

УДК 533.7:532.546

© 2002 г. М.Ю. ПЛОТНИКОВ, А.К. РЕБРОВ

ДИССИПАТИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СВЕРХЗВУКОВОМ ОДНОМЕРНОМ ПОТОКЕ ГАЗА ЧЕРЕЗ ПРОНИЦАЕМУЮ ПРЕГРАДУ

Методом прямого статистического моделирования проведено исследование одномерного сверхзвукового течения газа через бесконечную проницаемую поверхность – преграду нулевой толщины. Установлены характерные особенности формирования ударного возмущения при взаимодействии плоскопараллельного сверхзвукового потока с проницаемой преградой, а также влияние возмущения на параметры течения за преградой. Сделан вывод о возможности определения коэффициента аккомодации по данным о макропараметрах равновесного течения за преградой.

Ключевые слова: статистическое моделирование, проницаемая преграда, сверхзвуковой поток, коэффициент аккомодации.

Течения газов через проницаемые преграды характеризуются разнообразием режимов и практических приложений. Приведем упрощенную классификацию течений: 1) течения газов и газовых смесей через пористые перегородки, например в аппаратах пористого охлаждения; 2) течения газовых смесей в пористых и капиллярных мембранах разделительных аппаратов; 3) сверхзвуковое натекание газовой смеси на преграду, относящееся к аэродинамическим задачам полетов в верхней атмосфере и разделению газовых смесей на проницаемой преграде с толщиной порядка длины свободного пробега молекулы; 4) дозвуковые течения газовых смесей через преграды с высокой проницаемостью при локализованной сильной поступательной неравновесности, относящиеся к проблемам новых вакуумных технологий.

Промежуточное место между классами течений, определенных в пунктах 3 и 4, занимают сверхзвуковые течения около проницаемых препятствий ограниченных размеров, когда около препятствия формируется ударная волна, сращенная в определенных случаях с ударным возмущением непосредственно на преграде. Такие течения исследовались в [1–4] применительно к аэродинамическим расчетам решетчатых антенн. В [5] представлены результаты экспериментального исследования разделения изотопов при взаимодействии гиперзвукового струйного потока газовой смеси с проницаемой преградой. Особенностью этих исследований является то, что в изучаемых схемах течений часть потока омывает преграду, и задача даже при простейшей постановке в гидродинамическом смысле оказывается двумерной [5] или трехмерной [3, 4], благодаря чему к преграде подходит поток, возмущенный отошедшей ударной волной.

В [6] исследовалось одномерное течение сквозь преграду с использованием метода прямого статистического моделирования [7] для анализа сверхзвукового течения водяного пара через гипотетическую решетку. В [6] структура возмущения на преграде, как будет ясно из дальнейшего, искажена стеснением расчетной области, искусственно удерживающим ударную волну у преграды.

Из исследований медленных (дозвуковых) течений через проницаемые преграды в контексте данной работы представляет интерес течение через капиллярное сито, в котором экспериментально определялись коэффициенты аккомодации [8].

В данной работе методом прямого статистического моделирования исследовано одномерное сверхзвуковое течение газа через бесконечную проницаемую поверхность – преграду нулевой толщины. В такой постановке возможны: а) детальное представление структуры ударного возмущения в окрестности преграды; б) установление влияния индикатрисы рассеяния на диссипативные процессы; в) установление границ существования сверхзвукового потока за преградой; г) концептуальная оценка возможности использования проницаемой преграды для определения коэффициентов аккомодации.

1. Постановка задачи и решение методом прямого статистического моделирования.

Предполагается, что проницаемая преграда нулевой толщины представляет собой плоскую поверхность, расположенную перпендикулярно течению. Используется прямоугольная система координат: поток течет вдоль оси X , а оси Y и Z перпендикулярны течению.

