

УДК 532.529.5:533.6.011.72:536.24

© 2002 г. О.Р. ГАНИЕВ, Н.С. ХАБЕЕВ

УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬЯМИ, СОДЕРЖАЩИМИ ИСПАРЯЮЩИЕСЯ КАПЛИ СЖИЖЕННОГО ГАЗА

Исследуется распространение и отражение одномерных плоских нестационарных волн и импульсов в смеси жидкости с "двухфазными" пузырьками, содержащими испаряющиеся капли. Показано существенное влияние нестационарного испарения капель в зоне перед волной на характер распространения волны. Испарение капель приводит к повышению давления перед волной, и волна как бы взбирается на растущую полочку давления. В отличие от пузырьковых жидкостей с "однофазными" пузырьками в жидкости с "двухфазными" пузырьками увеличение степени диспергирования включений при фиксированной объемной концентрации фаз приводит не к уменьшению, а к увеличению амплитуды осцилляций. Отражение волны от твердой стенки носит существенно нелинейный характер, и максимальное давление, достигаемое на стенке, превышает интенсивность падающей волны в несколько раз.

Рассматривается распространение волн в смеси жидкости с "многофазными" пузырьками, содержащими испаряющиеся капли сжиженного газа. Подобная проблема для случая, когда "двухфазные" пузыри содержат нагретые твердые частицы, рассмотрена в [1].

Такие случаи могут возникать в результате аварий, когда в воду попадают расплавленные частицы ядерного топлива либо капли криогенной жидкости. Подобные задачи связаны с широко изучаемой проблемой паровых взрывов [2, 3]. Обзор работ по динамике пузырьков дан в [4, 5].

1. Система уравнений для смеси жидкости с "многофазными" газовыми пузырьками.

Для исследования волновых процессов в смеси принимается модель пузырьковой жидкости, являющаяся развитием модели, изложенной в [6], которая учитывает наличие испаряющейся капли внутри пузыря, при следующих основных допущениях.

Расстояния, на которых осредненные параметры потока меняются существенно, много больше расстояний между пузырьками, которые в свою очередь гораздо больше размеров пузырьков (т.е. объемные содержания дисперсной фазы достаточно малы, $\alpha_2 \ll 0.1$). Смесь локально монодисперсная, т.е. в каждом элементарном объеме все капли и содержащие их пузыри сферические и одинаковых радиусов, а капли находятся в центрах пузырей. Вязкость и теплопроводность существенны лишь в процессах межфазного взаимодействия. Отсутствуют процессы зарождения, дробления, взаимодействия и коагуляции пузырей и капель, срыва паровых оболочек капель. Скорости продольного (макроскопического) движения фаз совпадают. Несущая жидкость несжимаемая ($\rho_1^0 = \text{const}$), температура ее постоянна и превышает температуру кипения вещества капли.

Ограничимся рассмотрением одномерных неустановившихся течений. Динамическое поведение смеси опишем, применяя к ней основные законы механики сплошных сред.

Смесь жидкости с "многофазными" пузырьками можно рассматривать в рамках модели взаимопроникающих и взаимодействующих двух сплошных сред: первой фазы –

"горячей" несущей жидкости, второй – пузырьей, содержащих в себе испаряющуюся ("холодную") каплю и пар вещества капли. Запишем замкнутую систему уравнений для такой среды в одномерном плоском движении в системе координат Лагранжа (x, t) , где x – расстояние от выделенной многофазной макрочастицы до начала отсчета в исходный $(t = 0)$ момент времени, а t – время. Все параметры в этот исходный момент времени будут снабжаться индексом "0" внизу $(\rho_0, \alpha_{20}, \rho_{20}^0 \dots)$.

