

УДК 533.6.011.72:537.84

© 2002 г. А.А. БАРМИН, А.П. ЧУГАЙНОВА

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕДЛЕННОЙ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ТАНГЕНЦИАЛЬНЫМ РАЗРЫВОМ

Решена автомодельная задача о наклонном взаимодействии медленной МГД ударной волны и тангенциального разрыва в рамках модели идеальной магнитной гидродинамики. Найдены ограничения на начальные параметры, необходимые для существования регулярного решения. В стационарной системе координат, связанной с линией пересечения разрывов, найдены различные возможные волновые картины течения. В отличие от задач о взаимодействии быстрых ударных волн с другими разрывами в случае, когда падающая ударная волна медленная, состояние перед ней не может быть заданным, а определяется в процессе решения. В качестве примера рассмотрено течение, в котором падающая на тангенциальный разрыв медленная ударная волна генерируется в потоке идеально проводящим клином. Определены основные особенности возникающих течений.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика, взаимодействие разрывов, стационарное течение, тангенциальный разрыв, медленная ударная волна.

Задачи о косом взаимодействии различных разрывов в магнитной гидродинамике исследовались в ряде работ [1–7]. Впервые задача о взаимодействии тангенциального разрыва с ударной волной рассматривалась в [2]. В ней априори предполагалось, что отраженная и преломленная волны являются быстрыми и скорости газа с разных сторон тангенциального разрыва сонаправлены. В [3] показана возможность появления в решении медленной преломленной ударной волны.

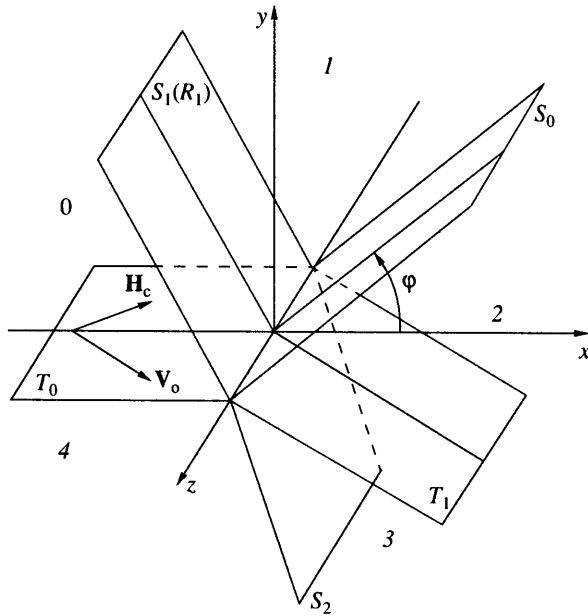
В [4–7] детально разработана методика исследований взаимодействий двух быстрых ударных волн, а также быстрой ударной волны с альфвеновским и контактными разрывами в плоскополяризованном течении в общем случае, когда скорость газа не параллельна магнитному полю. Кроме того, для быстрых ударных волн исследован случай нерегулярного (Маховского) взаимодействия [8] и случай неплоскополяризованного течения, когда векторы напряженности магнитного поля и скорости некомпланарны [9]. В [10–14] рассматривалось применение полученных решений к задачам космофизики.

В [15] решена не плоскополяризованная задача о падении быстрой ударной волны на тангенциальный разрыв без априорных предположений о типе разрывов, входящих в решение, в случае регулярного взаимодействия.

В данной работе впервые решена задача о наклонном взаимодействии медленных МГД ударных волн с тангенциальными разрывами в плоскополяризованной постановке. Эта задача принципиально отличается от задач о взаимодействии других разрывов тем, что отраженная волна распространяется впереди падающей и меняет состояние перед ней и, как следствие, интенсивность самой падающей волны и тангенциального разрыва. Такие задачи ранее не рассматривались.

1. Постановка задачи. Рассмотрим падение медленной МГД ударной волны S_0 на тангенциальный разрыв T_0 в совершенном газе с показателем адиабаты γ . Разрывы будем моделировать плоскостями.

В области невозмущенного течения (фиг. 1, индекс 0) будем считать заданными плотность ρ_0 , давление p_0 , вектор напряженности магнитного поля \mathbf{H}_0 , скорость



Фиг. 1. Общая картина взаимодействия: T_0, T_1 – начальный и преломленный тангенциальные разрывы; S_0 – падающая ударная волна; S_1 и S_2 – отраженная и преломленная волны

потока V_0 . Рассмотрим случай плоскополяризованного течения, когда векторы скорости и напряженности магнитного поля лежат в плоскости, перпендикулярной линии пересечения разрывов. Для этого достаточно, чтобы они лежали в этой плоскости в областях "0" и "4" (фиг. 1) [11, 15]. При заданном состоянии перед ударной волной S_0 она характеризуется одним параметром, в качестве которого можно взять отношение плотностей перед и за волной η_0 или угол ее наклона φ_0 к тангенциальному разрыву. Тангенциальный разрыв определяется заданием скачков плотности, скорости и магнитного поля, при этом на нем имеют место соотношения [15, 16]

$$p_i + \frac{H_i^2}{8\pi} = p_k + \frac{H_k^2}{8\pi} \quad (1.1)$$

$$V_{ni} = V_{nk} = 0; \quad H_{ni} = H_{nk} = 0 \quad (1.2)$$

Здесь индексы i, k обозначают области течения с разных сторон тангенциального разрыва, n – нормальные составляющие векторов. В силу того что $V_n = H_n = 0$, выберем системы координат в областях сверху и снизу от тангенциального разрыва, движущиеся вдоль линии его пересечения с падающей ударной волной S_0 со скоростями (вообще разными), обеспечивающими параллельность векторов V и H в каждой из областей [15]. Тогда при выполнении граничного условия (1.2) для одного из векторов, для второго оно имеет место автоматически.