Пусть задан невозмущенный в начальный момент времени сверхзвуковой поток одноатомного газа с поступательной температурой T_1 , числом Маха M_1 , плотностью n_1 , направленный к проницаемой преграде. В рамках метода прямого статистического моделирования полагалось, что в сечении $x = x_1$ расположена плоскость источника потока, в сечении $x = 0$ – проницаемая преграда, а в сечении $x = x_c$ – полностью поглощающая поверхность. При достижении частицей сечения $x = 0$ с вероятностью $(1 - P)$ происходит ее взаимодействие с поверхностью, а с вероятностью P частица пролетает эту плоскость без столкновения. Если частица возвращается на плоскость источника, то происходит ее поглощение.

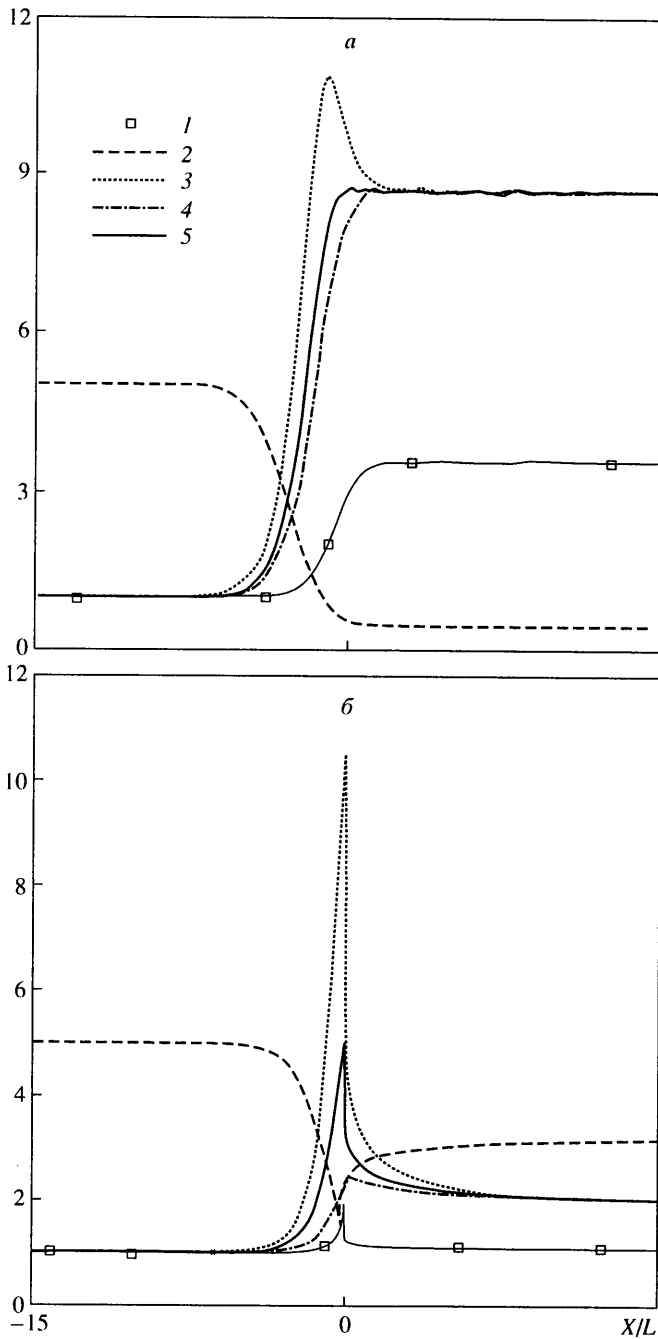
Для описания закона взаимодействия частиц между собой использовалась модель твердых сфер [7]. Для описания взаимодействия частиц с проницаемой преградой использовались две модели отражения частиц от поверхности: зеркальная и диффузная, соответствующая отражению частиц при температуре поверхности. Для характеристики энергообмена частиц с проницаемой преградой использовался коэффициент аккомодации энергии α : $\alpha = 0$ соответствует зеркальному отражению и $\alpha = 1$ – диффузному.

Граничные условия на плоскости источника заданы: температура T_1 , число Маха M_1 , плотность n_1 . Температура проницаемой преграды – T_p . Длина свободного пробега L определялась, согласно [7], по плотности n_1 . Для приведения задачи к безразмерному виду в качестве характерных величин примем температуру T_1 , плотность n_1 , длину свободного пробега L и наиболее вероятную тепловую скорость частиц при температуре T_1 . При этом задача определяется следующими параметрами: числом Маха M_1 , отношением температур T_p/T_1 , вероятностью взаимодействия частицы с проницаемой преградой P , коэффициентом аккомодации энергии α .

