

УДК 533.6.011.5

© 2003 г. В. А. БАШКИН, И. В. ЕГОРОВ, Д. В. ИВАНОВ, В. И. ПЛЯШЕЧНИК

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ТОНКОГО ОСТРОГО КРУГОВОГО КОНУСА ПОД УГЛОМ АТАКИ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

Теоретически и экспериментально исследовано обтекание тонкого острого кругового конуса с углом полураствора  $\theta_c = 4^\circ$  сверхзвуковым потоком газа ( $M_\infty \approx 4$ ) при малых и умеренных углах атаки в диапазоне числа Рейнольдса  $Re = 1.69 \cdot 10^4 - 13.62 \cdot 10^6$ . Теоретический анализ основан на численном интегрировании трехмерных уравнений Навье – Стокса и Рейнольдса, экспериментальное исследование проведено в аэродинамической трубе ЦАГИ. Представлено сопоставление расчетных и экспериментальных интегральных характеристик конуса.

*Ключевые слова:* сверхзвуковой поток, вязкий совершенный газ, тонкий острый круговой конус, уравнения Навье – Стокса и Рейнольдса, численный анализ, эксперимент.

Острые круговые конуса часто используются в качестве отдельных элементов сверхзвуковых летательных аппаратов, поэтому обтекание их изучено теоретически и экспериментально в достаточно широком диапазоне изменения определяющих параметров задачи (см., например, [1, 2]). Согласно этим исследованиям, структура поля течения около кругового конуса в сверхзвуковом потоке определяется в первую очередь углом атаки  $\alpha$ , хотя и другие параметры подобия оказывают на нее свое влияние.

При малых углах атаки ( $\alpha/\theta_c \leq 0.8$ ) как на наветренной, так и на подветренной сторонах конуса течение газа в пограничном слое является безотрывным. При этом, согласно распределению давления, область вязко-невязкого взаимодействия располагается в некоторой окрестности вершины конуса: ее протяженность минимальна на линии растекания в плоскости симметрии наветренной стороны конуса, возрастает по мере отхода от нее и принимает наибольшие размеры на линии стекания в плоскости симметрии подветренной стороны.

При умеренных углах атаки ( $0.8 < \alpha/\theta_c \leq 2$ ) на подветренной стороне конуса наблюдается зарождение и развитие поперечного отрыва пограничного слоя. При этом в некоторой окрестности вершины течение безотрывно и в плоскости симметрии располагается линия стекания. Далее вниз по потоку давление увеличивается и линия стекания сменяется линией растекания; минимум давления в поперечном сечении конуса смещается с плоскости симметрии на его боковую сторону.

Для прикладных задач большой интерес представляют тонкие острые круговые конуса, обтекаемые сверхзвуковым потоком с умеренным значением числа Маха  $M_\infty$ , при котором “горячая” конструкция тела не приводит к разрушению острой вершины. При этом обтекание тел происходит при достаточно больших числах Рейнольдса, при которых может реализоваться как ламинарное, так и ламинарно-турбулентное обтекание.

Цель настоящего исследования – теоретически и экспериментально изучить влияние угла атаки  $\alpha$  и числа  $Re$  на интегральные аэродинамические характеристики тонкого острого кругового конуса с углом полураствора  $\theta_c = 4^\circ$ , обтекаемого сверхзвуковым потоком ( $M_\infty \approx 4$ ) при больших числах  $Re$ . Кроме того, расчетное сопровождение аэродинамического эксперимента, с одной стороны, позволяет оценить эффективность метода численного анализа определяющих уравнений газовой динамики и достоверность получаемой расчетной информации, а с другой стороны, помогает диагностике экспериментального материала.

1. В рамках механики сплошной среды движение газообразной среды в общем случае описывается нестационарными трехмерными уравнениями Навье – Стокса, которые служат основой для прямого численного моделирования турбулентного течения. Для изучения прикладных задач широко применяются уравнения Рейнольдса (осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса) с использованием гипотезы Буссинеска относительно напряжений Рейнольдса. Эти уравнения являются основой настоящего метода численного моделирования.

Осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса замыкаются различными моделями турбулентности как алгебраическими, так и дифференциальными [3]. В настоящей статье используется дифференциальная двухпараметрическая  $q - \omega$  модель турбулентности в том варианте, который предложен в [4, 5]. Здесь  $q = k$  и  $\omega = \varepsilon/k$ ,  $k$  – кинетическая энергия турбулентных пульсаций,  $\varepsilon$  – скорость диссипации энергии турбулентных пульсаций. Эта модель турбулентности в указанных публикациях разрабатывалась применительно к сверхзвуковым течениям сжимаемого газа и протестирована на различных задачах в широком диапазоне определяющих параметров ( $Re_\infty = 5 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^8$ ,  $M_\infty = 1.3 - 10$ ). Поскольку в настоящем исследовании параметры подобия находятся в пределах указанного интервала, то можно ожидать, что численное моделирование будет в целом правильно описывать поле течения около острого конуса, включая и область переходного течения.