Направим ось z по линии пересечения разрывов, ось x – перпендикулярно ей в плоскости T_0 , ось y так, чтобы была правая система координат (фиг. 1). Пусть фронт падающей волны S_0 наклонен под углом φ_0 к оси x . При заданной интенсивности T_0 течение определяется параметрами в невозмущенной области: $\rho_0, p_0, |V_0|, |H_0|$ и углом φ_0 . Сформулированная задача в выбранной системе координат стационарна и не содержит величин с линейным размером, в силу чего допускает автоматическое решение, зависящее только от x/y . Ограничимся случаем регулярного (не Маховского) взаимодействия. Как и в случае падения быстрой ударной волны [15], решение состоит из

отраженной (индекс 1) и преломленной (индекс 2) волн, которые могут быть как ударными S , так и автомодельными волнами разряжения R типа волн Прандтля–Майера в газовой динамике. Кроме того, в течении будет преломленный тангенциальный разрыв T_1 , на котором имеют место соотношения (1.1) и (1.2). Одна из возможных конфигураций течения (волновая картина) в стационарной системе координат изображена на фиг. 1.

Выпишем соотношения на ударных волнах в безразмерном виде для рассматриваемого случая $V \parallel H$ [15]

$$h_{n1} = \sin \varphi, \quad v_{n1} = \eta M_0 \sin \varphi \quad (1.3)$$

$$h_{\tau 1} = \cos \varphi \frac{1 - \alpha_0}{\eta - \alpha_0}, \quad v_{\tau 1} = \eta M_0 \cos \varphi \frac{1 - \alpha_0}{\eta - \alpha_0}$$

$$\frac{P_1}{P_0} = 1 + 2\gamma \frac{M_0^2 (1 - \eta) \sin^2 \varphi}{2 + \gamma N_0^2} \quad (1.4)$$

$$\text{tg} \delta = \frac{(1 - h) \sin \varphi \cos \varphi}{\eta - \alpha_0 + (1 - \eta) \cos^2 \varphi} = - \frac{(1 - \eta) \sin \varphi \cos \varphi}{\alpha_0 - 1 + (1 - \eta) \sin^2 \varphi} \quad (1.5)$$

$$h_1^2 = \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \frac{(1 - \alpha_0)^2}{(h - \alpha_0)^2}, \quad v_1^2 = \eta^2 M_0^2 h_1^2 \quad (1.6)$$

$$\frac{p_1}{p_0} = 1 + \gamma(1 - \eta) \left[M_0^2 \sin^2 \varphi + \frac{1}{2} N_0^2 \frac{\alpha_0 - 1 + \alpha_0 - \eta}{(\alpha_0 - \eta)^2} \cos^2 \varphi \right] \quad (1.7)$$

$$\eta = \frac{\rho_0}{\rho_1}, \quad v_i = \frac{V_i}{\alpha_0}, \quad h_1 = \frac{H_1}{|H_0|}, \quad P_i = p_i + \frac{H_i^2}{8\pi} \quad (1.8)$$

$$\alpha_i = \frac{a_{Ai}^2}{V_i^2} = \frac{1}{M_{Ai}^2}, \quad M_i = \frac{V_i}{a_i}, \quad N_i^2 = \frac{a_{Ai}^2}{a_i^2} = \alpha_i M_i^2 \quad (1.9)$$

$$a_{Ai}^2 = \frac{H_i^2}{4\pi\rho_i}, \quad a_i^2 = \frac{\gamma p_i}{\rho_i}$$

Здесь φ – угол между плоскостью ударной волны и осью x , δ – угол поворота скорости в ударной волне, M – число Маха, α_i – обратная величина квадрата Альфвеновского Маха, N_i – число Альфвена, γ – отношение удельных теплоемкостей. Индекс 0 относится к величине перед волной, 1 – за волной. Связь между η и φ и начальными параметрами задается уравнением ударной адиабаты

$$\sin^2 \varphi = \frac{2(\alpha_0 - \eta)^2 + N_0^2[\gamma\eta^2 - (\gamma - 2 + (\gamma + 1)\alpha_0)\eta + (\gamma - 1)\alpha_0]}{M_0^2\eta[(\gamma + 1)\eta^2 - (\gamma - 1 + (\gamma + 2)\alpha_0)\eta + \gamma\alpha_0]} \quad (1.10)$$

Таким образом, если перед ударной волной заданы параметры среды, поля и интенсивность волны η , то по соотношению (1.10) находим угол наклона волны, а по (1.3)–(1.9) параметры за волной.

