметров. Введем в задачу специальную методику однозначного определения трехмерной поверхности кормы в зависимости от поперечного контура корпуса летательного аппарата в начальном сечении и искомого контура сопла.

В каждой плоскости $\varphi = \text{const}$ образующая кормы описывается прямой, идущей от точки начального поперечного сечения контура корпуса по касательной к образующей поверхности сопла. За точкой касания образующая кормы совпадает с образующей сопла (стенки имеют нулевую толщину). Если точка касания отсутствует, то прямая приходит на заднюю кромку образующей сопла. При $y < 0$ прямолинейный участок образующей кормы отсутствует, т.е. образующая кормы на всей длине совпадает с образующей сопла.



Фиг. 5. Поперечные сечения оптимального трехмерного выходного устройства при $x_4 = x_m$, (косой срез отсутствует): $a - e - x = 0; 0.96; 1.91; 2.87; 3.82; 4.778$



Фиг. 6. Картинки течения (изомахи) для оптимального трехмерного выходного устройства, показанного на фиг. 5: a – продольная плоскость симметрии ($z = 0$); δ – поперечная плоскость ($x = 3$)

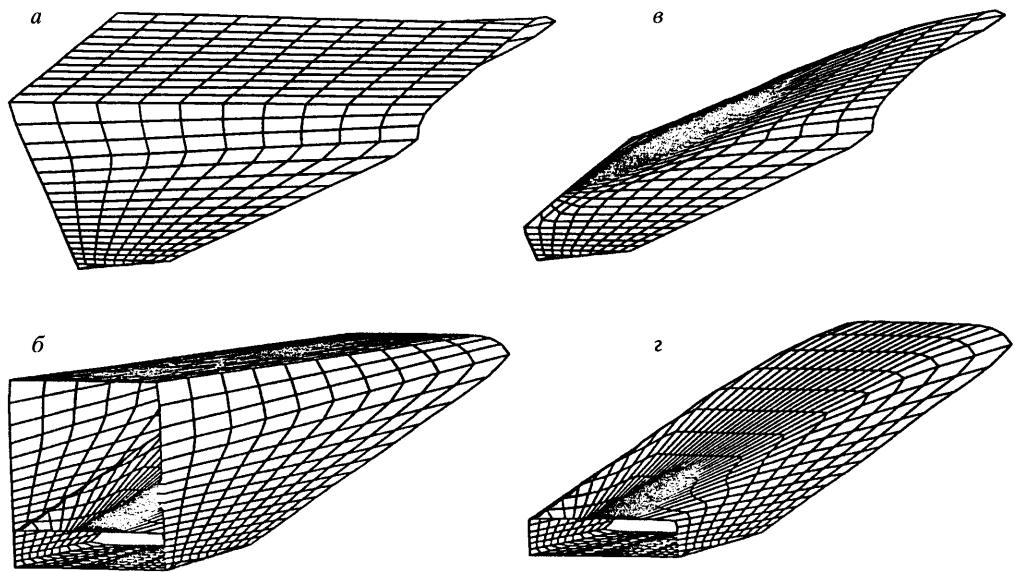
Таким образом ввели описания всех поверхностей оптимизируемого выходного устройства. С помощью прямого метода решаем вариационную задачу и определяем восемь искомых параметров, устанавливающих оптимальный контур трехмерного выходного устройства.

В качестве первого примера рассмотрим определение оптимального контура устройства, у которого длина нижней стенки x_4 равна длине x_m выходного устройства (косой срез отсутствует). Представление о полученном контуре дают поперечные сечения, показанные на фиг. 5 для разных x .

Газодинамическая картина течения показана на фиг. 6, где построены изомахи для продольной плоскости симметрии ($z = 0$) и поперечной плоскости ($x = 3$).

Полученный в результате расчета оптимальный контур трехмерного выходного устройства имеет следующие особенности.