Для численного анализа осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса с двухпараметрической дифференциальной  $q - \omega$  моделью турбулентности в произвольной криволинейной системе координат  $\xi, \eta, \zeta$ , где  $x = x(\xi, \eta, \zeta)$ ,  $y = y(\xi, \eta, \zeta)$ ,  $z = z(\xi, \eta, \zeta)$  – декартовы координаты, записываются в дивергентной форме

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \zeta} = \mathbf{S} \quad (1.1)$$

Здесь  $\mathbf{Q}$  – вектор консервативных зависимых переменных задачи,  $\mathbf{E}, \mathbf{G}, \mathbf{F}$  – векторы потоков в криволинейной системе координат,  $\mathbf{S}$  – вектор источника. Векторы  $\mathbf{Q}, \mathbf{E}, \mathbf{G}, \mathbf{F}, \mathbf{S}$  – связаны с соответствующими векторами  $\mathbf{Q}_c, \mathbf{E}_c, \mathbf{G}_c, \mathbf{F}_c, \mathbf{S}_c$  в декартовой системе координат соотношениями

$$\mathbf{Q} = J\mathbf{Q}_c, \quad \mathbf{S} = J\mathbf{S}_c, \quad \mathbf{E} = J\left(\mathbf{E}_c \frac{\partial \xi}{\partial x} + \mathbf{G}_c \frac{\partial \xi}{\partial y} + \mathbf{F}_c \frac{\partial \xi}{\partial z}\right)$$

$$\mathbf{G} = J\left(\mathbf{E}_c \frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathbf{G}_c \frac{\partial \eta}{\partial y} + \mathbf{F}_c \frac{\partial \eta}{\partial z}\right), \quad \mathbf{F} = J\left(\mathbf{E}_c \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \mathbf{G}_c \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \mathbf{F}_c \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right)$$

Декартовы компоненты векторов  $\mathbf{E}_c, \mathbf{G}_c, \mathbf{F}_c, \mathbf{S}_c$  для трехмерных осредненных по Рейнольдсу (с использованием осреднения по Фавру) уравнений Навье – Стокса имеют вид

$$\mathbf{Q}_c = \begin{vmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho(e + q^2) \\ \rho q \\ \rho \omega \end{vmatrix}, \quad \mathbf{S}_c = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ h_1 \rho \omega q \\ h_2 \rho \omega^2 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{E}_c = \begin{vmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \frac{2}{3} \rho q^2 + \tau_{xx} \\ \rho u v + \tau_{xy} \\ \rho u w + \tau_{xz} \\ \rho u H + \frac{5}{3} \rho u q^2 + I_x \\ \rho u q + I_x^q \\ \rho u \omega + I_x^\omega \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{G}_c = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v + \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p + \frac{2}{3}\rho q^2 + \tau_{yy} \\ \rho v w + \tau_{yz} \\ \rho v H + \frac{5}{3}\rho v q^2 + I_y \\ \rho v q + I_y^q \\ \rho v \omega + I_y^\omega \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_c = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho w u + \tau_{xz} \\ \rho w v + \tau_{yz} \\ \rho w^2 + p + \frac{2}{3}\rho q^2 + \tau_{zz} \\ \rho w H + \frac{5}{3}\rho w q^2 + I_z \\ \rho w q + I_z^q \\ \rho w \omega + I_z^\omega \end{pmatrix}$$

где  $\tau$  – симметричный тензор вязких напряжений, связанный с тензором скоростей деформации зависимостью

$$\tau = -(\mu + \mu_T)s$$

а вектор теплового потока  $\mathbf{I}$  вычисляется по формуле

$$\mathbf{I} = -(\lambda + \lambda_T)\text{grad}(T) + \tau\mathbf{V}$$

$\mu$  и  $\lambda$  – коэффициенты молекулярной вязкости и теплопроводности,  $\mu_T$  и  $\lambda_T$  – коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности, векторы самодиффузии  $\mathbf{I}^q$  и  $\mathbf{I}^\omega$  определяются соотношениями

$$\mathbf{I}^q = -\left(\mu + \frac{\mu_T}{Pr_1}\right)\text{grad}(q), \quad \mathbf{I}^\omega = -\left(\mu + \frac{\mu_T}{Pr_2}\right)\text{grad}(\omega)$$

При проведении расчетов использовалась модель совершенного газа, а турбулентная вязкость, согласно  $q$ - $\omega$ -модели турбулентности [4], [5], вычислялась по соотношениям

$$\mu_T = C_\mu f \frac{\rho q^2}{\omega}, \quad f = 1 - \exp\left(-\alpha \frac{\rho r_w q}{\mu}\right), \quad \alpha = 0.02, \quad C_\mu = 0.09$$

где  $r_w$  – расстояние от стенки. Функции  $h_1, h_2$  из вектора источника уравнений для  $q$  и  $\omega$ , отвечающие за генерацию и затухание турбулентных пульсаций, определялись по формулам

$$h_1 = C_{11}\left(C_\mu f \frac{S}{\omega^2} - \frac{2 \text{div}\mathbf{V}}{3\omega}\right) - C_{12}, \quad h_2 = C_{21}\left(C_\mu \frac{S}{\omega^2} - C_{23} \frac{\text{div}\mathbf{V}}{\omega}\right) - C_{22}$$

$$S = \frac{\partial u}{\partial x} s_{xx} + \frac{\partial v}{\partial y} s_{yy} + \frac{\partial w}{\partial z} s_{zz} + s_{xy}^2 + s_{xz}^2 + s_{yz}^2, \quad C_{21} = 0.055 + 0.5f(q, r_w, \rho, \mu)$$

$$C_{11} = C_{12} = 0.5, \quad C_{22} = 0.833, \quad C_{23} = 2.4, \quad Pr_1 = 2, \quad Pr_2 = 2$$

Зависимость молекулярного коэффициента вязкости от температуры определялась по формуле  $\mu/\mu_\infty = (T/T_\infty)^\omega$ ,  $0.5 \leq \omega \leq 1$ , а значения молекулярного и турбулентного числе Прандтля принимались постоянными:  $Pr = \mu c_p / \lambda = 0.7$ ,  $Pr_T = \mu_T c_p / \lambda_T = 0.9$ .