Для эволюционности волны необходимо и достаточно, чтобы она была волной сжатия ($\eta \leq 1$) и касательная составляющая напряженности магнитного поля H_τ не меняла знака [16]. При этом в быстрых волнах $|H_\tau|$ растет, а в медленных – уменьшается. Тогда, согласно (1.3), имеем

$$S^+ : \alpha_0 \leq \eta \leq 1; \quad S^- : \alpha_0 \geq 1, \quad \eta \leq 1 \quad (1.11)$$

Из соотношений (1.6), (1.8) следует равенство $\alpha_1 \eta = \alpha_0$. Отсюда для эволюционных волн имеем

$$S^+ : \alpha_1 = \frac{\alpha_0}{\eta} \leq 1, \quad S^- : \alpha_1 = \frac{\alpha_0}{\eta} \geq 1 \quad (1.12)$$

Условие гиперболичности течения перед волной определяется неравенствами

$$(M_0^2 - 1)(\alpha_0 - 1) \leq 0 \quad (\sin^2 \varphi_{ch} \leq 1); \quad (M_0^2 - 1) \geq \frac{1}{\alpha_0} = M_{A0}^2 (\sin^2 \varphi_{ch} \geq 0) \quad (1.13)$$

где φ_{ch} – угол наклона характеристик.

Течение перед быстрой волной всегда гиперболическое ($\alpha_0 < 1$, $M_0^2 > 1$), а перед медленной при

$$1 \geq M_0^2 \geq 1 - M_{A0}^2 = 1 - \frac{1}{\alpha_0} \quad (1.14)$$

Систему уравнений, описывающих автомодельные волны разрежения типа волн Прандтля–Майера, представим в безразмерном виде [15, 16]

$$V_r^2 = (1 - \alpha_0 R) \left[M_0^2 - 1 + \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} (1 - R^{\gamma-1}) \right]; \quad R = \frac{\rho_0}{\rho} \quad (1.15)$$

$$V_\varphi^2 = R^{\gamma-1} + \left[\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} (1 - R^{\gamma-1}) + M_0^2 - 1 \right] \alpha_0 R \quad (1.16)$$

$$V^2 = V_\varphi^2 + V_r^2 = M_0^2 + \frac{2}{\gamma - 1} (1 - R^{\gamma-1}) \quad (1.17)$$

$$\frac{P}{P_0} = R^2 \left[1 + 2 \frac{(\gamma - 1)(R^{\gamma-2} - 1) - \gamma \alpha_0 (R^{\gamma-1} - 1)}{(2 + \gamma N_0^2)(\gamma - 1)} \right] \quad (1.18)$$

$$\varphi = \varphi_{ch} - \frac{1}{2(\gamma - 1)} \int_1^R \frac{(\gamma^2 - 1)R^{\gamma-1} + 3\alpha_0((\gamma - 1)M_0^2 + 2) - (\gamma + 1)(\gamma + 2)\alpha_0 R^{\gamma-1}}{V_r V_\varphi} dR$$

$$\varphi_{ch} = \arcsin \frac{\sqrt{1 + \alpha_0(M_0^2 - 1)}}{M_0} \quad (1.19)$$

Здесь V_r и V_φ – компоненты скорости в полярной системе координат (r, φ) с центром на линии пересечения, φ_{ch} – угол наклона характеристик в начальном состоянии, δ – угол поворота скорости в волне.

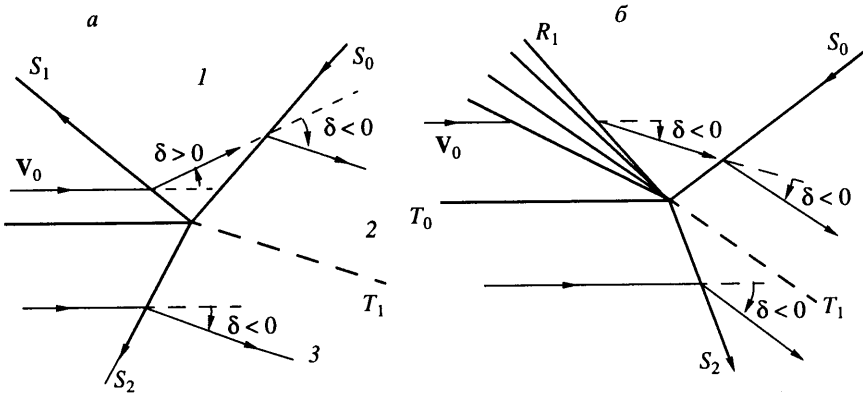
Тангенциальный разрыв T_0 в выбранной системе координат определяется заданием скачков плотности, модуля скорости и напряженности магнитного поля. Для его характеристики введем безразмерные параметры

$$k_p = \frac{\rho_0}{\rho_4}, \quad k_h = \frac{H_4}{H_0}, \quad k_v = \frac{V_0}{V_4}$$

В силу (1.1) и (1.2) для области 4 имеем

$$\alpha_4 = \alpha_0 k_p k_v^2 k_h^2, \quad M_4^2 = \frac{M_0^2}{k_v^2 k_p (1 + 0.5 \gamma N_0^2 (1 - k_h^2))} \quad (1.20)$$

Параметры k_v и k_p входят в формулы (1.20) только в виде комбинации $k_p k_v^2 = k$, которая задает отношение потоков импульсов по разные стороны тангенциального разрыва.