Уравнения сохранения масс фаз и сохранения числа пузырей (и капель) при отсутствии их дробления, коагуляции и т.п. имеют вид

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\rho \rho_1}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \rho_1 = \rho_1^0 \alpha_1, \quad \rho_1^0 = \text{const}, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\rho \rho_2}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \rho_2 = \rho_2^* \alpha_2, \quad \alpha_2 = \frac{4}{3} \pi a^3 n, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

$$\rho_2^* = \frac{(M_g + \frac{4}{3} \pi d^3 \rho_d^0)}{V_b}, \quad V_b = \frac{4}{3} \pi a^3, \quad \rho_d^0 = \text{const}, \quad \rho_2^* V_b = \text{const}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\rho n}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \tag{1.1}$$

Уравнение импульса односкоростной среды

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad p = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 \left(p_2 - \frac{2\sigma}{a} \right) \tag{1.2}$$

Уравнение радиального движения жидкости вокруг пузырька (уравнение Рэлея – Ламба), учитывающее радиальную инерцию жидкости, имеет вид

$$(1 - \varphi_1) a \frac{\partial w_1}{\partial t} + \frac{3}{2} (1 - \varphi_2) w_1^2 + \frac{4v_1}{a} w_1 = \frac{p_2 - p_1 - (2\sigma/a)}{\rho_1^0}$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = w_1 = w_2 = w \tag{1.3}$$

$$\varphi_1 = \frac{3}{2} \frac{\alpha_2^{1/3} - \alpha_2}{1 - \alpha_2}, \quad \varphi_2 = \frac{\alpha_2^{1/3} (2 + \alpha_2) - 3\alpha_2}{1 - \alpha_2}$$

В уравнениях (1.1) – (1.3) приняты следующие обозначения: ρ, p, v – соответственно средние плотность, давление и скорость смеси; $p_i, \rho_i, w_i, \alpha_i$ – давление, приведенная плотность, скорость радиального движения и объемное содержание i -й фазы; ρ_1^0, ρ_d^0 – истинные плотности 1-й фазы и вещества капли соответственно; ρ_2^* – средняя плотность пузыря, a – внешний радиус пузыря, d – радиус капли. M_g – масса пара в пузыре, V_b – объем пузыря, n – число пузырей в единице объема смеси, σ – коэффициент поверхностного натяжения на внешней границе пузыря, v_1 – кинематический коэффициент вязкости жидкости, φ_1 и φ_2 – поправочные коэффициенты, учитывающие "неодиночность" пузырей. Отметим, что поправочные коэффициенты φ_1 и φ_2 имеют порядок $\alpha_2^{1/3}$ и могут быть заметными даже при малых объемных долях пара $\alpha_2 \approx 10^{-2}$. Несмотря на это, как показали численные расчеты, учет этих поправок приводит лишь к незначительному увеличению частоты пульсации волн.

Для описания нестационарного межфазного тепло- и массообмена используем сферически-симметричную схему пробного пузырька, согласно которой температуры микрочастиц капли, пара и жидкости – T'_{2d}, T'_{2g} и T'_1 соответственно зависят от

макрокоординаты x частицы смеси, радиальной "микрокоординаты" r , отсчитываемой от центра пробного пузырька, и времени t :

$$T'_i = T'_i(x, r, t) \quad (i = 2d, 2g, 1)$$

Для температур имеются уравнения сферически-симметричной теплопроводности внутри капли ($r \leq d$), внутри парового слоя ($d \leq r \leq a$) и в жидкости ($r \geq a$). Радиальные скорости жидкости $w'_1 = w'_1(x, r, t)$ вокруг пузырька определяются из уравнения неразрывности с учетом ее несжимаемости, а радиальные скорости пара внутри парового слоя w'_{2g} определяются из уравнения неразрывности с учетом уравнения состояния $p'_2 = R_g T'_{2g} / \rho'_{2g}$ и однородности давления внутри слоя ($p'_2 = p_2(x, t)$). Скорости в капле $w'_{2d} = 0$ в силу сферической симметрии процесса и ее несжимаемости.

В подобной постановке микрозадачи тепловые процессы в капле и в жидкости незначительны [7], и можно считать температуру жидкости однородной и постоянной, а температуру капли однородной и равной температуре насыщения пара.

Изменение температуры насыщения определяется изменением давления согласно уравнению Клапейрона – Клаузиуса:

$$\frac{\partial T_S}{\partial t} = \frac{T_S}{l \rho_{2S}^0} \left(1 - \frac{\rho_{2S}^0}{\rho_{2d}^0} \right) \frac{\partial p_2}{\partial t}, \quad \rho_{2S}^0 = \rho_{2g}^0(T_S, p_2)$$

где l – теплота парообразования.