Система уравнений (1.1) замыкалась уравнением состояния (модель совершенного газа)

$$p = \rho R T M^{-1}$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $M$  – молярный вес газа.

На границе расчетной области, совпадающей с твердой поверхностью, ставились граничные условия: прилипания  $u = 0, v = 0, w = 0$ ; адиабатичности ( $[\partial T/\partial n]_w = 0$ ); затухания пульсаций ( $q_w = 0$ ) и “частотной непроницаемости” ( $[\partial \omega/\partial n]_w = 0$ ).

На внешней по отношению к поверхности тела границе задаются условия: на входной – условия однородного сверхзвукового потока, на выходной – “мягкие” условия экстраполяции.

При обезразмеривании уравнений Рейнольдса декартовы координаты  $x = x'L, y = y'L, z = z'L$  отнесены к характерному линейному размеру  $L$ , время  $t = t'L/V_\infty$  – к характерному времени  $L/V_\infty$ , компоненты вектора скорости  $u = u'V_\infty, v = v'V_\infty, w = w'V_\infty$  – к модулю вектора скорости набегающего потока  $V_\infty$ , давление  $p = p'(\rho_\infty V_\infty^2)$  – к удвоенному скоростному напору набегающего потока, параметры турбулентности:  $q = q'V_\infty$  и  $\omega = \omega'V_\infty/L$ , остальные газодинамические переменные – к их значениям в набегающем потоке. Нижний индекс “ $\infty$ ” обозначает значение данной переменной в невозмущенном потоке.

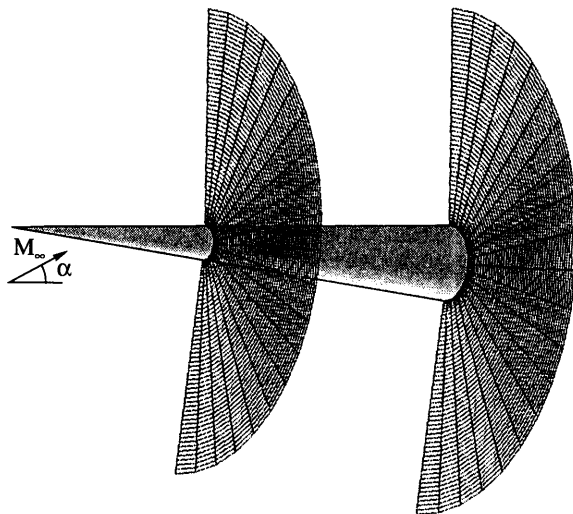
При таком обезразмеривании в уравнениях Рейнольдса появляются основные параметры подобия:  $\gamma = c_p/c_v$  – показатель адиабаты,  $M_\infty = V_\infty/a_\infty$  – число Маха набегающего потока ( $a$  – скорость звука),  $Re_\infty = \rho_\infty V_\infty L/\mu_\infty$  – число Рейнольдса,  $Pr$  – число Прандтля. Обезразмеренные таким образом уравнения Рейнольдса использовались при численном интегрировании.

В качестве начального приближения принимается условие однородного набегающего потока с последующим развитием поля течения в процессе решения нестационарной задачи. При этом по мере формирования картины поля течения шаг по времени постепенно увеличивается. Очень эффективной оказалась процедура расчета, при котором задача на первом этапе решается описанным выше способом на грубой сетке (например,  $21 \times 21 \times 21$ ), а затем это поле используется (после применения линейной интерполяции) в качестве начального приближения для расчета на более мелкой сетке. При проведении систематических расчетов по числам Маха и Рейнольдса в качестве начального приближения принимаются ранее полученные варианты с наиболее близкими к необходимым значениями изменяющихся параметров.

2. Сформулированная выше начально-краевая задача решается численно на основе интегро-интерполяционного метода [6] (метода конечного объема). Этот метод в [6] описан применительно к моделированию обтекания осесимметричных тел под углом атаки сверхзвуковым потоком совершенного газа на основе уравнений Навье – Стокса. В настоящей статье подход [6] используется для численного интегрирования уравнений Навье – Стокса и Рейнольдса.

Ниже в качестве осесимметричного тела рассматривается острый круговой конус конечной длины  $L$ , которая принимается в качестве характерного линейного размера (фиг. 1). Выходная граница расчетной области попадает на острую кромку донного среза, так что течение в ближнем следе за конусом не исследуется. Такой подход к задаче соответствует рассмотрению обтекания полубесконечного конуса. Кроме того, в силу симметрии картины обтекания расчеты выполнены на неравномерной сетке размером  $65 \times 61 \times 21$  (в продольном, нормальном и окружном направлениях) для одной половины поля течения с граничными условиями симметрии на вертикальной плоскости. Численное решение трехмерных уравнений Рейнольдса реализовано на персональных ЭВМ.

