

УДК 533.6.011

© 2003 г. В. П. ЗАМУРАЕВ, А. Ф. ЛАТЫПОВ

К ВОПРОСУ ОБ ИЗМЕРЕНИИ ДАВЛЕНИЯ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССАХ

На основе численного решения уравнений Эйлера моделируется измерение давления в замкнутом плоском объеме газа при локальном мгновенном подводе энергии и исследуется характер распределения параметров газа в тестируемом объеме. Подводимой энергии соответствует начальное давление, превышающее невозмущенное значение в 10^2 – 10^4 раз. Размер зоны подвода энергии варьируется в пределах от 1/800 до 1/40 объема газа. Узкий канал, примыкающий к тестируемому объему, имеет длину до четырех калибров. Расчеты выполнены при различных положениях зоны подвода энергии и узкого канала.

Ключевые слова: быстро протекающие процессы в газах, замкнутый объем, измерение давления, численное моделирование.

Для измерения давления в форкамере импульсных аэродинамических труб или в камере сгорания прямооточных воздушно-реактивных двигателей датчики давления обычно размещаются в торце узкого канала, примыкающего к тестируемому объему. При этом измеряемое давление существенно зависит от длины используемого канала. При быстрых нестационарных процессах давление в длинных каналах сильно "размазывается" во времени, давление в коротких каналах имеет колебательный характер как по времени, так и в пространстве. Такого рода зависимости измеряемого давления от времени получены в [1] при динамической тарировке пневмотрасс, длина которых в экспериментах варьировалась от 100 до 1000 мм при диаметре от 1 до 3 мм. Воздух из канала пневмотрассы предварительно откачивался до давления 0.11 атм. Когда открывался вход в канал, в него поступал атмосферный воздух. В случае пневмотрассы большой длины измеряемое давление увеличивалось со временем практически монотонно. Однако если длина пневмотрассы была небольшой, наблюдались колебания измеряемого давления (один из датчиков давления располагался на расстоянии, равном примерно трем калибрам, от места поступления воздуха в пневмотрассу).

Таким образом, возникает вопрос о соответствии измеряемого при нестационарных процессах давления истинному давлению в объеме. В данной работе этот вопрос рассматривается для коротких каналов на основе численного решения уравнений Эйлера.

1. Постановка задачи. Рассматривается развитие возмущения в замкнутой плоской камере прямоугольной формы при мгновенном локальном подводе энергии. К камере перпендикулярно стенке примыкает узкий канал. Возмущение, развиваясь, достигает канала и входит в него. Давление на дне канала начинает изменяться с течением времени.

Для моделирования развития возмущения в газе с постоянным показателем адиабаты γ решаются уравнения Эйлера в консервативной форме

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = 0$$

$$\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho v, e), \quad \mathbf{F} = (\rho u, p + \rho u^2, \rho u v, u(p + e)), \quad \mathbf{G} = (\rho v, \rho u v, p + \rho v^2, v(p + e))$$

Здесь координаты x и y направлены соответственно вдоль и поперек камеры и отнесены к ее ширине d . Время t отнесено к d/a_0 , компоненты скорости газа u и v , скорость звука $a - k a_0$, плотность $\rho - k \rho_0$ (начальная размерная плотность газа равна $\gamma \rho_0$); давление p и полная энергия единицы объема газа e нормированы на величину $\rho_0 a_0^2$; ρ_0 и $a_0 -$ невозмущенные размерные давление и скорость звука в камере. Для рассматриваемой модели газа

$$p = (\gamma - 1) \left(e - \rho \frac{u^2 + v^2}{2} \right), \quad a^2 = \gamma \frac{p}{\rho}$$

При решении этих уравнений на стенках камеры и узкого канала ставится условие непротекания $v_n = 0$, где $v_n -$ нормальная компонента скорости. В начальный момент времени газ покоится ($u = v = 0$) и во всей области, за исключением небольшой зоны энерговыделения, параметры газа невозмущенные. Зона энерговыделения расположена внутри камеры и имеет прямоугольную форму ($l_1 \leq x \leq l_2, d_1 \leq y \leq d_2$). Считается, что выделение энергии происходит очень быстро и плотность газа за соответствующий промежуток времени не успевает измениться, изменяются только местные давление и температура. В этой зоне задается более высокое начальное давление p_* ; соответствующая температура определяется из условия подвода энергии при постоянном объеме. Другие параметры (ρ, u, v) такие же, как в остальной части области течения.