Фиг. 2. Картина течения, когда преломленная волна – ударная (а) или автомодельная (б), δ – угол поворота скорости в волне

2. Решение задачи. Из диаграммы Фридрикса [16] следует, что падающая волна наклонена под острым углом к оси x , а отраженная распространяется вверх по потоку. Поэтому в результате взаимодействия происходит перестройка течения перед падающей волной, которая распространяется уже по состоянию за отраженной волной и имеет другую интенсивность. На преломленном тангенциальном разрыве T_1 должно быть выполнено два граничных условия (1.1) и одно из (1.2). Для их удовлетворения необходимо наличие двух свободных параметров, коими служат интенсивности отраженной и преломленной волн.

Так как падающая волна медленная, то, согласно (1.11) и (1.12), $\alpha_0 > 1$ и $\alpha_1 > 1$, поэтому отраженная волна тоже медленная (для быстрой волны необходимо $\alpha_0 < 1$, $\alpha_1 < 1$).

В решение не может входить преломленная волна разряжения. В случае, если реализуется комбинация S_1S_0 , полное давление сверху от T возрастает ($P_2 > P_0$), а из условий на T_0 и T_1 ($P_4 = P_0$, $P_3 = P_2$) следует, что $P_3 > P_4$, поэтому волна в области 4 должна быть ударной (S_2). При комбинации R_1S_0 поток в верхней области поворачивает на отрицательный угол (по часовой стрелке), значит и внизу он должен повернуть в том же направлении, это возможно только в ударной волне (S_2).

Таким образом, возможны решения $T_0S_1S_0T_1S_2$ (фиг. 2, а) и $T_0R_1S_0T_1S_2$ (фиг. 2, б), причем преломленная ударная волна S_2 может быть как быстрой (S_2^+) (2, в), так и медленной (S_2^-) (2, а). В силу постановки задачи (падающая волна – медленная, гиперболического типа), согласно (1.11), (1.14), $\alpha_0 > 1$, $M_0 < 1$.

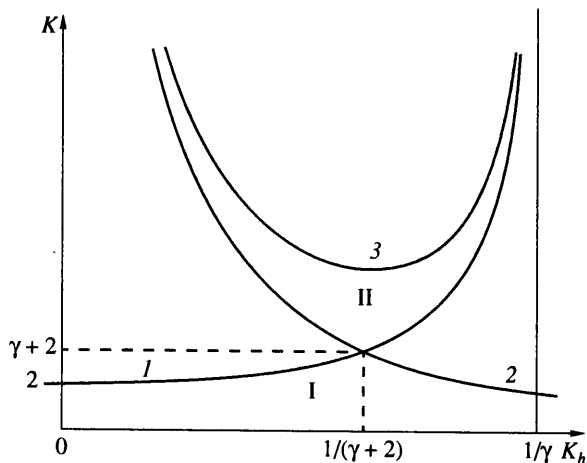
Для определения интенсивности тангенциального разрыва, при котором возможны автомодельные гиперболические решения, рассмотрим плоскость K_h, K

$$K_h = k_h^2 \frac{N_0^2}{2 + \gamma N_0^2}; \quad K = k_p k_v^2 \frac{2 + \gamma N_0^2}{M_0^2} \quad (2.1)$$

Условиями, задающими эту область, будут $M_4 = 1$; $\alpha_4 = 1$, $M_4 = 1 - 1/\alpha_4$. Согласно (1.20) и (2.1), границами области будут линии (фиг. 3)

$$K = \frac{1}{K_h}, \quad K = \frac{2}{1 - \gamma K_h}, \quad K = \frac{1}{K_h} + \frac{2}{1 - \gamma K_h}$$

Таким образом, в рассматриваемой плоскости нет зависимости от параметров в области невозмущенного течения "0". Областям I и II соответствуют решения с быст-



Фиг. 3. Области гиперболичности на плоскости параметров k_h , k , задающих интенсивность тангенциального разрыва