Поля газодинамических переменных около острого конуса с углом полураствора  $\theta_c = 4^\circ$  получены в диапазоне угла атаки  $\alpha = 0-8^\circ$  ( $\alpha/\theta_c = 0-2$ ) при числах  $M_\infty = 4$  и  $Re_\infty = 1.69 \cdot 10^4, 1.69 \cdot 10^5, 1.69 \cdot 10^6$  для ламинарной модели движущейся среды (уравнения Навье – Стокса,  $Re_\infty = \rho_\infty V_\infty L/\mu_\infty$ ) и  $M_\infty = 4, Re_\infty = 1.69 \cdot 10^6, M_\infty = 4.06, Re_\infty = 4.11 \cdot 10^6, M_\infty = 4.06, Re_\infty = 13.62 \cdot 10^6$  для ламинарно-турбулентной модели (уравнения Рейнольдса). Некоторое различие в значениях числа Маха было вызвано необходимостью точного соответ-



Фиг. 1. Острый круговой конус с  $\theta_c = 4^\circ$  и расчетная сетка

ствия условий расчета и эксперимента. Поскольку в эксперименте обтекаемая поверхность близка к теплоизолированной, то все расчеты выполнены для этого условия.

3. Экспериментальные исследования проведены в аэродинамической трубе (АДТ) ЦАГИ Т-121 периодического действия [7]; рабочим телом служил воздух, предварительно накапливаемый в сжатом виде в специальных емкостях (газгольдерах). Во избежание явления конденсации в потоке воздух, поступающий в рабочую часть АДТ, предварительно нагревался электрическим подогревателем до температуры  $T_0 \approx 300$  К. Необходимое число  $M_\infty$  в рабочей части трубы обеспечивалось посредством установки соответствующего профилированного сопла, изготовленного как одно целое с рабочей частью. На режимах с числом  $M_\infty \approx 4$  использовалось плоское сопло с квадратным сечением рабочей части размером  $200 \times 200$  мм<sup>2</sup>. Необходимое значение числа  $Re$  обеспечивалось путем создания в форкамере трубы соответствующего давления  $p_0$ .

Для исследования в условиях трубы Т-121 аэродинамических характеристик тел вращения была спроектирована модель, конструктивно состоящая из трех элементов – носового, центрального и кормового, что давало возможность варьировать ее внешние обводы требуемым образом. В нашем случае модель представляла собой острый конус с углом полураствора  $\theta_c = 4^\circ$ , длиной  $L = 252.25$  мм и диаметром донного среза  $d = 35.2$  мм.

В рабочей части трубы модель устанавливалась на хвостовой державке, расположенной по продольной оси симметрии модели, относительно которой отсчитывались углы атаки  $\alpha$  и скольжения  $\beta$ . В процессе проведения испытаний при  $\beta = 0$  угол атаки изменялся дискретным образом в диапазонах  $\alpha \approx -6-6^\circ$  с шагом  $\Delta\alpha \approx 1^\circ$  и  $\alpha \approx 6-12^\circ$  с  $\Delta\alpha \approx 2^\circ$ .

Измерение нагрузок, действовавших на модель в процессе испытаний, проводилось в связанной системе осей координат с помощью трехкомпонентных тензочувствительных весов, расположенных вне потока на стенке рабочей части трубы. Основные характеристики весов приведены в табл. 1.

Донное давление в процессе испытаний измерялось не на донном срезе модели, а приемником давления, расположенным под обтекателем тензочувствительных весов. Как показал многолетний опыт проведения весовых испытаний в Т-121, такой способ измерения обеспечивает корректное определение донного давления; при этом существенно упро-

Таблица 1

Максимальные измеряемые нагрузки			Погрешность измерения (среднеквадратичное отклонение)		
X, кг	Y, кг	M <sub>z</sub> , кг · см	σ <sub>X</sub>	σ <sub>Y</sub>	σ <sub>M<sub>z</sub></sub>
14.0	±14.0	±0.6	0.0020	0.0024	0.000751

Таблица 2

Номер	Число M <sub>∞</sub>	Давление в формкамере p <sub>0</sub> , атм	Температура потока T <sub>0</sub> , К	Скоростной напор Q <sub>∞</sub> , кг/м <sup>2</sup>	Число Re <sub>L</sub> · 10 <sup>-6</sup>	Угол атаки α, град
1	4.00	1.49	300	1100	1.69	-4-10
2	4.06	10.9	300	7700	13.62	

щается конструкция и процесс изготовления хвостовой части модели, а также монтаж и перемонтаж модели в рабочей части трубы во время проведения испытаний.