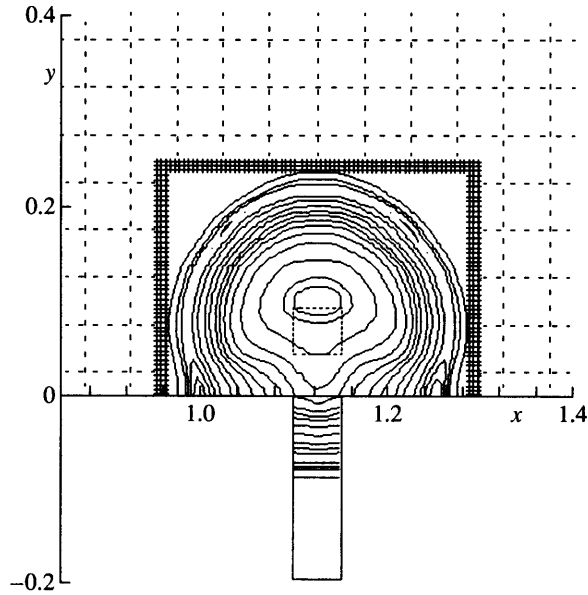
Узкий канал примыкает к камере при $l_3 \leq x \leq l_4, y = 0$, его длина d_k . Рассчитывается мгновенное и среднее по времени и площади давление на дно узкого канала. При этом вводится как параметр интервал времени, по которому проводится осреднение (аналог времени интегрирования цифровых приборов). Рассчитывается зависимость от времени средних по объему характеристик газа и относительных флуктуаций этих величин. Проводится сравнение осредненного давления на дно узкого канала со средним давлением в тестируемом объеме. Тем самым моделируется измерение давления.

2. Численный метод. Для численного решения поставленной задачи применяется метод Макормака [2] в сочетании с сеточной процедурой, предложенной в [3, 4] и позволяющей вводить в отдельных подобластях сетки с шагом на порядок меньшим. Данная процедура не порождает осцилляций и нефизических волн.

Существо предложенной методики состоит в следующем. Вся область течения, в которой численно решаются уравнения газовой динамики, разбивается на две или более подобластей, последовательно окружающих одна другую. В каждой из них вводится своя прямоугольная сетка с одинаковым направлением сторон ячеек. Во внешней подобласти сетка самая крупная. В самой внутренней подобласти, включающей зону энерговыделения, сетка самая мелкая. Шаги при переходе к более мелкой сетке могут уменьшаться значительно, например на порядок. Соответственно во столько же раз изменяется шаг интегрирования по времени. Таким образом, критерий Куранта имеет одно и то же значение для всех подобластей и в каждой из них решение может находиться по одной и той же разностной схеме. Введенные сетки не перекрываются.

Для связи решений подобласти расширяются в соседние. В подобласти с мелкой сеткой у границы с подобластью с более крупной сеткой вводится два слоя узлов крупной сетки. Мелкая сетка продляется в подобласть крупной сетки на один крупный шаг (при заданном отношении измельчения r на r мелких шагов). Значения параметров течения в дополнительных узлах на предыдущем временном слое находят по значениям этих параметров в узлах исходных сеток для того же момента времени с помощью линейной интерполяции. Полученные значения параметров используются в качестве граничных условий для нахождения решения в подобластях на новом временном слое.

Применение линейной интерполяции вносит некоторую погрешность в потоки массы, импульса и энергии на границах сеток. Однако, как показано в [4], внесение этой



Фиг. 1. Изолинии плотности газа в момент времени $t = 0.012$ при $p_* = 10^3$ и при положении узкого канала без сдвига по x относительно зоны энергоподвода

погрешности в разностную схему второго порядка не понижает ее порядка аппроксимации и приводит лишь к слабому нарушению консервативности метода.