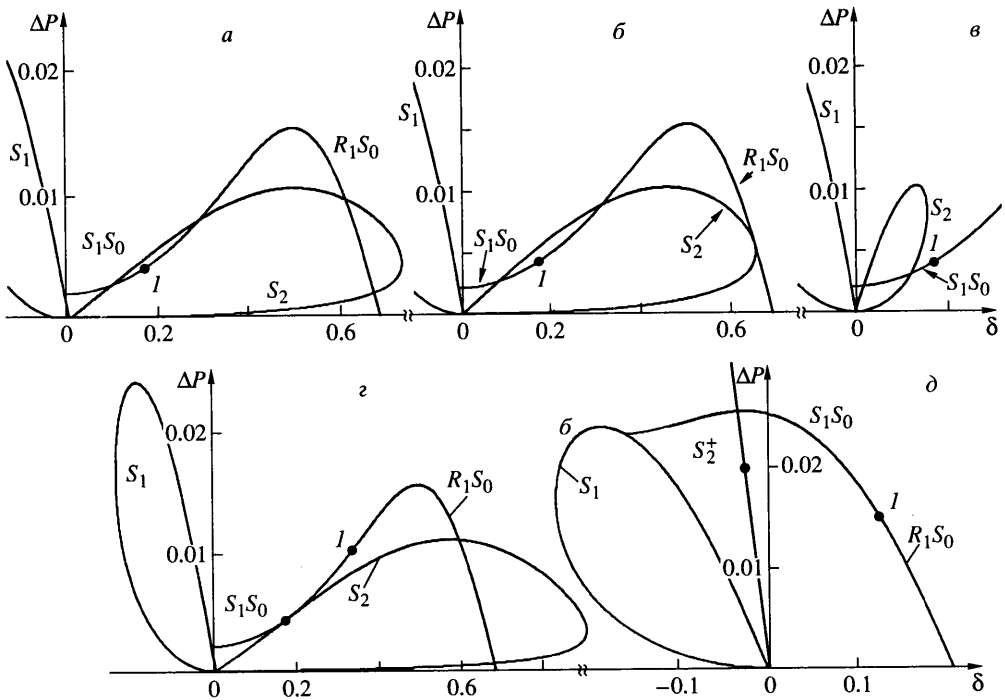
рой (S_2^+) и медленной (S_2^-) преломленной ударной волной. При приближении к границам $M_4 = 1$ и $\alpha_4 = 1$ характеристики стремятся к линиям тока ($\sin\phi_{ch} = 0$), а на границе $M_4^2 + 1/\alpha_4 = 1$ становятся перпендикулярными им ($\sin^2\phi_{ch} = 1$). В силу условия $P_0 = P_4$ асимптоте $K_h = 1/\gamma$ ($H_4^2 = H_0^2 + 8\pi p_0$) отвечает $p_4 = 0$, т.е. при $K_h > 1/\gamma$ под тангенциальным разрывом область вакуума. При этом решение рассматриваемого типа автомодельности x/y невозможно, так как в вакууме невозможен излом линий напряженности магнитного поля (нет токов).

Метод численного решения поставленной задачи состоит в следующем. Фиксируются параметры M_0 , α_0 ($N_0^2 = M_0^2\alpha_0$), k , k_h , для которых существует автомодельное решение, при этом тип преломленной волны определяется по диаграмме на фиг. 3. Кроме того, задается интенсивность падающей медленной волны $S_0^- - \eta_0$.

На плоскости $(\delta, \Delta P)$ строится поляра преломленной волны $S_2(\eta_2)$ по формулам (1.4), (1.5), (1.10). Поскольку отраженная волна распространяется впереди падающей, на той же плоскости строится кривая состояний за комбинациями волн $S_1(\eta_1)S_0(\eta_0)$ и $R_1(\eta_1)S_0(\eta_0)$ с использованием тех же формул и формул (1.18), (1.19) для волны R_1 . Точка пересечения поляр S_2 и $S_1S_0 \cup R_1S_0$ определяет значения полного давления $P_2 = P_3$ и угла наклона скорости по отношению к набегающей $\delta_2 = \delta_3$ на тангенциальном разрыве T_1 , т.е. его наклон. Значения η_2 и η_1 , соответствующие этой точке, задают интенсивности преломленной и отраженной волн ($\eta_1 < 1$ – волны ударные, $\eta_1 > 1$ – волны разрежения). Точка I , разделяющая кривые $S_1^-S_0^-$ и $R_1^-S_0^-$ соответствуют параметрам за S_0 , распространяющейся по начальному состоянию.

При фиксированном значении параметров возможно до четырех различных решений с S_2^- (фиг. 4), при этом два обязательно содержат волну разрежения. Бифуркация происходит за счет слияния двух близких решений (фиг. 4, б, з). Смена решения $R_1^-S_0^-S_2$ на $S_1^-S_0^-S_2$ происходит через точку I . Переход от двух к одному решению (от четырех к трем) возможен, когда состояние за одной из волн, например R_1^- , становится негиперболическим (за R_1 в этом случае вектор скорости нормален характеристике).

Когда имеет место решение с быстрой преломленной волной ($S_1S_0T_1S_2^+$) (область I фиг. 3), то оно единственно, т.е. нет других решений, в том числе и с медленными



Фиг. 4. Схема решения на плоскости $\delta, \Delta P$. Точка 1 соответствует отсутствию отраженной волны

волнами. В этом случае с ростом интенсивности падающей волны (η_0 убывает) интенсивности отраженных и преломленных волн стремятся к нулю, а падающая волна – к тангенциальному разрыву ($\varphi_0 \rightarrow 0$). При этом предельная интенсивность падающей волны не зависит от интенсивности начального тангенциального разрыва (K_h, K).