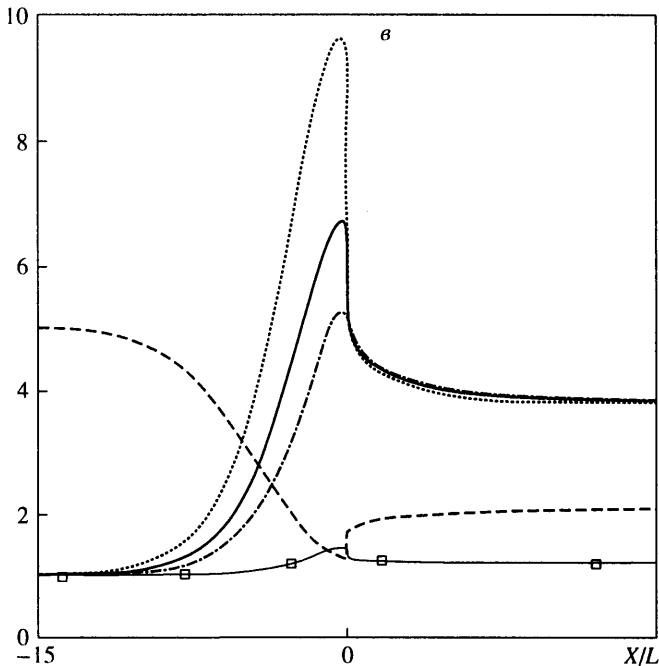
Очевидно, что при определенных наборах параметров ($M_1, P, \alpha, T_p/T_1$) происходит "срыв течения". Под этим термином здесь понимается формирование дозвукового или трансзвукового течения перед преградой с дальнейшим распространением волны вверх по потоку и достижением плоскости источника. Анализ показал, что, начиная с некоторого значения x_1 , процесс формирования и распространения этой волны не зависит от расстояния между плоскостями источника и преграды. Именно такие расстояния между плоскостью источника и проницаемой преградой использовались в расчетах. Основным интерес представляло стационарное решение задачи. Отдельно рассматривались условия срыва сверхзвукового течения.

В ходе расчетов вычислялись макропараметры потока: плотность, скорость, число Маха, температуры по направлениям: T_x – вдоль потока, T_y – перпендикулярно потоку, $T = (T_x + 2T_y)/3$ – общая температура.

На каждом временном шаге в моделировании использовалось от 20 до 100 тысяч частиц. Стационарное решение насчитывалось с использованием большого количества повторений. Для оценки макропараметров потока в каждой ячейке фактически



Фиг. 1. Распределение плотности (1), числа Маха (2), температур по направлениям T_x (3) и T_y (4) и общей температуры T (5) при $M_1 = 5$, $P = 0.95$, $T_p/T_1 = 1$. *a* – для ударной волны; *б* – для ударного возмущения, вызываемого проницаемой преградой с $\alpha = 1$; *в* – для ударного возмущения, вызываемого проницаемой преградой с $\alpha = 0$



Фиг. 1. (б)