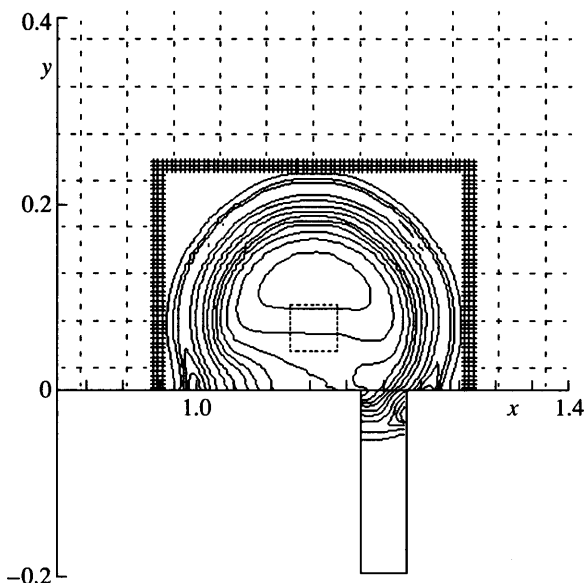
Далее по одной и той же (любой) разностной схеме, использующей гидродинамические потоки, проводится расчет газодинамических параметров на новом временном слое в каждой из подобластей независимо. При этом в подобласти с крупной сеткой делается только один временной шаг Δt , в подобласти же мелкой сетки совершается r шагов, каждый из которых равен $\Delta t/r$. Число узлов в каждой расширенной подобласти, в которых насчитываются новые значения параметров, сокращается со стороны другой подобласти. В результате на новом временном слое параметры течения становятся известными во всех узлах подобластей без расширения.

Для улучшения свойств разностной схемы применялась искусственная вязкость четвертого порядка малости [4]. Проведенные тестовые испытания показали эффективность данной численной методики.

3. Результаты расчетов. Расчеты проведены для газа с $\gamma = 1.4$ при следующих начальных значениях параметров: $p = 1$, $\rho = 1.4$, $u = v = 0$. Ширина и длина камеры соответственно равны $d = 1$, $l = 2$. Зона подвода энергии определяется величинами $l_1 = 1.1$, $l_2 = 1.15$, $d_1 = 0.05$, $d_2 = 0.1$ (в основном варианте). Начальное давление в этой зоне равно $p_* = 10^2, 10^3, 10^4$. Узкий канал примыкает к камере при $1.1 \leq x \leq 1.15$, $y = 0$ в основном варианте (в дополнительном варианте $1.175 \leq x \leq 1.225$, $y = 0$); длина этого канала $d_k = 0.2$.

Наряду с этим проводились расчеты при величине подводимой энергии $\Delta E = 62.5$ и различных продольных размерах зоны подвода энергии $\Delta l = l_2 - l_1 = 0.05, 0.2, 0.4, 0.5$ и 1 (плотность подводимой энергии обратно пропорциональна Δl). Параметры искусственной вязкости выбирались таким образом, чтобы при подавлении наведенных численной схемой осцилляций нарушение интегральных законов сохранения было минимальным.

На фиг. 1 и 2, соответствующих основному и дополнительному вариантам, показаны распределения плотности газа на раннем этапе ($t = 0.012$) развития возмущения,



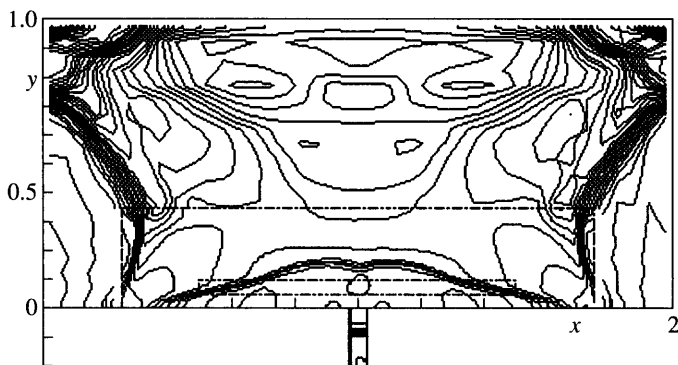
Фиг. 2. Изолинии плотности газа в момент времени $t = 0.012$ при $p_* = 10^3$ и при положении узкого канала со сдвигом по x относительно зоны энергоподвода

вызванного подводом энергии ($p_* = 10^3$). Точечные линии представляют крупную сетку. Мелкая сетка нанесена только частично, по внешнему краю соответствующей подобласти (фактор измельчения $r = 10$). В ней штриховой линией указана зона энерговыделения.