Необходимым условием решения $S_1 S_0 T_1 S_2^+$ является неравенство $K < (\gamma + 2)$ или

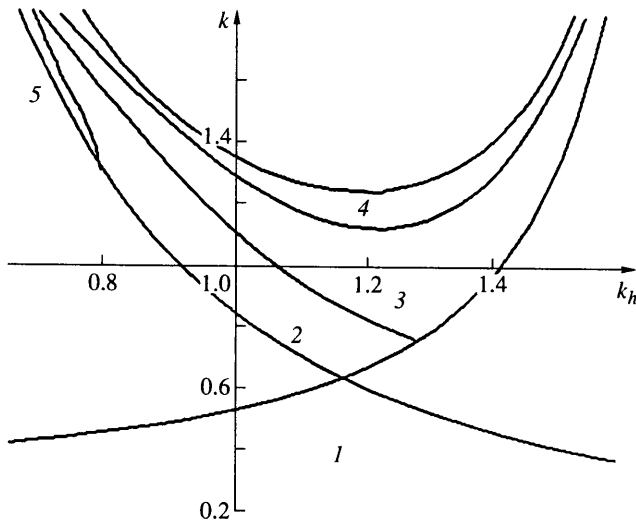
$$\frac{\rho_4 V_4^2}{\rho_0 V_0^2} \equiv k k_v^2 < \frac{M_0^2 (\gamma + 2)}{2 + \gamma N_0^2}$$

т.е. отношение потоков импульсов сверху и снизу тангенциального разрыва должно быть ограничено. Так при $K = 0.2, K_h = 1$ решение существует при $1 > h_0 \geq 0.841$.

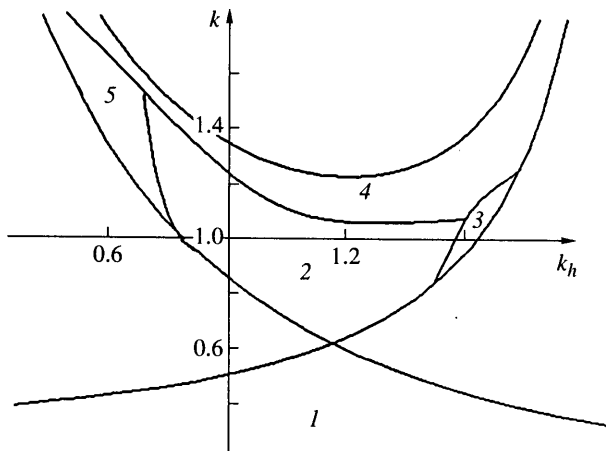
Карта решений на плоскости k, k_h для фиксированного начального состояния ($M_0^2 = 0.5, N_0^2 = 0.6$) и интенсивности падающей волны $\eta_0 = 0.845$ представлена на фиг. 5. В области 1 решение вида $S_1 S_0 T_1 S_2^+$, в области 2 два решения: $S_1 S_0 T_1 S_2^-$ и $R_1 S_0 T_1 S_2^-$, в области 3 два однотипных решения $S_1 S_0 T_1 S_2^-$, в области 4 решений нет. Область 5 подразделяется на три подобласти, решения в которых представлены ниже:

5a	$S_1 S_0 T_1 S_2^-$	$R_1 S_0 T_1 S_2^-$	$R_1 S_0 T_1 S_2^-$	$R_1 S_0 T_1 S_2^-$
5б	$R_1 S_0 T_1 S_2^-$	$R_1 S_0 T_1 S_2^-$	$R_1 S_0 T_1 S_2^-$	$R_1 S_0 T_1 S_2^-$
5в	$R_1 S_0 T_1 S_2^-$	$R_1 S_0 T_1 S_2^-$		

Решения в областях 2, 3, 5a иллюстрируют графики на фиг. 4, д, в, а. Границам между областями 2 и 5a соответствует бифуркация, представленная на фиг. 4, б. Гра-



Фиг. 5. Карта решений на плоскости k_h, k для $M_0^2 = 0.5, N_0^2 = 0.6, \eta_0 = 0.845$



Фиг. 6. Карта решений на плоскости k_h, k для $M_0^2 = 0.5, N_0^2 = 0.6, \eta_0 = 0.95$

ницам между областями 3, 2 и 5а, 5б соответствуют решения, в которых отраженные волны (S, R) отсутствуют (точка 1 лежит на поляре S_2). Переходу 5б–5в отвечает решение, представленное на фиг. 4, б. В области между кривыми 1 и 3 (фиг. 3) имеет место сильно нелинейная зависимость картины решений от параметра k_h . Так при $k = 1,6$ области 5а–5б соответствует $k_h \in [0,7217, 0,7325]$.

На фиг. 6 представлена карта решений для точки начального состояния ($M_0^2 = 0.5, N_0^2 = 0.6$), но слабой падающей ударной волны ($\eta_0 = 0.95$). Здесь в области 1 решение типа $S_1^- S_0 T_1 S_2^+$, в области 2 два решения: $S_1 S_0 T_1 S_2^-$ и $R_1 S_0 T_1 S_2^-$, в области 3 два однотипных решения $S_1 S_0 T_1 S_2^-$, в области 4 решений нет, в области 5 два решения $R_1 S_0 T_1 S_2^-$. Пример влияния интенсивности падающей ударной волны S_0 при фиксированном тангенциальном разрыве представлен для параметров: $M_0^2 = 0.5, N_0^2 = 0.6, k_h = 0.8$ ($\alpha = 0.6$) в табл. 1.