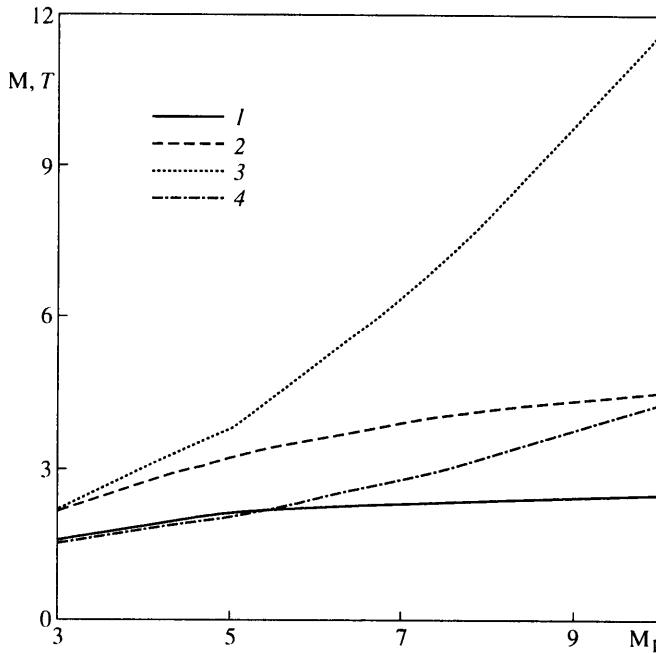
использовалось порядка миллиона частиц. Точность расчетов контролировалась путем использования различных шагов сетки и временных интервалов алгоритма прямого статистического моделирования. Решение считалось "точным", если дальнейшее уменьшение шага сетки и временного интервала не приводило к выходящему за рамки статистической погрешности изменению вычисляемых параметров.

2. Результаты численных экспериментов. Численные эксперименты проводились для следующего набора параметров: число Маха $M_1 = 3, 5, 10$; $P \in [0; 1]$, $\alpha \in [0; 1]$, $T_p / T_1 \in [1, 2.4 \times (1 + M_1^2/3)]$.

В пояснении нуждается выбор температуры T_p . Отношение $T_p / T_1 = 1$ соответствует "холодной" преграде. Значение $T_p = 1.2(1 + M_1^2/3)T_1$ близко к температуре восстановления, а $T_p = 2.4(1 + M_1^2/3)T_1$ в поставленной задаче соответствует "горячей" преграде.

На фиг. 1 представлена структура ударной волны в одноатомном газе при $M_1 = 5$ (а). Приведены значения плотности, числа Маха M , общей температуры, температур вдоль течения T_x и перпендикулярно ему T_y . Показаны также распределения параметров при проницаемости $P = 0.95$, $T_p / T_1 = 1$ для $\alpha = 1$ (б) и $\alpha = 0$ (в). Видна структура ударного возмущения в потоке, релаксирующем к некоторому равновесному состоянию газа.

О сходстве такого возмущения, при котором течение за преградой дозвуковое, с обычной ударной волной можно судить лишь в общих чертах: торможение газа происходит в области с сильной поступательной неравновесностью. На фиг. 1, б, в положение преграды соответствует нулевому значению абсциссы. "Преградой" в случае обычной ударной волны условно будем считать заторможенный поток в точке, где касательная к зависимости плотности в точке перегиба пересекается с горизонтальной линией, соответствующей значению плотности за ударной волной. Структура ударных возмущений на преграде отличается от структуры ударной волны большей



Фиг. 2. Зависимости числа Маха и равновесной температуры за преградой от M_1 для $P = 0.95$ и $T_p/T_1 = 1$. Кривые 1 и 2 – число Маха при $\alpha = 0$ и 1; 3 и 4 – температура при $\alpha = 0$ и 1

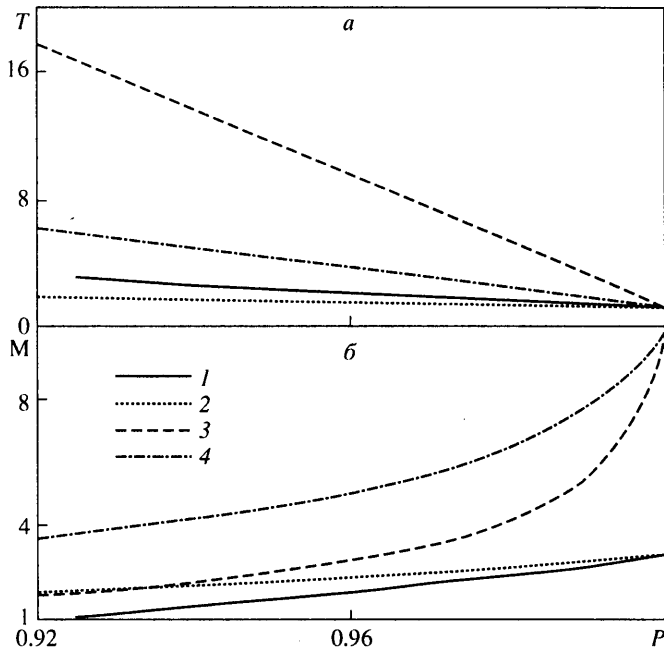
степенью неравновесности (относительной разницей температур по направлениям и большими градиентами параметров в релаксационной зоне непосредственно за преградой). В близкой окрестности преграды имеет место необычное повышение температуры T_y : существенно выше равновесной температуры за преградой.