Результаты численного анализа [7] показывают, что квазистационарное решение уравнения теплопроводности в паровом слое, учитывающее зависимость теплопроводности пара от температуры, является хорошим приближением точного решения, и для рассматриваемых масштабов времен можно пренебречь изменением радиуса капли за счет испарения.

С учетом всего вышесказанного имеем следующие соотношения для определения давления в паре и массы пара [7]:

$$\frac{a^3 - d^3}{3(\gamma - 1)} \frac{\partial p_2}{\partial t} = \frac{ad}{a - d} K T'_1 - \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_2 w'_1(x, a, t)$$

$$\frac{\partial M_g}{\partial t} = 4\pi \frac{ad}{a - d} \frac{K}{c_g}, \quad \lambda_g(T) = A T'_{2g} + B$$

$$K = A(T'_1 - T_S) + \left(B - A \left(\frac{l}{c_g} - T_S \right) \right) \ln \left(1 + c_g \frac{T'_1 - T_S}{l} \right)$$

где γ – показатель адиабаты пара, c_g – теплоемкость пара при постоянном давлении. Эти параметры считаются постоянными, а для коэффициента теплопроводности пара λ_g принимается линейная зависимость от температуры [8].

Начальные условия соответствуют однородному состоянию:

$$t = 0: p_1 = p_0, \quad p_2 = p_0 + \frac{2\sigma}{a_0}, \quad a = a_0, \quad T_S = T_S(p_0)$$

$$\alpha_2 = \alpha_{20}, \quad w = v = 0, \quad M_g = M_{g0}$$

где M_{g0} определяется интегрированием плотности пара по толщине парового слоя для квазистационарного профиля температур [7].

Граничное условие при $x = 0$ определяет воздействие "поршня" (возмущающий импульс) в виде заданного закона давления:

$$x = 0: p = f(t)$$

Граничное условие при $x = L$, соответствующее жесткой стенке или свободному течению, имеет вид

$$x = L: \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \text{или} \quad p = p_0$$

Приведенную систему основных уравнений (с соответствующими граничными и начальными условиями) можно использовать для исследования общих закономерностей распространения плоских нестационарных волн и эволюции импульсных воздействий конечной длительности в подобных средах. Решение этой многопараметрической задачи зависит от следующих безразмерных чисел и комбинаций:

$$S = \frac{2\sigma}{d_0 p_0}, \quad Re = \frac{d_0 c_w}{\nu_1} \left(c_w = \sqrt{\frac{p_0}{\rho_1^0}} \right), \quad \alpha_{20}, \quad \Psi_d = \frac{\rho_d^0}{\rho_1^0}$$

$$\Psi_g = \frac{\rho_{g0}^0}{\rho_1^0}, \quad \frac{a_0}{d_0}, \quad H = \frac{L}{d_0}, \quad L_g = \frac{l}{c_g T_0}, \quad \gamma$$

$$Pe = \frac{d_0 c_w}{D_g} \left(D_g = \frac{\lambda_0}{\rho_{g0}^0 c_g} \right), \quad \Phi = \frac{AT_0}{\lambda_0}, \quad \theta_S = \frac{T_{S0}}{T_0}, \quad \Delta P = \frac{P_{\max} - P_0}{P_0}$$

которые характеризуют влияние на процесс капиллярных эффектов (S), вязкости жидкости (числа Рейнольдса Re), объемного содержания второй фазы (α_{20}), относительной плотности газа в жидком и газообразном состояниях (Ψ_d, Ψ_g), объемного содержания газа во второй фазе (a_0/d_0), геометрии задачи (H), теплофизических свойств газа ($L_g, \theta_S, \gamma, \Phi$) и жидкости (Pe), интенсивности ударной волны или импульса (ΔP). В общем случае процесс определяется также формой исходного импульса, его длительностью и начальными условиями. Остальные безразмерные параметры, встречающиеся в уравнениях системы, определяются через приведенные выше. При принятых допущениях для фиксированного вещества $\gamma, Pe, \theta_S, \Psi_d$ являются постоянными, а L_g, Φ – медленно меняющимися функциями давления. При не очень больших диапазонах изменения давления L_g, Φ можно считать постоянными. Для не очень мелких пузырьков $a_0 > 1$ мм в не очень вязких жидкостях влияние капиллярных эффектов (S) и вязкости (Re) на волновой процесс в таких средах является мало-заметным.