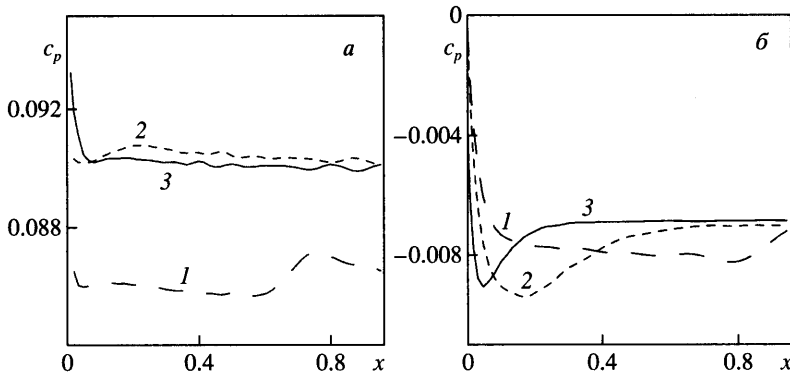
При определении аэродинамических коэффициентов C<sub>x</sub>, C<sub>y</sub> и m<sub>z</sub> соответствующие силы X и Y относились к скоростному напору невозмущенного потока q<sub>∞</sub> = 0.5ρ<sub>∞</sub>V<sub>∞</sub><sup>2</sup> и площади донного среза модели кругового конуса S<sub>m</sub> = 0.0009731 м<sup>2</sup>, а аэродинамический момент M<sub>z</sub>, кроме того, еще и к характерному линейному размеру, в качестве которого была выбрана длина модели L = 0.25225 м. При этом значения коэффициентов m<sub>z</sub> вычислялись относительно условного центра масс, расположенного в носике модели (X<sub>T</sub> = 0).

При обработке результатов испытаний и в значении углов атаки α вводились поправки, учитывающие деформацию хвостовой державки под действием аэродинамической нагрузки. При вычислении значений коэффициента осевой силы C<sub>x</sub> вводилась поправка на донное давление, т.е. давление на донном срезе модели p<sub>d</sub> приводилось к статическому давлению невозмущенного потока p<sub>∞</sub>.

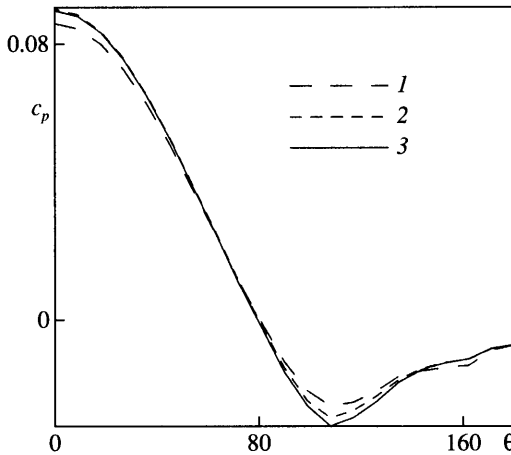
Значения параметров потока, которые реализовывались в рабочей части трубы Т-121 при испытаниях острого кругового конуса, а также значения угла атаки приведены в табл. 2.

4. По найденным расчетным полям газодинамических переменных определялись локальные аэродинамические характеристики конуса: коэффициент давления c<sub>p</sub> = (p - p<sub>∞</sub>)/q<sub>∞</sub>; коэффициенты сопротивления трения в радиальном (c<sub>fr</sub> = τ<sub>rw</sub>/q<sub>∞</sub>) и окружном (c<sub>fθ</sub> = τ<sub>θw</sub>/q<sub>∞</sub>) направлениях. Поскольку в эксперименте визуализация картины обтекания острого конуса не проводилась, то о структуре поля течения и ее изменении в зависимости от угла α и числа Re можно судить только по результатам расчетов.

На поверхности острого конуса коэффициент давления вдоль его образующей остается постоянным при больших числах Рейнольдса в соответствии с классической постановкой задачи (невязкое течение плюс пограничный слой), однако в потоке вязкого газа его значение может изменяться достаточно сложным образом. В качестве примера на фиг. 2 показано его распределение в плоскости симметрии тела при α = 8° для разных чисел Re. При этом следует иметь в виду, что на наветренной стороне всюду реализуется однотипная структура – линия растекания, в то время как на подветренной стороне разнотипная – линия стекания в окрестности острой вершины далее вниз по потоку сменяется линией растекания. При наименьшем числе Re значение коэффи-



Фиг. 2. Влияние числа  $Re$  на распределение коэффициента давления  $c_p$  в плоскости симметрии конуса на наветренной (а) и подветренной (б) сторонах при угле атаки  $\alpha = 8^\circ$  (ламинарно-турбулентное обтекание): 1 –  $Re = 1.69 \cdot 10^6$ ,  $M_\infty = 4$ ; 2 –  $4.11 \cdot 10^6$ , 4.06; 3 –  $13.62 \cdot 10^6$ , 4.06



Фиг. 3. Влияние числа  $Re$  на распределение коэффициента давления  $c_p$  в поперечном сечении ( $x = 1$ ) острого конуса с теплоизолированной поверхностью при угле атаки  $\alpha = 8^\circ$ : 1 –  $Re = 1.69 \cdot 10^6$ ,  $M_\infty = 4$ ; 2 –  $4.11 \cdot 10^6$ , 4.06; 3 –  $13.62 \cdot 10^6$ , 4.06

циента давления примерно в сечениях  $x = 0.6$  на наветренной стороне (линия растекания) и  $x = 0.8$  на подветренной стороне (линия растекания) испытывает небольшое повышение, что связано с явлением ламинарно-турбулентного перехода. Различие в положении ламинарно-турбулентного перехода обусловлено влиянием числа Маха на внешней границе пограничного слоя, значение которого на подветренной стороне много больше, чем на наветренной стороне конуса. Последующее увеличение числа  $Re$  приводит к смещению переходной области к вершине конуса, к постоянству коэффициента давления в продольном направлении и практически к независимости его значения от числа  $Re$ .