В продольной плоскости симметрии ордината верхней стенки сопла у возрастает от 0.12 до 1.05, ордината кормы уменьшается от 1.4 до 1.05, т.е. образующая кормы наклонена вниз. Ордината нижней стенки сопла меняется от -0.2 до -0.38, т.е. нижняя стенка также наклонена вниз. В плоскости $y = 0$ координаты образующей сопла z , совпадающие с координатами образующей кормы, меняются от 0.736 до 0.983, т.е. сопло



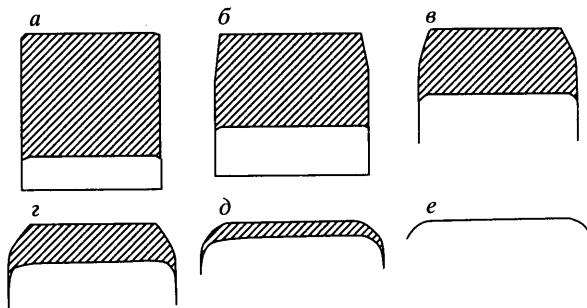
Фиг. 7. Изометрические изображения: а, б – оптимального трехмерного выходного устройства с косым срезом; в, г – выделенного из выходного устройства трехмерного сопла

расширяется в боковые стороны. Показатель степени n , описывающий поперечную форму контура сопла, изменяется от 20 до 6.06 при переходе от входного к выходному сечению. Полученный в результате оптимизационных расчетов показатель $n(x_m) = 6.06$ соответствует криволинейной (суперэллиптической) форме выходного сечения сопла. Удельная тяга трехмерного выходного устройства J_{3D} получилась равной 52.6 м/с, что на 6.3% больше удельной тяги двумерного варианта ($J_{2D} = 49.47$ м/с).

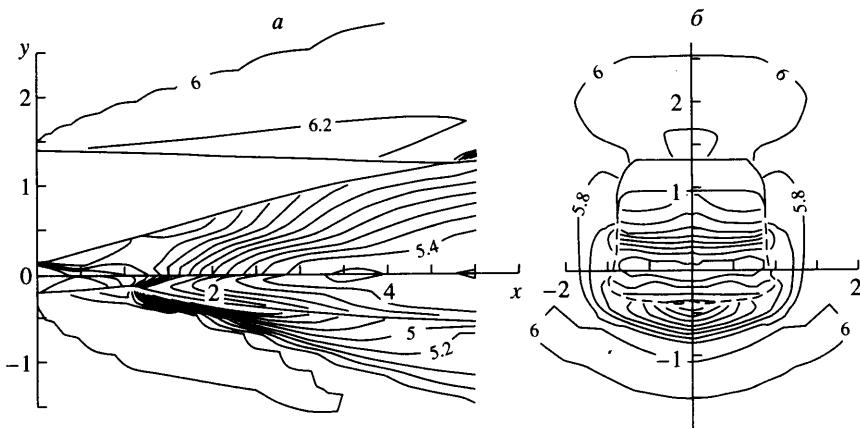
Во втором примере расчет оптимального трехмерного выходного устройства проведен для конфигурации, имеющей укороченную нижнюю стенку ($x_4 = 1.1$) и косой срез. При этом считается, что кромка косого среза лежит на плоскости, соединяющей заднюю прямолинейную кромку нижней стенки с заданной точкой выходной кромки верхней стенки сопла. Ордината этой точки y_e определяется по заданному расстоянию от верхней точки выходной кромки сопла, т.е. $y_e = y_m - \Delta y_e$, где y_m – ордината выходного сечения сопла в плоскости $z = 0$, $\Delta y_e = 0.2$ – заданное смещение. Все остальные начальные данные берутся такими же, как в предыдущем примере.

Полученные в результате расчетов изометрические изображения оптимального трехмерного выходного устройства показаны в левой части фиг. 7. В правой части графика показано сопло, вынутое из выходного устройства. Контуры стенок сопла и кормы для различных поперечных сечений даны на фиг. 8. Изомахи внутреннего и внешнего потоков для продольной плоскости симметрии и одной поперечной плоскости изображены на фиг. 9.