2. Результаты расчетов. Система дифференциальных уравнений с соответствующими краевыми и начальными условиями решалась численно.

Приведенные ниже результаты относятся к расчетам эволюции ударных волн в смеси с каплями жидкого водорода, окруженными слоем пара водорода. Расчеты проводились для следующих значений теплофизических параметров [8]:

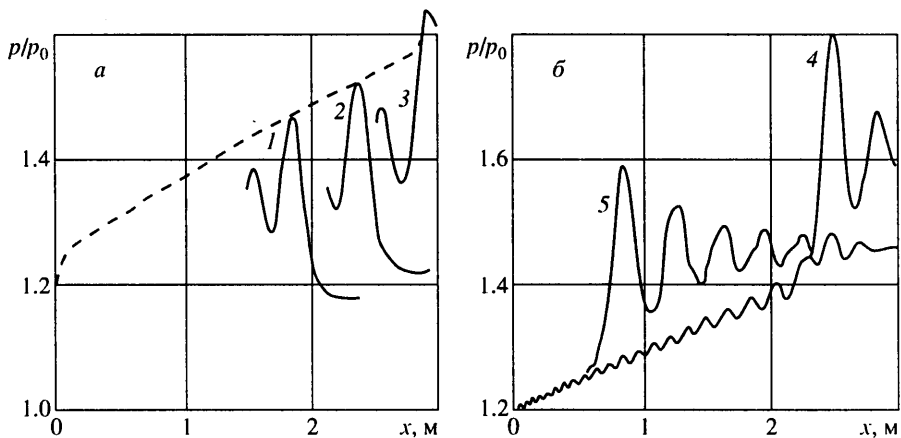
$$p_0 = 1 \text{ бар}, \quad \Delta P = 0.2, \quad T_0 = 300 \text{ К}, \quad T_{S0} = 22 \text{ К}$$

$$\rho_1^0 = 963 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \rho_{g0}^0 = 0.08 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \rho_d^0 = 70.92 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$c_g = 1.15 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad l = 4.6 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

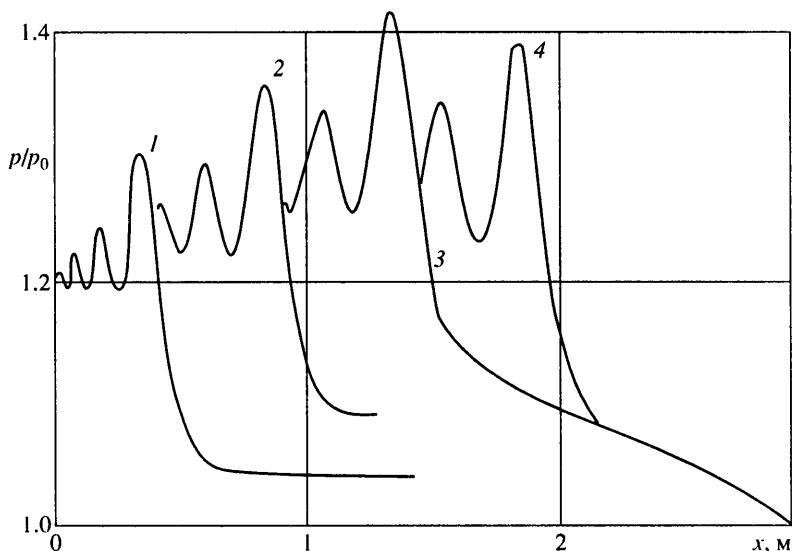
$$\lambda(T_0) = 0.183 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad \lambda(80 \text{ К}) = 5.32 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$$

и различных значений радиусов капель, толщин парового слоя в объемной доли второй фазы.