$k = 1.4$									
η_0 Решение	1 T_0	- $2^-, 2^-$	0.8990 $\boxed{2^-}$	- Нет	0.8565 $\boxed{1^-}$	- $1^-, 1^-$	8.8553 $1^-, 0^-$	- $1^-, 2^-$	0.8400 $0, 1^-$
$k = 1.5$									
η_0 Решение	1 T_0	- $2^-, 2^-$	0.9580 $\boxed{2^-}$	- Нет	0.8505 $\boxed{1^-}$	- $1^-, 1^-$	0.8440 $1^-, 0$	- $1^-, 2^-$	0.8400 $0, 0$
$k = 1.6$									
η_0 Решение	1 T_0	- $2^-, 2^-$	0.9860 $\boxed{2^-}$	- Нет	0.8438 $\boxed{1^-}$	- $1^-, 1^-$	- $1^-, 1^-$	- $1^-, 1^-$	0.8400 $0, 0$

Таблица 2

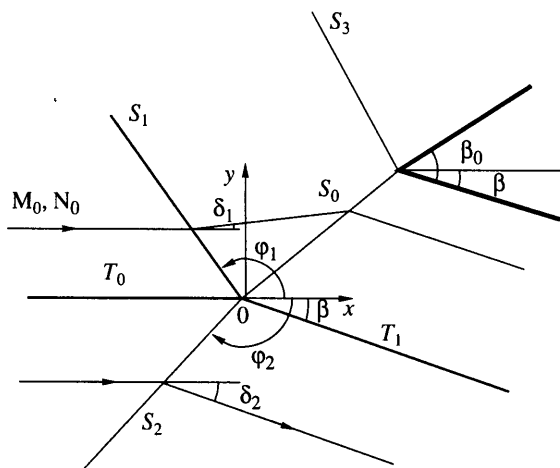
β	η_0	P_1	δ_1	$\sin(\varphi_1)$	P_2	$\sin(\varphi_2)$	Решение
0.035	0.845	1.0002	-0.1554	0.8944	1.002	0.7488	1^-
0.093	0.97	0.9925	0.0327	0.8812	1.006	0.6577	2^-
0.160	0.95	0.9863	0.0565	0.8731	1.011	0.4031	2^-
0.117	0.97	0.9852	0.0617	0.9045	1.001	0.6057	2^-
0.164	0.8553	1.0027	-0.0122	0.2797	1.010	0.7960	1^-
0.192	0.856	1.0020	-0.0081	0.3221	1.010	0.7835	1^-
0.201	0.95	0.9751	0.0972	0.9060	1.001	0.7835	2^-
0.227	0.8553	0.9999	0.0009	0.0946	1.012	0.7960	2
0.232	0.93	0.9798	0.0871	0.8633	1.011	0.7586	2^-
0.273	0.92	0.9708	0.1127	0.8749	1.010	0.7536	2^-
0.281	0.93	0.9645	0.1334	0.9053	1.002	0.7621	2^-
0.323	0.92	0.9587	0.1514	0.9048	1.012	0.7476	2^-
0.349	0.845	0.9899	0.0483	0.4758	1.012	0.5672	2^-
0.381	0.899	0.9587	0.1572	0.8733	1.010	0.5737	2^-

Здесь 1^- – решение вида $S_1 S_0 T_1 S_2^-$, 2^- – решение вида $R_1 S_0 T_1 S_2^-$, 0^- – $S_0 T_1 S_2^-$, т.е. отсутствие отраженной волны, 0 – T_1 , здесь падающая ударная волна вырождается в тангенциальный разрыв. Знак $\boxed{2^-}$, $\boxed{1^-}$ – обозначает два слившихся решения (бифуркация, соответствующая катастрофе складки).

Из приведенных данных следует, что существуют ударные волны конечной интенсивности, для которых решение отсутствует. Для более слабых и более сильных волн решение имеет разный вид.

3. Задача об обтекании идеально проводящего клина. В качестве примера течения, в котором имеет место описанное выше взаимодействие разрывов, рассмотрим задачу МГД-обтекания идеально проводящего клина потоком плазмы, в котором имеется тангенциальный разрыв (фиг. 7).

Рассмотрим клин раствором β_0 , нижняя щека которого наклонна к скорости в набегающем потоке под углом β . Заданы $\alpha_0 > 1$, $M_0 < 1$, а также значения характеристик тангенциального разрыва k_h и k , обеспечивающие существование автомодельного решения. В результате взаимодействия от вершины клина D отойдет ударная волна, которая отразится от тангенциального разрыва в точке O в виде медленной



Фиг. 7. Схема к задаче об обтекании клина

волны S_1 или R_1 . Вниз от точки O пойдет ударная волна S_2^+ или S_2^- , при этом тангенциальный разрыв преломится. В результате взаимодействия потока за волной S_1 с верхней щекой клина от него отойдет медленная волна S_3^- ($M_1^2 < 1$, $\alpha_1 \geq 1$). Ограничимся случаем, когда взаимодействие S_3^- с $S_1(R_1)$ не влияет на течение в окрестности клина, например, угол β_0 такой, что S_3^- отсутствует, т.е. $\varphi + \beta < \delta_1$, где δ_1 – угол поворота скорости в волне $S_1^-(R_1^-)$.