На фиг. 1 нанесены изохоры 0.04, 0.05, 0.1 и далее через интервал 0.1 до 0.6, затем 0.8, 1 и через интервал 0.5 до 3 (плотность ρ на фигурах нормирована на начальное значение).

На фиг. 2 представлены изохоры от 0.1 до 0.6 с шагом 0.1, затем 0.8, 1 и через интервал 0.5 до 3. Эти системы изохор дают представление о структуре течения, возникающей при мгновенном локальном подводе энергии. Распределение плотности газа на фиг. 1 симметрично относительно вертикальной прямой, проходящей через середину зоны подвода энергии; аналогичное распределение на фиг. 2, сильно не симметричное в нижней части области возмущения, что вызвано смещением узкого канала относительно зоны энерговыделения.

Ударная волна, падающая от зоны энерговыделения в сторону узкого канала, отражается от нижней стенки камеры и от боковой стенки канала. Войдя в узкий канал, ударная волна распространяется по нему без ослабления. Безразмерное давление за ней для условий на фиг. 1 превышает 60. Давление за отраженной от дна канала волной становится значительно более высоким. В то же время ударная волна, распространяющаяся от зоны энерговыделения в камеру, постоянно ослабляется. В рассматриваемый момент времени давление за ней несколько больше 40. В центральной области возмущения, включающей зону энерговыделения, давление газа из-за разлета ниже 30, а плотность газа на фиг. 1 ниже 0.04, т.е. упала более чем в 20 раз по сравнению с невозмущенным значением; на фиг. 2 плотность несколько меньше 0.1. Разница в значениях ρ в этих двух вариантах связана с более далеким от зоны энергоподвода положением узкого канала. Область минимальных значений плотности немного смещена в сторону верхней стенки. Характер распределения параметров в начальные моменты времени качественно соответствует теории сильного взрыва.



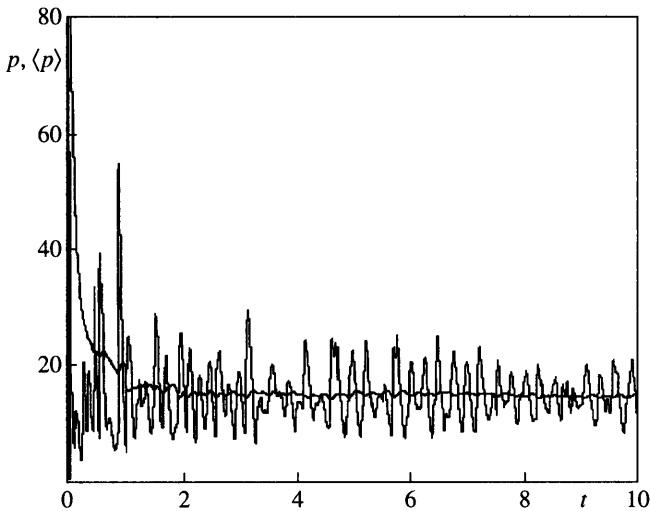
Фиг. 3. Изолинии давления в момент времени $t = 0.3$ при $p_* = 5 \cdot 10^2$

При последующем развитии возмущения происходит отражение ударной волны от стенок камеры и узкого канала. На фиг. 3 для момента времени $t = 0.3$ приведены системы изобар при подводе энергии $\Delta E = 62.5$ в узкой длинной зоне $\Delta l = 1$. Результаты на фигуре соответствуют начальному давлению в зоне энерговыделения $p_* = 500$, изобары приведены для значений p от 2 с шагом 1 до 15, а также для $p = 17.5$, далее от 20 с шагом 2 до 30, затем с шагом 2.5 до 40 и, наконец, с шагом 5 до 60. Штрихпунктирная линия охватывает подобласть мелкой сетки, в подобласти указана зона энергоподвода. На фигуре видна ударная волна, отраженная от нижней стенки камеры (в ней давление $p \approx 18$, достигая в отдельных зонах значения $p = 20$). Слева и справа эта ударная волна вскоре сомкнется с ударными волнами, отраженными от боковых стенок камеры, за которыми давление равно 20. За нижней частью этих ударных волн имеются волны разрежения (в них давление падает до 1). В левом и правом верхних углах камеры давление за ударными волнами достигает 70. В центральной части камеры наблюдается сложная картина, получающаяся в результате взаимодействия отраженной от верхней стенки ударной волны с волной разрежения.