В рассматриваемом случае полная энергия потока за преградой в случае диффузного отражения составляет $0.956E$, где E – полная энергия невозмущенного потока. В случае зеркального отражения энергии естественно равны. Дефект импульса после прохождения преграды составляет в случае диффузного отражения $0.06I$, где I – импульс невозмущенного потока, а в случае зеркального отражения диссипативные процессы более интенсивны и этот дефект составляет $0.09I$.

Характер отражения молекул от преграды существенно влияет на структуру потока и параметры газа в равновесном потоке за преградой. Возмущение оказывается более жестким при $\alpha = 1$, возможно, вследствие охлаждения потока. Градиенты параметров при зеркальном отражении заметно меньше. Кроме того, числа Маха в случае зеркального отражения существенно меньше чисел Маха для диффузного отражения, что соответствует большей потере импульса, несмотря на кажущуюся "мягкость" возмущения.

Рассмотрим формирование течения за преградой в зависимости от набора параметров $M_1, P, \alpha, T_p/T_1$ с точки зрения использования проницаемой преграды для определения коэффициента аккомодации энергии. При упоминании значений макропараметров течения за преградой будем подразумевать данные в равновесной области течения.

На фиг. 2 приведены зависимости числа Маха и равновесной температуры за преградой от M_1 для $P = 0.95$ и $T_p/T_1 = 1$. Видно, что поведение числа Маха как для зеркального, так и для диффузного отражения достаточно консервативно при изменении M_1 от 3 до 10. Температура существенно возрастает с ростом M_1 . Более сильный



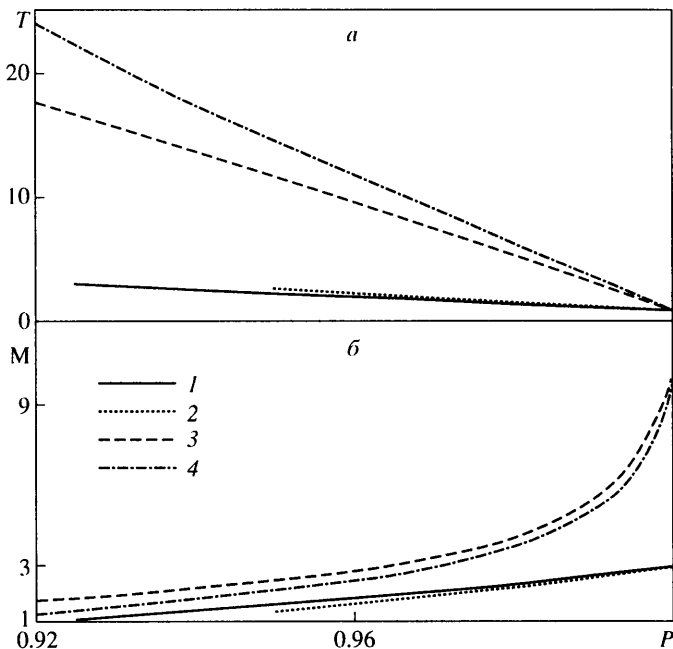
Фиг. 3. Зависимость температуры (а) и числа Маха (б) за преградой от степени проницаемости при $T_p/T_1 = 1$. Значениям $\alpha = 0$ и 1 соответствуют кривые 1 и 2 для $M_1 = 3$ и кривые 3 и 4 для $M_1 = 10$

рост отмечен для $\alpha = 0$, что объясняется более сильной диссипацией в зоне сформировавшегося возмущения. С точки зрения экспериментального определения коэффициента аккомодации, использование измерения температуры при большом числе M_1 предпочтительнее, например, по сравнению с измерением числа Маха.