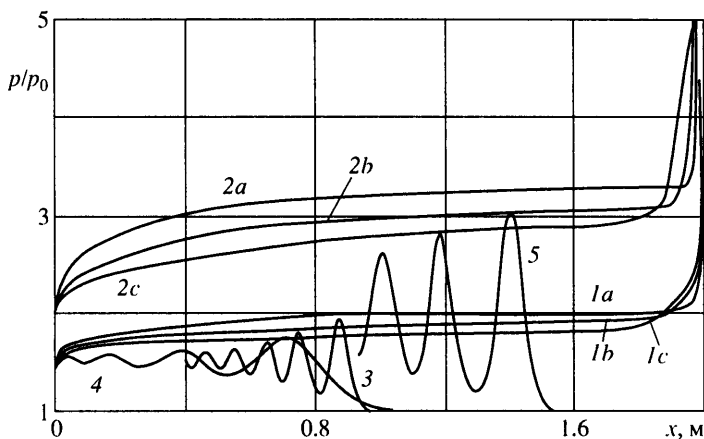
Фиг. 1. Профили волны давления до (а) и после (б) отражения от твердой стенки в моменты времени $t = 20; 25; 30; 35$ и 50 мс (кривые 1–5) ($d = 1$ мм; $a_0 = 5$ мм; $\alpha_{20} = 0.02$; $p_\infty = 1.2$ бар; $p_0 = 1$ бар).

Штриховая линия – огибающая максимальных пиков



Фиг. 2. Профили волны давления в моменты времени $t = 5; 10; 15$ и 20 мс (кривые 1–4) для случая граничного условия на правом конце $p = p_0$ (параметры те же, что на фиг. 1)

На фиг. 1 представлены профили давления в смеси в различные моменты времени до и после отражения волны от твердой стенки на правом конце. Волна распространяется по смеси не с неизменным начальным состоянием, а по смеси с повышающимся давлением (фиг. 1, а). Это вызвано тем, что в отличие от смесей жидкости с газовыми или паровыми пузырьками перед волной постоянно идет процесс испарения капель сжиженного газа в паровой слой и как следствие этого повышается давление в паровом слое и в смеси. Осцилляции в отраженной волне имеют нелинейный характер и максимальную амплитуду, значительно превышающую интенсивность падающей волны (фиг. 1, б). На фиг. 2 представлены профили давления в смеси для случая другого граничного условия на правом конце, а именно $p = p_0$. Ясно видно



Фиг. 3. Профили давления в смеси и огибающие максимального пика давления ($\alpha_{20} = 0.005$; $a_0/d = 5$). Индексы a, b, c у кривых $1 a, b, c$ ($p_{\infty}/p_0 = 1.5$), $2 a, b, c$ ($p_{\infty}/p_0 = 2.0$) соответствуют значениям $d = 0.25, 0.5, 1$ мм. Кривые $3 - p_{\infty}/p_0 = 1.5, d = 0.25$ мм, $t = 1.5$ мс; $4 - p_{\infty}/p_0 = 1.5, d = 1$ мм, $t = 1.5$ мс; $5 - p_{\infty}/p_0 = 2.0, d = 0.5$ мм, $t = 2$ мс

волну разрежения, распространяющуюся от правого конца трубы. Эта волна распространяется по невозмущенной области с растущим давлением, а затем ослабляет ударную волну.