Пример зависимости решений от угла β при параметрах: $M_0^2 = 0.5$, $N_0^2 = 0.6$, $k_h = 0.8$, $k = 1.4$ представлен в табл. 4.

Здесь 1^- – решение вида $S_1 S_0 T_1 S_2^-$; 2^- – решение вида $R_1 S_0 T_1 S_2^-$, положительное направление угла δ_1 – по часовой стрелке. Зависимость решения от угла наклона нижней щеки клина β существенно немонотонна. Существует интервал значений угла β , в котором стационарное решение рассматриваемого вида (гиперболичность) не существует.

Заключение. Представлена методика решения стационарной задачи о косом взаимодействии медленной МГД ударной волны с тангенциальным разрывом. Решение может состоять из отраженной медленной волны (ударной или автомоделной волны разряжения), преломленной ударной волны (медленной или быстрой) и преломленного тангенциального разрыва. В области допустимых значений определяющих параметров (задача характеризуется пятью параметрами) возможно от одного до четырех стационарных решений, а также и его отсутствие. Бифуркация решений происходит либо в результате слияния двух близких решений, либо перехода интенсивности отраженной зоны через нуль, либо достижения интенсивности волны предельного значения (границы эволюционности или гиперболичности).

Если решение содержит быструю (преломленную) ударную волну, то оно всегда единственно. Необходимое условие его существования – поток импульса в области, где эта волна распространяется, должен быть больше, чем с другой стороны тангенциального разрыва.

Какое из решений будет реализовываться, зависит от нестационарного выхода на заданные стационарные условия или конкретных граничных условий, генерирующих

падающую ударную волну. Так в задаче об обтекании клина решение однозначно определяется выбором угла наклона клина к потоку.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 99-01-01069), гранта поддержки ведущих научных школ (01-15-96035) и гранта Французско-Русского центра по ПМИИ им. А.М. Ляпунова (№ 02-04).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Наклонное взаимодействие сильных разрывов в магнитной гидродинамике // Механика. Современные проблемы. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 100–105.
2. Neubauer F.M. Nonlinear oblique interaction of interplanetary tangential discontinuities with magnetogasdynamic shocks // J. Geophys. Res. 1975. V. 80. № 10. P. 1213–1222.
3. Neubauer F.M. Nonlinear interaction of discontinuities in the solar wind and the origin of slow shocks // J. Geophys. Res. 1976. V. 81. № 13. P. 2248–2256.
4. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Наклонное взаимодействие альфвеновского и контактного разрывов в магнитной гидродинамике // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 1. С. 131–142.
5. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Пересечение ударных волн в магнитной гидродинамике // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 3. С. 132–143.
6. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Встречное наклонное взаимодействие альфвеновского разрыва с быстрой магнитогидродинамической ударной волной // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 6. С. 120–136.
7. Пушкарь Е.А. Регулярное наклонное взаимодействие догоняющих ударных волн в проводящей среде с магнитным полем // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 6. С. 127–143.
8. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Нерегулярное взаимодействие ударных волн в магнитной гидродинамике // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 184–198.
9. Пушкарь Е.А. Наклонные неплоскополяризованные МГД ударные волны и их взаимодействие // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 4. С. 136–152.
10. Grib S.A., Brunelli B.E., Dryer M., Shen W.-W. Interaction of interplanetary shock waves with the bow shock-magnetopause system // J. Geophys. Res. 1979. V. 84. № 10. P. 5907–5921.
11. Grib S.A. Interaction of non-perpendicular/parallel solar wind shock waves with the Earth's magnetosphere // Space Sci. Rev. 1982. V. 32. № 1–2. P. 43–48.
12. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Магнитогидродинамическое описание процесса столкновения ударного возмущения солнечного ветра и головной ударной волны // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 4. С. 140–155.
13. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Двумерная МГД-модель взаимодействия сильных разрывов и ее космофизические приложения // Тр. Мат. ин-та им. В.А. Стеклова. 1998. Т. 223. С. 87–101.
14. Varanov V.B., Barmin A.A., Pushkar' E.A. Interaction of interplanetary shocks with the heliospheric termination shock: Two-dimensional magnetohydrodynamic model // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. № A12. P. 27465–27481.
15. Бармин А.А., Сазонова В.Н. Взаимодействие быстрой магнитогидродинамической ударной волны с тангенциальным разрывом // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 2. С. 159–168.
16. Куликовский А.Г., Любимов Г.А. Магнитная гидродинамика. М.: Физматгиз, 1962. 246 с.

Москва
E-mail: barmin@imec.msu.ru

Поступила в редакцию
11.XII.2001