Зависимость температуры и числа Маха за преградой от степени проницаемости показана на фиг. 3 для $\alpha = 0$ и 1 , $M_1 = 3$ и 10 . Можно отметить существенно большее влияние коэффициента аккомодации на температуру при больших числах Маха. Приведенные данные получены для $T_p = T_1$. Для свободномолекулярного течения через преграду последняя является охлажденной по сравнению с температурой восстановления. Серия расчетов для $T_p = 1.2(1 + M_1^2/3)T_1$, то есть температуры, близкой к температуре восстановления, показала, что в этом случае влияние характера рассеяния молекул ослабевает. Это согласуется с тем, что температура восстановления не зависит от коэффициента аккомодации.

Численное моделирование проведено также для горячей преграды, в частности, с температурой примерно вдвое большей температуры восстановления. На фиг. 4 приведены соответствующие зависимости температуры и числа Маха за преградой от ее проницаемости при $M_1 = 3$ и 10 , $T_p = 2.4(1 + M_1^2/3)T_1$. Влияние коэффициентов аккомодации на температуру за преградой весьма существенно при больших числах Маха. Сами же числа Маха за преградой слабо зависят от коэффициентов аккомодации (фиг. 4, б).

Из представленных данных следует, что при $\alpha = 1$ происходит более сильное изменение параметров потока за нагретой преградой по сравнению со случаем $\alpha = 0$. Для холодной преграды ситуация обратная. Следует отметить, что с ростом температуры преграды для $\alpha > 0$ растет предельное значение проницаемости, ниже которой поток перед преградой становится дозвуковым и происходит срыв ста-



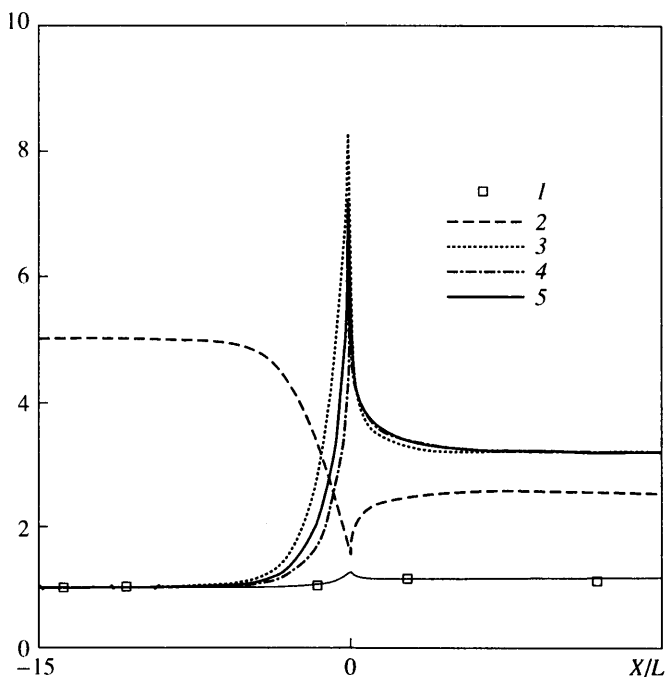
Фиг. 4. Зависимость температуры (а) и числа Маха (б) за преградой от степени проницаемости при $T_p = 2.4(1 + M_1^2/3)T_1$. Значениям $\alpha = 0$ и 1 соответствуют кривые 1 и 2 для $M_1 = 3$ и кривые 3 и 4 для $M_1 = 10$

ционарного течения. На фиг. 4 этими значениями проницаемости ограничены данные для $M_1 = 3$.

Для уточнения влияния индикатрисы рассеяния при взаимодействии молекул газа с преградой на параметры потока за преградой был проведен ряд экспериментов с условиями, имитирующими плоские каналы со стенками нулевой толщины. В этом случае молекулы с заданной вероятностью взаимодействуют только с гипотетическими поверхностями, расположенными параллельно течению. На фиг. 5 приведены распределения плотности, числа Маха и температур для $M_1 = 5$, $P = 0.95$, $T_p/T_1 = 1$, $\alpha = 1$. Случай $\alpha = 0$ соответствует вырожденному варианту – преграда не оказывает влияния на течение газа. Сравнивая полученные данные с фиг. 1, б, можно отметить более "мягкое" возмущение на преграде в последнем случае. Оно выражается в существенно меньшей анизотропии температур, т.е. функции распределения скоростей молекул по направлениям. Вносимое проницаемой преградой возмущение существенно зависит от коэффициента аккомодации.