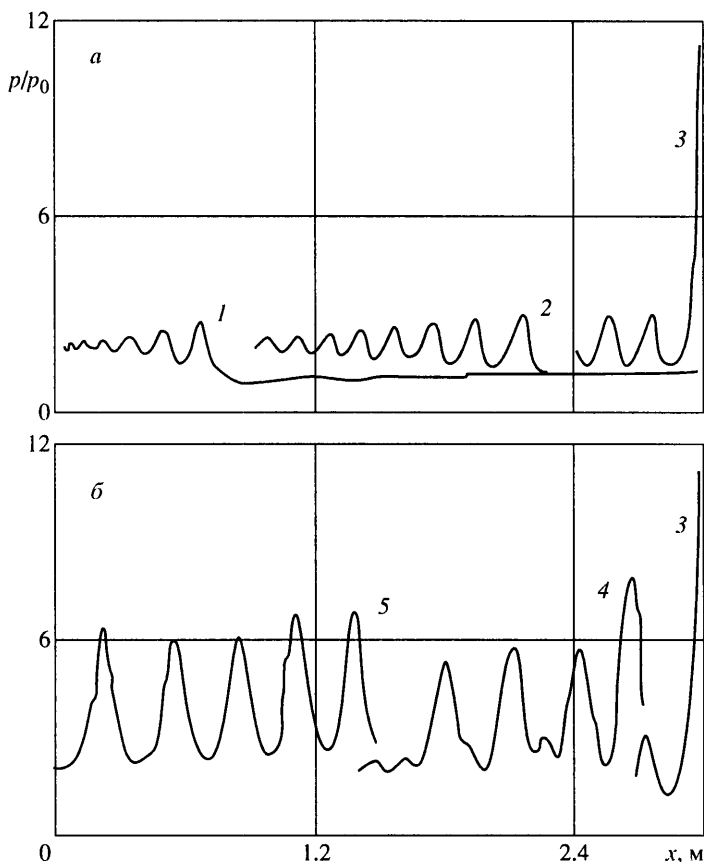
С целью исследования влияния начального давления p_0 на исследуемый процесс были проведены расчеты для смеси под высоким статическим давлением. При этом влияние нестационарности состояния перед волной практически исчезало из-за увеличения скорости распространения волны и уменьшения интенсивности испарения капель.

Установлено, что уменьшение начальной толщины парового слоя приводит к интенсификации процесса испарения и как следствие к увеличению амплитуды осцилляций и скорости распространения волны, что более заметно при увеличении амплитуды падающей волны.

Расчеты показывают, что через некоторое время волна выходит на практически стационарную конфигурацию и движется с постоянной скоростью. При этом ее скорость превышает скорость стационарных ударных волн в несжимаемой жидкости с пузырьками нерастворимого и неконденсирующегося газа, вычисленную по формуле [6]

$$D_{st} = \sqrt{\frac{p_0}{\alpha_{10}\alpha_{20}\rho_{10}}}$$

С целью исследования влияния степени диспергирования включений на динамику волн в смеси жидкости с "двухфазными" пузырьками на фиг. 3 представлены результаты расчетов ударных волн бесконечной длительности в смеси с различными размерами включений (варьировался размерный радиус капли при постоянном значении безразмерного радиуса пузыря). На фиг. 3 приведены профили давления в смеси и огибающие максимального пика давления. Скорости нестационарных волн в этом случае равны $D = 604, 582, 538$ м/с для $\Delta P = 1.5$ ($D_{st} = 559$ м/с), $D = 744, 711, 660$ м/с для $\Delta P = 2.0$ ($D_{st} = 646$ м/с) при $d = 0.25, 0.5, 1$ мм соответственно. По результатам видно, что при уменьшении размера включений при постоянных остальных параметрах амплитуда волны и частота пульсации увеличиваются. При этом скорость волны меняется незначительно.



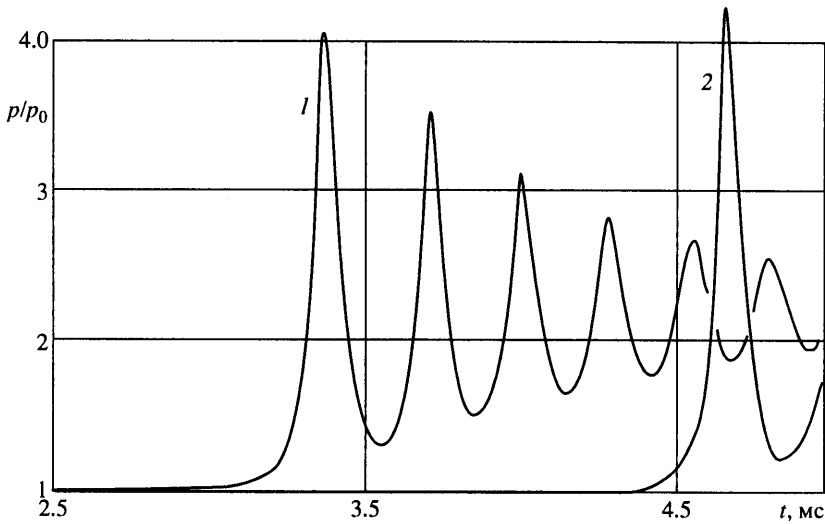
Фиг. 4. Профили давления в смеси до (а) и после (б) отражения от твердой стенки при $t = 1; 3; 4.125; 5$ и 6 мс (кривые 1–5) ($d = 0.5$ мм; $a_0/d = 5$; $\alpha_{20} = 0.005$; $p_\infty/p_0 = 2$)

Следует заметить, что в смесях жидкостей с пузырьками нерастворимого и неконденсирующегося газа наблюдается обратная зависимость амплитуды волны от степени диспергирования.