В поперечном сечении конуса коэффициент давления монотонно уменьшается при переходе с наветренной стороны на подветренную при безотрывном течении и изменяется немонотонным образом при наличии поперечного отрыва. В качестве примера на фиг. 3 показано его распределение в плоскости донного сечения при  $\alpha = 8^\circ$  для раз-

ных чисел  $Re$ . Можно видеть, что в плоскости симметрии тела значения коэффициента давления достигают локального максимума, минимальное значение наблюдается вне плоскости симметрии на подветренной стороне. При этом влияние числа  $Re$  проявляется на наветренной стороне в окрестности плоскости симметрии и на подветренной стороне в окрестности точки поперечного отрыва.

Понять особенности развития течения в окрестности обтекаемой поверхности помогают распределения окружной и радиальной компонент коэффициента сопротивления трения в поперечном сечении тела, при этом для выделения влияния числа Рейнольдса удобно рассмотреть распределения величин  $C_\theta^0 = c_{f\theta}\sqrt{Re}$  и  $C_r^0 = c_{fr}\sqrt{Re}$ . В качестве примера на фиг. 4 и 5 показаны влияния числа  $Re$  и угла  $\alpha$  на распределения указанных величин в донном сечении тела. Согласно этим данным, при углах атаки  $\alpha \geq 4^\circ$  реализуется безотрывное обтекание конуса, а при  $\alpha > 4^\circ$  на подветренной стороне наблюдается поперечный отрыв потока. Относительно сильное влияние числа  $Re$  на рассматриваемые величины говорит о том, что для исследованного диапазона числа  $Re$  в выходном сечении конуса при всех углах атаки реализуется турбулентный режим течения.

5. В расчете по известным распределениям локальных характеристик по обтекаемой поверхности конуса вычислялись его интегральные аэродинамические характеристики.

Сначала определяются значения осевой  $T$  и нормальной  $N$  компонент вектора аэродинамической силы

$$T = T_p + T_F, \quad N = N_p + N_F \quad (5.1)$$

Здесь  $T_p, N_p$  и  $T_F, N_F$  – проекции касательных и нормальных напряжений, приложенных к обтекаемой поверхности конуса, на ось конуса и нормаль к ней в плоскости симметрии течения. Вычисляется также момент  $M_z$  аэродинамических сил относительно оси  $z$ , ортогональной плоскости симметрии и проходящей через вершину конуса.

По этим силам рассчитывались аэродинамические коэффициенты – коэффициенты осевой  $C_x$  и нормальной  $C_y$  сил, коэффициент момента  $m_z$

$$C_x = \frac{T}{q_\infty S_m} = C_{xp} + C_{xF}, \quad C_y = \frac{N}{q_\infty S_m} = C_{yp} + C_{yF}, \quad m_z = \frac{M_z}{q_\infty S_m L} \quad (5.2)$$

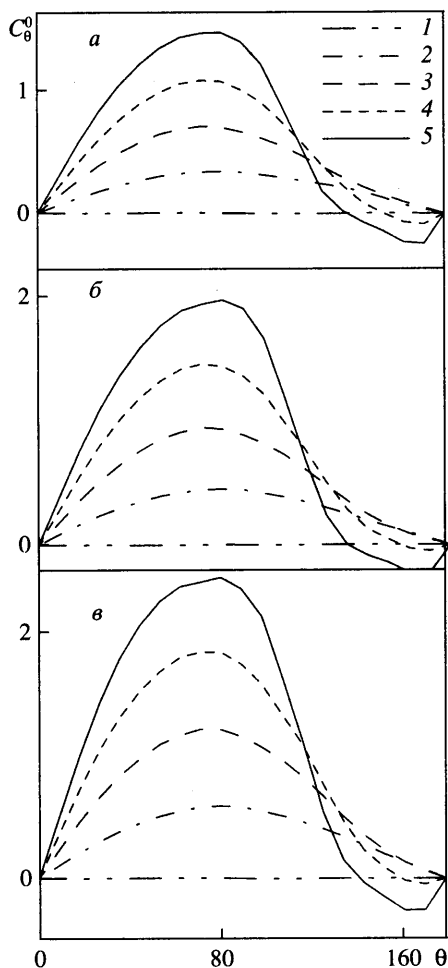
Здесь  $S_m = \pi R^2$  – площадь миделевого сечения конуса (донного среза).

Результаты расчетов интегральных аэродинамических коэффициентов и сопоставление их с экспериментальными данными показаны на фиг. 6–8. Как и следовало ожидать, изменение числа Рейнольдса наиболее заметно влияет на поведение коэффициента осевой силы и практически не сказывается на поведении коэффициентов нормальной силы и момента. Экспериментальные данные осевой силы, представленные на фиг. 6, 7, получены в трех различных пусках.