При последующем развитии возмущения происходит многократное отражение от стенок камеры относительно слабых ударных волн и волн разрежения, взаимодействие их между собой, многократный вход (и выход) ударных волн в узкий канал. Следствием этой весьма сложной картины течения является колебательный характер зависимости от времени давления на дно узкого канала. Эта зависимость показана на фиг. 4 для основного варианта с начальным давлением в зоне энерговыделения $p_* = 10^4$. Такого рода зависимость от времени для измеряемого давления, как указывалось выше, получена в [1] при динамической тарировке пневмотрасс.

В канале устанавливается некоторый автоколебательный режим. В соответствии с результатами на фиг. 4 частота колебаний приблизительно равна 2.5. Оценка частоты собственных колебаний газа в канале при условиях расчета по формуле работы [5] дает значение 5 (при нормальных условиях – 1.25). Различие в частотах связано, по-видимому, с существенной нелинейностью процесса и значительным изменением скорости звука по длине канала (до 1.5 раз) и во времени. Кроме того, движение газа в канале существенно двумерное. Первоначально ударная волна, вошедшая в канал и распространяющаяся по нему, прямолинейная (для условий основного варианта, см. фиг. 1). Однако с течением времени даже в этом случае развиваются двумерные эффекты.

Частота колебаний давления у дна узкого канала зависит от расстояния зоны подвода энергии до нижней стенки камеры (к этой стенке примыкает узкий канал), от глубины канала, а также от размера зоны подвода энергии по оси y (от величины $d_2 - d_1$).



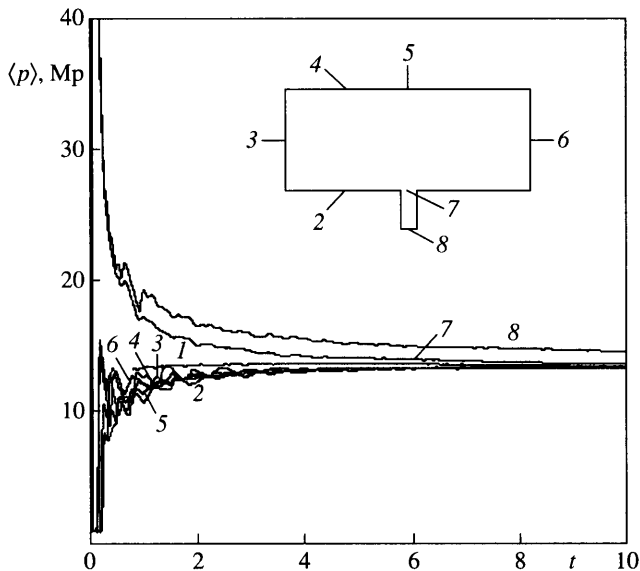
Фиг. 4. Зависимости от времени мгновенного p и осредненного $\langle p \rangle$ давления на дно узкого канала при $p_* = 10^4$

Частота колебаний измеряемого давления должна увеличиваться при уменьшении глубины узкого канала и уменьшаться при уменьшении размера $d_2 - d_1$.