Теперь становится понятной структура ударного возмущения, описанная в [6], где по условиям невозмущенного потока и величины проницаемости положение ударной волны не может быть стационарным. Стационарные течения, описанные в [3], реализуются при малых проницаемостях только благодаря конечным размерам преграды.

3. Замечания об условиях перехода к дозвуковому течению за преградой. При расчете течений газов через решетчатые антенны и высотные парашютирующие устройства представляют интерес условия, при которых ударная волна перед преградой отделена от возмущения перед преградой, формирующегося в набегающем дозвуковом потоке. Для преграды конечных размеров в поперечном направлении это означает формирование отошедшей ударной волны. Очевидно, что число Маха сверх-



Фиг. 5. Распределение плотности (1), числа Маха (2), температур по направлениям T_x (3) и T_y (4) и общей температуры T (5) для ударного возмущения, вызываемого проницаемой преградой с условиями, имитирующими плоские каналы при $\alpha = 1$, $M_1 = 5$, $P = 0.95$, $T_p/T_1 = 1$.

звукового потока при течении через преграду понижается при усилении подогрева и увеличении потерь импульса на преграде. Для оценки условий формирования отошедшей ударной волны рассмотрим предельный случай, когда число Маха за преградой равно единице.

Когда ударная волна и возмущение на преграде разделены, параметры равновесного течения за преградой связаны с параметрами заданного сверхзвукового потока законами сохранения при прохождении потока через два возмущения – ударную волну и преграду. Запишем соответствующие уравнения сохранения в безразмерном виде

$$n_i M_i \sqrt{T_i} = n_j M_j \sqrt{T_j} \quad (3.1)$$

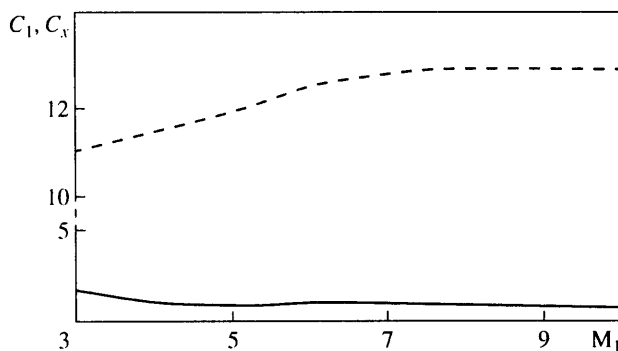
$$1 + \gamma M_i^2 + \frac{\Delta I}{n_i k T_i} = (1 + \gamma M_j^2) \frac{n_j T_j}{n_i T_i} \quad (3.2)$$

$$1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M_i^2 + \frac{\Delta E}{\gamma k T_i} = (1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M_j^2) \frac{T_j}{T_i} \quad (3.3)$$

Здесь ΔI – изменение импульса, ΔE – изменение энергии.

Через переменные с индексом 1, 2, 3 обозначены соответственно параметры течения перед ударной волной, между ударной волной и преградой и после преграды. Очевидно, что система уравнений (3.1)–(3.3) с $\Delta I = 0$ и $\Delta E = 0$ описывает ударную волну. При этом $i = 1$ и $j = 2$. При описании течения через преграду $i = 2$, $j = 3$.

Решая систему уравнений для локализованных ударных возмущений, получаем значения плотности, числа Маха и температуры в области после ударной волны и перед



Фиг. 6. Зависимость коэффициентов C_x (сплошная кривая) и C_1 (штриховая) от M_1 для зеркальной преграды ($\Delta E = 0$)

преградой. Для описания возмущения, вносимого преградой, имеем три уравнения и пять неизвестных. Эта система из трех уравнений будет замкнута, если при $M_3 = 1$ известно значение одного из возмущений – теплового ΔE или импульсного ΔI . Решение дополненной таким образом системы позволяет определить условия перехода к звуковой скорости за преградой.