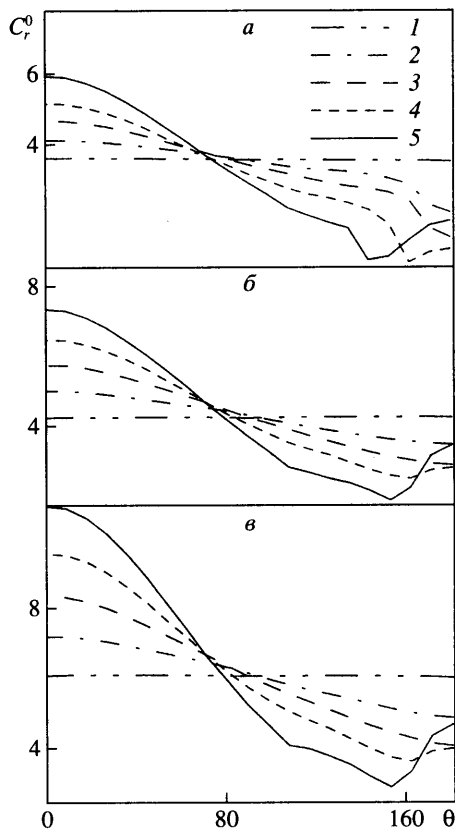
При ламинарном обтекании конуса коэффициент осевой силы монотонно возрастает по мере увеличения угла  $\alpha$  (фиг. 6), а с ростом числа  $Re$  его значения уменьшаются с сохранением монотонной зависимости по углу атаки. При этом при числе  $Re = 1.69 \cdot 10^6$  расчетная зависимость не согласуется с экспериментальной (максимальное различие между ними имеет место при нулевом угле атаки и достигает 50%) и располагается ниже ее. В то же время результаты расчетов по турбулентной модели хорошо согласуются с экспериментальными данными как в качественном, так и количественном отношении: максимальное различие между расчетом и экспериментом наблюдается при  $\alpha = 3^\circ$  и составляет примерно 14%. Это обстоятельство, по-видимому, говорит о наличии ламинарно-турбулентного перехода в поле течения в условиях эксперимента.

При больших числах Рейнольдса изменение коэффициента осевой силы в зависимости от числа  $Re$  носит немонотонный характер (фиг. 7), что связано с формировани-





Фиг. 4

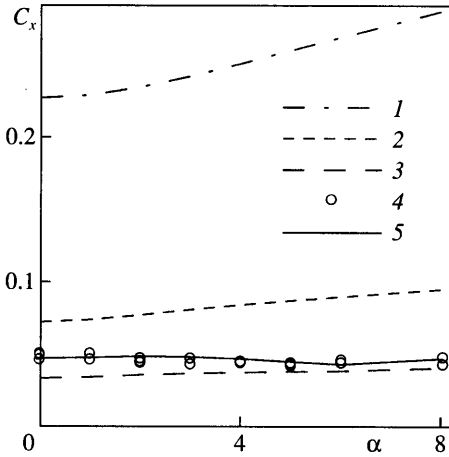


Фиг. 5

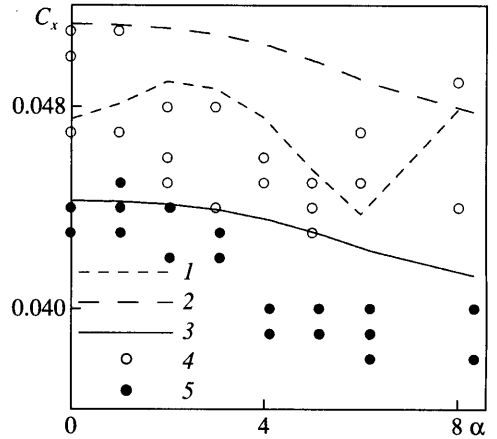
Фиг. 4. Влияние угла атаки  $\alpha$  на распределение окружного коэффициента сопротивления трения  $C_{\theta}^0 = c_{f\theta} \sqrt{Re}$  в поперечном сечении ( $x = 1$ ) конуса: кривые 1–5 соответствуют углам атаки  $\alpha = 0, 2, 4, 6, 8^\circ$  (ламинарно-турбулентное обтекание): а –  $M_\infty = 4$ ,  $Re = 1.69 \cdot 10^6$ ; б – 4.06,  $4.11 \cdot 10^6$ ; в – 4.06,  $13.62 \cdot 10^6$

Фиг. 5. Влияние угла атаки  $\alpha$  на распределение радиального коэффициента сопротивления трения  $C_r^0 = c_{fr} \sqrt{Re}$  в поперечном сечении ( $x = 1$ ) конуса: кривые 1–5 –  $\alpha = 0, 2, 4, 6, 8^\circ$  (ламинарно-турбулентное обтекание): а –  $M_\infty = 4$ ,  $Re = 1.69 \cdot 10^6$ ; б – 4.06,  $4.11 \cdot 10^6$ ; в – 4.06,  $13.62 \cdot 10^6$

ем областей переходного и турбулентного течений. При наименьшем числе Рейнольдса он в зависимости от угла атаки изменяется немонотонным образом и результаты расчетов в качественном и количественном отношении хорошо согласуются с экспериментальными данными. При промежуточном числе Рейнольдса ( $Re = 4.11 \cdot 10^6$ ), при котором сформировалась относительно большая область турбулентного течения, коэффициент осевой силы возрастает по сравнению с предыдущим случаем и монотонно уменьшается с ростом  $\alpha$ . Переход к наибольшему числу Рейнольдса ( $Re = 13.62 \cdot 10^6$ )