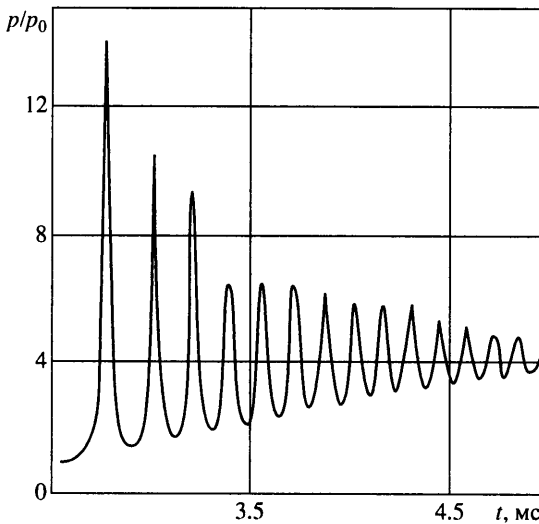
Это объясняется тем, что в пузырьковых жидкостях уменьшение размера пузырьков приводит к увеличению удельной поверхности теплообмена пузырей с жидкостью и, следовательно, к увеличению диссипации энергии волны за счет теплопроводности. В исследуемых смесях источником энергии, запасенной во включениях, является не только сама ударная волна, но и несущая жидкость. Поскольку температура несущей жидкости значительно превышает температуру капли, то увеличение межфазной поверхности (уменьшение размера включений приводит также к увеличению поверхности испарения в единице объема смеси) приводит к увеличению теплового потока из несущей жидкости в фазу включений, к интенсификации испарения капли и, следовательно, как отмечалось для предыдущих вариантов, к увеличению амплитуды осцилляций и скорости распространения волны.

Исследовалось влияние величины объемного содержания второй фазы на процесс эволюции волн. Установлено, что с уменьшением объемного содержания второй фазы скорость распространения волны увеличивается и незначительно уменьшается амплитуда осцилляций.

На фиг. 4 представлены профили давления в смеси до и после отражения волны от жесткой стенки. Ясно виден нелинейный характер отражения волны, причем коэф-



Фиг. 5. Зависимость давления на стенке от времени при газосодержании $\alpha_{20} = 0.005$ и 0.1 (кривые 1 и 2) ($d = 0.5$ мм; $a_0/d = 5$; $p_\infty/p_0 = 1.5$)



Фиг. 6. Зависимость давления на стенке от времени ($\alpha_{20} = 0.005$; $d = 0.5$ мм; $a_0/d = 5$, $p_\infty/p_0 = 2.0$)

коэффициент отражения ударной волны от твердой стенки $K_p = (p_{\max}^1 - p_{\max}^0)/(p_{\max}^1 - p_0)$ (где p_{\max}^0 – максимальное значение давления в волне до отражения, и p_{\max}^1 – максимальное значение давления на стенке в процессе отражения) достигает значения ≈ 5.5 для интенсивности падающей волны $\Delta P = 1$.

Таким образом, жесткая стенка может испытывать удар с амплитудой, в несколько раз превосходящей амплитуду падающей волны. Значение максимального давления, достигающегося на стенке, в первую очередь зависит от амплитуды падающей волны, а также от концентрации и степени диспергирования второй фазы. Зависимости

давления на стенке трубы от времени представлены на фиг. 5 ($\Delta P = 0.5$ и $\alpha_{20} = 0.005$ и 0.01) и на фиг. 6 ($\Delta P = 1.0$ и $\alpha_{20} = 0.005$). Увеличение концентрации дисперсной фазы приводит к увеличению амплитуды давления на стенке, более заметному для больших значений ΔP .