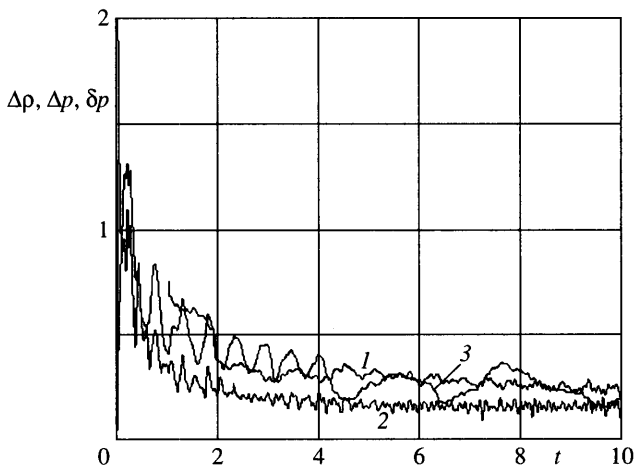
На фиг. 4 наряду с мгновенным давлением на дно канала приведено осредненное по времени и площади сечения канала давление. В рассматриваемом варианте оно устанавливается приблизительно равным $\langle p \rangle = 14.6$, причем относительная флуктуация давления равна $\delta p \approx 0.3$. В экспериментах измеряется давление, осредненное по некоторому промежутку времени, связанному с измерительной аппаратурой. Этот промежуток времени является дополнительным параметром. На фиг. 4 результаты осреднения приведены при использовании временного промежутка $\Delta t = 1$. Следует обратить внимание на существенное различие значений осредненного давления на дно канала и среднего давления в камере. Последнее равно $Mp = 13.52$ при относительной флуктуации Δp в пределах 0.2. Это значение $Mp(t)$ отличается от начального значения $Mp(0)$ на 0.7% ($Mp(0) = 13.44$). В камере в различных ее частях давление $\langle p \rangle$, полученное осреднением по всему интервалу времени, также близко к среднему по объему значению Mp . Это видно из фиг. 5, на которой цифрами отмечены зависимости от времени различных давлений. Кривая 1 — среднее по объему давление Mp , 2 – 6 — осредненные по времени значения $\langle p \rangle$ соответственно в точках с координатами (x, y) : (0.25, 0), (0, 0.5) (0.25, 1), (1, 1), (2, 0.5), 7 — давление в начале узкого канала, 8 — в его конце (у дна). Таким образом, в то время как в камере давление более или менее выровнялось, давление в узком канале и прилегающей к нему области камеры в среднем выше.

Отличие среднего значения полной энергии единицы объема газа $Me(t)$ при $t = 10$ от $Me(0)$ составляет величину не более 1%, при этом вклад кинетической энергии в полную на больших временах незначителен.

Дисперсия параметров газа в камере и у дна узкого канала остается значительной в течение длительного времени. Это можно видеть из фиг. 6, на которой показано изменение во времени относительной флуктуации плотности $\Delta \rho$ (кривая 1), давления в объеме Δp (кривая 2) и давления возле дна узкого канала δp (кривая 3). Зависимость относительной флуктуации плотности $\Delta \rho$ от длины $\Delta l = l_2 - l_1$ зоны энерговыделения при подводе одного и того же количества энергии $\Delta E = 62.5$ имеет немонотонный харак-



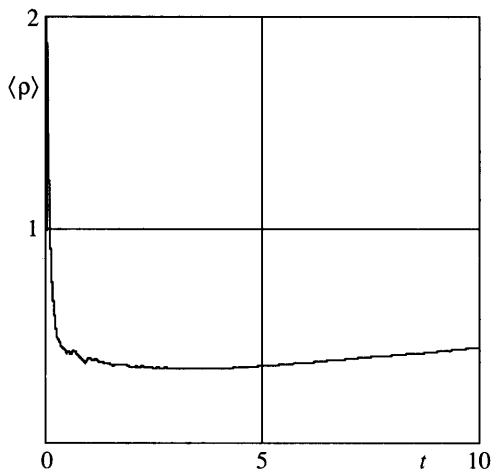
Фиг. 5. Зависимости давления от времени: 1 – давление, среднее по объему, 2–8 – давление, осредненное по времени в различных точках объема при $p_* = 10^4$



Фиг. 6. Относительные флуктуации плотности $\Delta\rho$ (1), давления в объеме Δp (2) и давления возле дна узкого канала δp (3) от времени при $p_* = 10^4$

тер: при увеличении длины зоны относительная флуктуация $\Delta\rho$ вначале растет (плотность подводимой энергии уменьшается, а разлетающаяся масса газа не успевает возвратиться), а затем падает. Дисперсию плотности и температуры, разумеется, можно уменьшить, увеличив размеры зоны энерговыделения при сохранении полной энергии.