Удельная тяга полученного выходного устройства J_{3D} с косым срезом и $x_4 = 1.1$ оказалась равной 50.58 м/с. Эта величина примерно на 3.9% меньше удельной тяги оптимального трехмерного выходного устройства, не имеющего косого среза ($x_4 = 4.778$). В действительности эти дополнительные потери тяги, возникающие из-за укорочения нижней стенки от $x_4 = 4.778$ до 1.1, будут меньше, поскольку при уменьшении x_4 и вве-



Фиг. 8. Поперечные сечения оптимального трехмерного выходного устройства с косым срезом: $a - e - x = 0; 1.1; 2.02; 3.84; 4.778$



Фиг. 9. Картинки течения (изомахи) для оптимального трехмерного выходного устройства с косым срезом, показанного на фиг. 7 и 8: a – продольная плоскость симметрии ($z = 0$); b – поперечная плоскость ($x = 3$)

дении косого среза происходит уменьшение веса выходного устройства и пристеночных сил трения.

Полученный во втором примере оптимальный контур выходного устройства имеет следующие особенности. В продольной плоскости симметрии ордината верхней стенки сопла увеличивается от $y = 0.12$ до 1.27 , ордината стенки кормы уменьшается от 1.4 до 1.27 . Ордината нижней стенки сопла растет от -0.2 до -0.12 при изменении x от 0 до 1.1 , т.е. нижняя стенка отклонена вверх, и это приводит к образованию скачка уплотнения внутри оптимального сопла.

Проекции координат боковых кромок нижней стенки на плоскость $y = 0$ меняются от $z = 0.736$ до 0.793 при увеличении x от 0 до 1.1 . Эти боковые кромки являются одновременно образующими сопла и кормы. Видно, что сопло расширяется в боковые стороны.

Показатель степени n , определяющий поперечную форму сопла, меняется от 20 до 7.08 при переходе от входного ($x = 0$) к выходному ($x_m = 4.778$) сечению. Полученный в результате расчетов показатель $n(x_m = 7.08)$ соответствует криволинейной форме

Таблица 2

<i>N</i>	Тип	<i>x</i> ₄	Косой срез	Поперечное сечение	<i>J</i> , м/с	ΔJ , %
1	3D	1.1	Есть	Криволинейное	50.6	0
2	3D	4.778	Нет	»	52.6	+3.9
3	3D	1.1	Есть	Прямоугольное	49.9	-1.3
4	2D	1.1	»	То же	48.7	-3.7
5	2D	4.778	Нет	»	49.5	-2.2
6	Базовый 3D	1.1	Есть	»	46.9	-7.3

кромки выходного сечения сопла. Из-за наличия косого среза только верхняя часть этого суперэллипса используется в виде стенки сопла (см. фиг. 8).

Сравнение значений удельной тяги, полученной выше, и оптимального трехмерного выходного устройства разд. 2 показало, что исследованное выходное устройство с криволинейным поперечным сечением дает примерно на 1.3% большую тягу, чем с прямоугольным поперечным сечением. Следовательно, увеличение класса допустимых функций, используемых для аппроксимации контура, приводит к улучшению тяговой характеристики оптимального выходного устройства.

Для облегчения сравнения все полученные тяговые характеристики оптимальных выходных устройств при $M_0 = 2.9$, $M_H = 6$, $h_0 = 0.32$, $2b_0 = 1.473$, $h_m = 1.6$, $2b_m = 1.473$, $x_m = 4.778$ приведены в сводной табл. 2.

Здесь символы 3D и 2D соответствуют трехмерной и двумерной конфигурации соответственно. Базовый 3D – это базовое неоптимальное выходное устройство с параллельными боковыми стенками и косым срезом, рассмотренное в [6, 7] и в разд. 2. Следует подчеркнуть, что при решении задачи оптимизации выходного устройства кроме параметров в начальном сечении заданы дополнительно три геометрических параметра: x_m , x_4 – длины выходного устройства и нижней стенки, Δy_e – положение концевой точки косого среза. В принципе, эти три параметра также могут определяться, при необходимости, из решения оптимизационной задачи с учетом влияния сил трения и веса.