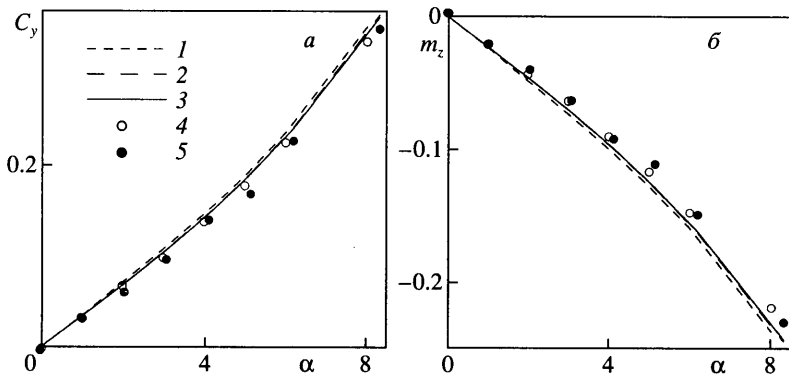
Фиг. 6



Фиг. 7

Фиг. 6. Влияние угла атаки  $\alpha$  и числа Рейнольдса  $Re$  на коэффициент осевой силы  $C_x$  острого конуса с теплоизолированной поверхностью при числе  $M_\infty = 4$ : 1–3 –  $Re = 1.69 \cdot 10^4, 1.69 \cdot 10^5, 1.69 \cdot 10^6$  (ламинарное обтекание); 4, 5 – экспериментальные и расчетные данные при  $Re = 1.69 \cdot 10^6$  (ламинарно-турбулентное обтекание)

Фиг. 7. Влияние угла атаки  $\alpha$  и числа Рейнольдса  $Re$  на коэффициент осевой силы  $C_x$  острого конуса с теплоизолированной поверхностью: 1 –  $Re = 1.69 \cdot 10^6, M_\infty = 4$ ; 2 –  $4.11 \cdot 10^6, 4.06$ ; 3 –  $13.62 \cdot 10^6, 4.06$ ; 4, 5 – экспериментальные и расчетные данные при  $Re = 1.69 \cdot 10^6, M_\infty = 4$ ;  $13.62 \cdot 10^6, 4.06$



Фиг. 8. Влияние угла атаки  $\alpha$  и числа Рейнольдса  $Re$  на коэффициент нормальной силы  $C_y$  (а) и коэффициент момента  $m_z$  (б) острого конуса с теплоизолированной поверхностью: 1 –  $Re = 1.69 \cdot 10^6, M_\infty = 4$ ; 2 –  $4.11 \cdot 10^6, 4.06$ ; 3 –  $13.62 \cdot 10^6, 4.06$ ; 4, 5 – экспериментальные данные при  $Re = 1.69 \cdot 10^6, M_\infty = 4$ ;  $13.62 \cdot 10^6, 4.06$

приводит к снижению величины коэффициента осевой силы; при этом сохраняется монотонная зависимость по углу атаки. Расчетная зависимость при малых углах  $\alpha$  согласуется с экспериментальными данными, но при  $\alpha \geq 2^\circ$  наблюдается заметное рассогласование данных: расчет дает более высокие значения коэффициента осевой силы по сравнению с экспериментом (максимальное отличие составляет около 10%). Воз-

можно, это различие связано с продольным отрывом пограничного слоя на подветренной стороне при углах атаки  $\alpha > \theta_c$  (в расчете не учитывается донная область).

Изменение числа Рейнольдса в исследованном диапазоне практически не оказывает влияния на значения коэффициентов нормальной силы и момента (фиг. 8): расчетные и экспериментальные зависимости для разных значений числа Рейнольдса почти совпадают и хорошо согласуются друг с другом.

**Заключение.** Выполнены теоретическое и экспериментальное исследование обтекания тонкого острого кругового конуса сверхзвуковым потоком совершенного газа для малых и умеренных углов атаки при больших числах Рейнольдса, когда в потоке имеют место ламинарный, ламинарно-турбулентный режимы течения. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по поведению интегральных аэродинамических коэффициентов в зависимости от угла атаки и числа Рейнольдса показало в целом хорошее согласование их между собой. Это указывает на то, что метод численного моделирования на основе уравнений Рейнольдса с использованием дифференциальной двухпараметрической  $q-\omega$ -модели турбулентности позволяет получать надежные данные по интегральным аэродинамическим характеристикам тела.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 00-15-96070).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Башкин В.А. Треугольные крылья в гиперзвуковом потоке. М.: Машиностроение, 1984. 136 с.
2. Башкин В.А., Дудин Г.Н. Пространственные гиперзвуки течения вязкого газа. М.: Наука. Физматлит, 2000. 288 с.
3. Гиневский А.С., Иоселевич В.А., Колесников А.В. и др. Методы расчета турбулентного пограничного слоя // Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. Т. 11. М.: ВИНТИ, 1978. С. 155–304.
4. Marin J.G., Coakley T.J. Turbulence Modeling for Hypersonic Flows // The Third Joint Europe / US Short Course in Hypersonics. At the RWTH Aachen – Univ. Technology, 1990. Boston: Berkhauser, 1992. P. 1–43.
5. Huang P.G., Coakley T.J. Turbulence modeling for high speed flows // AIAA Paper. 1993. № 92-0436. 15 p.
6. Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пафнутьев В.В. Пространственное ламинарное обтекание осесимметричных тел сверхзвуковым потоком газа // Журн. вычисл. мат. и матем. физ. 2002. Т. 42. № 12.
7. Russian Aeronautical Test Facilities // Anser Center for International Aerospace Cooperation. Arlington, 1994.

Москва

Поступила в редакцию  
27.III.2002