Немонотонна зависимость относительной флуктуации плотности и от подводимой энергии. Из трех значений начального давления в зоне энерговыделения ($p_* = 10^2, 10^3$ и 10^4 в основном варианте) относительная флуктуация плотности имеет наибольшую величину при $p_* = 10^3$. Это также следствие нелинейного характера протекающих процессов.



Фиг. 7. Зависимость от времени осредненной плотности газа у дна узкого канала при $p_* = 10^4$

Отмеченное выше превышение осредненного давления у дна канала над средним давлением в объеме связано с эффектом аномального аэродинамического нагрева. На фиг. 7 показана зависимость осредненной по времени плотности газа возле дна узкого канала. Видно, что эта плотность приблизительно в 2.5 раза меньше, чем средняя плотность по всему объему. Это означает, что температура газа возле дна канала в 2.5 раза превышает среднюю температуру газа в объеме. Проявление эффекта аномального аэродинамического нагрева существенно зависит от теплопроводности газа и материала стенок канала. Эта задача должна решаться в рамках уравнений Навье – Стокса с учетом теплообмена со стенками. Для случая теплоизолированной стенки результаты будут мало отличаться от результатов данной работы. Об аналогичных результатах было сообщено в [6], где рассматривалось сверхзвуковое натекание газа на узкий канал.

Восстановление истинного давления по результатам измерений возможно, если воспользоваться методологией [7]. Для этого необходимо экспериментально на специальном стенде получить динамические характеристики измерительного устройства.

Представляется, что учет явлений молекулярного переноса при расчете течения в объеме не приведет к существенному уменьшению дисперсии плотности и температуры в рассматриваемом промежутке времени из-за относительно малых скоростей теплообмена и диффузии.

Заключение. На основе численного решения уравнений Эйлера для замкнутого плоского объема с локальным мгновенным подводом энергии исследовано поведение давления на дно узкого канала, примыкающего к тестируемому объему, а также характер распределения параметров газа в объеме. В результате установлены следующие характерные особенности: давление в различных точках камеры, осредненное по времени, устанавливается близким к давлению, усредняемому по объему; изменение давления на торце узкого канала имеет колебательный характер; осредненное по времени давление на дно канала превышает среднее давление по объему вследствие эффекта аномального аэродинамического нагрева; имеет место значительная дисперсия плотности, давления и температуры.

Результаты данного исследования ставят под сомнение возможность использования только одного измеряемого давления с помощью датчиков, расположенных в узких каналах, для определения параметров потока в импульсных трубах и проточных агрегатах с быстро протекающими процессами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Затолака В.В., Звегинцев В.И.* Об измерении быстроменяющихся давлений с применением пневмотрасс // Вопросы газодинамики. Вып. 5. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1975. С. 309–312.
2. *Mackormack R.W.* Numerical solution of the interaction of a shock wave with a laminar boundary layer // Lecture Notes Phys. 1971. V. 8. P. 151–163.
3. *Zamuraev V.P.* Numerical modeling of supersonic flow in plane channel with the local source of energy // Proc. 9th Intern. Conf. Methods Aerophys. Res. Novosibirsk, 1998. Pt. 1. P. 239–244.
4. *Замураев В.П.* Влияние локального энерговыделения на структуру сверхзвукового течения в плоском канале // Теплофизика и аэромеханика. 1999. Т. 6. № 3. С. 351–360.
5. *Горелик Г.С.* Колебания и волны. М.: Гос. изд-во физ.-матем. лит., 1959. 572 с.
6. *Иванов И.Э., Крюков В.В.* Численное исследование нестационарных течений в газодинамическом воспламенителе // 8-й Всеросс. съезд по теор. и прикл. механике: Аннот. докл. Пермь: УрО РАН, 2001. С. 287.
7. *Gounko Yu.P., Kharitonov A.M., Latypov A.F., Mazhul I.I., Yaroslavtsev M.I.* Technique for determination of heat fluxes and force characteristics of ramjet/scramjet models in a hot-shot wind tunnel // Proc. 10th Intern. Conf. Methods Aerophys. Res. Novosibirsk: Publ. House Siber. Branch RAS, 2000. Pt. 3. P. 51–56.

Новосибирск
E-mail: zamuraev@itam.nsc.ru
latypov@itam.nsc.ru

Поступила в редакцию
14.II.2002