Отметим, что в процессе получения оптимальных контуров трехмерных выходных устройств с косым срезом определялись все составляющие сил и моментов. В частности, для последнего примера выходного устройства с $x_4 = 1.1$ получены соответствующим образом обезразмеренные значения: продольной силы $X = 0.00988$, вертикальной силы $Y = 0.00159$, момента сил $M_z = 0.0777$. Однако эти параметры подробно не рассматриваются, поскольку решается частная задача определения контуров максимальной тяги при отсутствии дополнительных ограничивающих условий. При необходимости разработанный метод может быть применен для решения более общей задачи, например, определения оптимального контура при заданной вертикальной силе или моменте. В этом случае в анализ будут включены все составляющие сил и моментов.

Заключение. С использованием разработанного ранее прямого метода рассчитаны оптимальные трехмерные контуры сверхзвуковых сопел и выходных устройств, дающие максимальную тягу. Расчеты проводились для сверхзвуковых течений невязкого совершенного газа при отсутствии отрывных зон. Определены оптимальные контуры трехмерного сопла при заданном входном (круг) и выходном (прямоугольник) сечениях для разных длин x_m . Получено, что коэффициент тяги (скорости) оптимального сопла при $x_m = 10$ практически равен единице. С уменьшением x_m от 10 до 6 коэффициент тяги снижается от 1 до 0.995. Применительно к гиперзвуковому летательному аппарату с низким расположением прямоточного воздушно-реактивного двигателя определены оптимальные контуры трехмерного выходного устройства при $M_0 = 2.9$, $M_H = 6$,

$x_m = 4.778$. В начальном сечении корпус летательного аппарата и сопло имеют прямоугольную форму одинаковой ширины. Нижняя стенка сопла описывается плоской поверхностью и имеет длину x_4 . Расчеты показали, что поперечные контуры верхней стенки сопла и кормы имеют криволинейную форму. Если длина нижней стенки сопла задана равной полной длине выходного устройства ($x_4 = x_m$), то удельная тяга выходного устройства равна 52.6 м/с. Уменьшение x_4 от 4.778 до 1.1 и введение косого среза приводят к снижению указанной тяги на 3.9%. И это оптимальное трехмерное выходное устройство с косым срезом дает на 7.3% большую тягу, чем исследованное в [6, 7] базовое выходное устройство с косым срезом. Использование в оптимальном трехмерном выходном устройстве с косым срезом ($x_4 = 1.1$) плоских поверхностей для описания боковых стенок и кормы (прямоугольные поперечные сечения) приводит к дополнительному уменьшению удельной тяги на 1.3%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аукин М.К., Тагиров Р.К. Применение прямого метода для определения оптимального контура сверхзвукового выходного устройства реактивного двигателя // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 1. С. 169–178.
2. Крайко А.Н., Полянский А.Р., Тилляева Н.И. Вариационная задача профилирования “боковых” стенок сверхзвуковой части “узкого” пространственного сопла // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 2. С. 102–112.
3. Борисов В.М., Левин М.П., Михайлов И.Е. Альбом пространственных сверхзвуковых сопел. М.: ВЦ АН СССР, 1989. 63 с.
4. Крайко А.Н. Вариационные задачи газовой динамики. М.: Наука, 1979. 447 с.
5. Аукин М.К., Тагиров Р.К. Конечно-разностная схема второго порядка для расчета трехмерных сверхзвуковых течений идеального газа // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 1989. Т. 29. № 7. С. 1057–1066.
6. Ishiguro T., Takaki R.T., Mitani T., Hiraiwa T. Three-dimensional analysis of scramjet nozzle flows // AIAA Paper. 1993. № 5059. 9 р.
7. Аукин М.К., Тагиров Р.К. Расчет характеристик трехмерных выходных устройств гиперзвуковых реактивных двигателей // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 1998. Т. 38. № 2. С. 337–343.

Москва

Поступила в редакцию
15.III.2001