В случае $\Delta E = 0$ температура преграды равна температуре восстановления ($\Delta E = 0$ и в предельном случае, когда $\alpha = 0$). Можно найти значение ΔI для любого заданного набора параметров n_1, T_1, M_1 . Для аэродинамических приложений важен коэффициент

$$C_x = \frac{2|\Delta I|}{(1-P^*)\rho_1 u_1^2} \equiv \frac{2|\Delta I|}{n_1 k T_1} \frac{1}{(1-P^*)\gamma M_1^2}$$

Эта величина может трактоваться как коэффициент сопротивления гипотетической преграды с критической проницаемостью P^* , соответствующий условиям перехода к срыву сверхзвукового потока.

На фиг. 6 показаны зависимости C_x и $C_1 = C_x(1 - P^*)$ от числа Маха M_1 для зеркальной преграды ($\Delta E = 0$). Значение проницаемости P^* определялось на основе прямого статистического моделирования.

Заключение. Фронт ударного возмущения отличается от вязкого фронта ударной волны как при диффузном, так и при зеркальном отражении, в частности, более существенна поступательная неравновесность.

При помещении в поток "холодной" проницаемой преграды процесс ударного возмущения более сильно влияет на параметры течения за преградой в случае $\alpha = 0$, чем при $\alpha = 1$. Для горячей преграды картина обратная. При температуре, близкой к температуре восстановления, коэффициент аккомодации практически не влияет на течение за преградой.

Уменьшение проницаемости преграды усиливает влияние коэффициента аккомодации на формирование потока. При определенной величине проницаемости происходит срыв сверхзвукового течения, т.е. сформировавшаяся ударная волна распространяется вверх по потоку. Такое критическое значение проницаемости зависит от числа Маха M_1 , коэффициента аккомодации α и отношения температур T_p/T_1 .

Критическое значение проницаемости возрастает для $\alpha > 0$ при увеличении температуры преграды и уменьшается для $\alpha = 0$ при увеличении числа Маха.

Работа выполнена при поддержке INTAS (№ 99-00749), РФФИ (№ 00-01-00845), интеграционного проекта СО РАН 2000 – № 43.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бунимович А.И., Казан М.А. Обтекание проницаемых поверхностей потоком разреженного газа // Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук. 1961. № 2. С. 9–13.
2. Шведов А.В. О расчете аэродинамических характеристик тел с сетчатыми поверхностями в гиперзвуковом потоке разреженного газа // Тр. ЦАГИ. 1990. Вып. 2436. С. 44–60.
3. Ерофеев А.И., Козан М.Н., Фридлиндер О.Г. Течение разреженного газа сквозь пористый слой // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 5. С. 193–204.
4. Erofeev A.I., Freedlander O.G., Perminov V.D., Svischev S.V. Hypersonic rarefied gas flow over a porous plate // Rarefied Gas Dynamics: Proc. 19th Intern. Symp. Oxford: Univ. Press, 1995. V. 2. P. 1264–1269.
5. Thuan N.K., Andres R.P. Free jet deceleration – a scheme for separating gas species of disparate mass // Rarefied Gas Dynamics: Proc. 11th Intern. Symp. France, 1978. Paris: CEA, 1979. V. 1. P. 667–682.
6. Bird G.A. Simulation of multi-dimensional and chemically reacting flows // Rarefied Gas Dynamics: Proc. 11th Intern. Symp. France, 1978. Paris: CEA, 1979. V. 1. P. 365–388.
7. Bird G.A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Oxford: Clarendon Press. 1994. 458 p.
8. Акинъшин В.Д., Борисов С.Ф., Породнов Б.Т., Суетин П.Е. Экспериментальное исследование течения разреженных газов в капиллярном сите при различных температурах // ПМТФ. 1974. № 2. С. 45–49.

Новосибирск
E-mail: rebrov@itp.nsc.ru

Поступила в редакцию
23.VII.2001