Отметим также, что огибающие максимального пика в волне имеют монотонный характер и что на квазистационарной фазе распространения волны ее амплитуда может превышать давление за волной более чем на величину начального давления p_0 . Тогда как для волн в пузырьковых жидкостях в [9] было показано, что внутри стационарной ударной волны с пузырьками газа постоянной массы давление в смеси не может превышать давление за волной на величину начального давления. Если для исследуемой смеси пренебречь нестационарностью перед волной и выписать уравнения стационарного распространения волны, то из первых интегралов можно получить оценку для давления в смеси $p < p_0 + \rho_0 D_0^2$, где D_0 – скорость распространения стационарной ударной волны. Однако определить значение D_0 из первых интегралов стационарной системы нельзя, так как равновесный радиус пузыря за волной можно определить, лишь решая полностью всю систему стационарных уравнений.

Использование в данной модели предположения о том, что капля всегда находится в центре пузыря, можно обосновать с помощью следующей оценки. Пусть капля свободно падает в поле силы тяжести без начальной скорости. Характерное время смещения капли на величину своего радиуса d равно $t_d = \sqrt{2d/g}$, где $g = 10 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения. Для значения радиуса порядка 0.5 мм это время равно 10 мс . Таким образом, учитывая, что размер пузыря в несколько раз больше размера капли, на рассматриваемых временах процесса можно пренебречь смещением капли относительно центра пузыря под действием силы тяжести.

Заключение. Исследовано распространение волн в смеси жидкости с "двухфазными" пузырями. Испарение капель приводит к повышению давления перед волной. При этом влияние нестационарности состояния перед волной уменьшается с повышением статического давления. Уменьшение начальной толщины парового слоя приводит к интенсификации процесса испарения и как следствие к увеличению амплитуды осцилляций и скорости распространения волны. Скорость ударной волны в стационарной фазе превышает скорость стационарных ударных волн в несжимаемой жидкости с пузырьками нерастворимого и неконденсирующегося газа.

При уменьшении размера включений амплитуда волны и частота пульсации увеличиваются в отличие от смесей жидкостей с пузырьками нерастворимого и неконденсирующегося газа, что вызвано интенсификацией тепломассообменных процессов. На квазистационарной фазе распространения волны ее амплитуда может превышать давление за волной более чем на величину начального давления в отличие от стационарных ударных волн в жидкостях с пузырьками газа постоянной массы.

Отражение волны от твердой стенки носит существенно нелинейный характер, и жесткая стенка может испытывать удар с амплитудой, в несколько раз превосходящей амплитуду падающей волны. Значение максимального давления, достигающегося на стенке, в первую очередь зависит от амплитуды падающей волны, а также от концентрации и степени диспергирования второй фазы.

Авторы благодарят Р.И. Нигматулину за полезное обсуждение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хабеев Н.С. Эволюция ударных волн в жидкости с "двухфазными" пузырьками // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 2. С. 110–117.
2. Bankoff S.G. Vapor explosions: a critical review // Proc. 6th Intern. Heat Transfer Conf. Toronto, Canada, 1978. Ottawa, 1978. V. 6. P. 355–366.

3. *Cronenberg A.W.* Recent developments in the understanding of energetic molten fuel-coolant interactions // *Nucl. Safety*. 1980. V. 21. № 3. P. 319–337.
4. *Plesset M.S., Prosperetti A.* Bubble dynamics and cavitation // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1977. V. 9. P. 145–185.
5. *Feng Z.C., Leal L.G.* Nonlinear bubble dynamics // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1997. V. 29. P. 201–243.
6. *Низматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с.; Ч. 2. 360 с.
7. *Хабеев Н.С., Ганиев О.Р.* Динамика и теплообмен "двухфазных" пузырей // Отчет Ин-та механики МГУ. 1987. № 3558. 52 с.
8. *Варгафтик Н.Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
9. *Зьонг Нгюк Хай, Низматулин Р.И., Хабеев Н.С.* Структура ударных волн в жидкости с паровыми пузырьками // *Изв. АН СССР. МЖТ*. 1982. № 2. С. 109–118.

Москва

Поступила в редакцию
26.VIII.1999