

УДК 532.517.4:533.6.011:536.24

© 2002 г. В.Г. ЛУЩИК, А.Е. ЯКУБЕНКО

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТРУБАХ В УСЛОВИЯХ НЕУСТОЙЧИВОЙ СТРАТИФИКАЦИИ

Численное исследование проведено на основе трехпараметрической модели турбулентности, дополненной термогравитационными членами, и уравнении переноса для поперечного турбулентного потока тепла. Полученные результаты сравниваются с немногочисленными опытными данными для опускного течения воды и воздуха в вертикальных обогреваемых трубах и с расчетами для подъемного течения.

В [1] дана постановка задачи о смешанной конвекции при течении в круглых вертикальных обогреваемых трубах, когда направление вектора силы тяжести совпадает с осью трубы. Методическая часть работы [1] базируется на трехпараметрической модели турбулентности, дополненной термогравитационными членами, и уравнении переноса для поперечного потока тепла. Результаты расчетов, представленные в [1], получены для воздуха в условиях устойчивой стратификации, что реализуется при подъемном течении в вертикальной трубе с обогревом в поле силы тяжести.

Цель настоящей работы – численное исследование смешанной конвекции в условиях неустойчивой стратификации, которое имеет место при опускном течении в обогреваемой трубе. Этот случай в экспериментальном плане (см., например, обзоры [2, 3]) исследован в значительно меньшей степени, нежели случай устойчивой стратификации. Так, данные измерений характеристик турбулентности отсутствуют. Имеются в основном результаты измерений коэффициента теплоотдачи. Расчетных работ, посвященных рассматриваемому случаю, в которых используются уравнения переноса для характеристик турбулентности, также немного (см. [2, 3]).

1. Постановка задачи. Уравнения неразрывности, движения и энергии, описывающие течение и теплообмен в вертикальной круглой трубе в поле тяжести в приближении узкого канала, приведены в [1].

Для вычисления входящих в уравнение движения турбулентного трения $\rho\tau = -\rho\langle u'v' \rangle$ и поперечного турбулентного потока тепла $\rho q_y = \rho c_p \langle v'T' \rangle$ используется трехпараметрическая модель турбулентности [4]. В модели уравнения переноса записаны для энергии турбулентности $E = 0.5\sum \langle u_i'^2 \rangle$, напряжения сдвига $\tau = \langle u'v' \rangle$ и величины $\omega = E/L^2$, содержащей поперечный интегральный масштаб турбулентности L . Эта модель дополнена уравнением для величины $q_y = c_p \langle v'T' \rangle$ [5], а для продольного турбулентного потока тепла $\rho q_x = \rho c_p \langle u'T' \rangle$ использовано алгебраическое соотношение, связывающее его с величиной ρq_y , параметрами турбулентности E , τ , L и учитывающее влияние силы тяжести.

Уравнения для характеристик турбулентности E , τ , ω , q_y , дополненные соответствующими термогравитационными членами, соотношение для q_x и значения констант, входящих в модель, приведены в [1].

Для коэффициента объемного расширения β , входящего в аппроксимации корреляции пульсаций плотности и скорости $\langle \rho' u_i' \rangle = -\beta \rho \langle T' u_i' \rangle$, в настоящей работе использовано определение

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (1.1)$$

Для идеального газа (1.1) переходит в $\beta = 1/T$, и при слабом изменении температуры относительно входного (в участок обогрева) значения температуры T_0 можно принять $\beta = 1/T_0$, что и было сделано в [1].

С учетом сказанного, термогравитационные члены в уравнениях для характеристик турбулентности, приведенные в [1], следует домножить на величину $\beta^0 = \beta T_0$, где β определяется в соответствии с (1.1).

Граничные условия на стенке ($y = 0$), на оси ($y = 1$) трубы и на входе ($x = 0$) в обогреваемый участок приведены в [1]. Входящие в уравнения и граничные условия теплофизические свойства (ρ , η , c_p , λ) зависят от температуры и давления, т.е. не используется широко распространенное в аналогичных задачах приближение Буссинеска.

2. Результаты расчета и сравнение с экспериментом. Расчеты проводились в постановке, аналогичной изложенной в [1]. На входе в обогреваемый участок диаметром $d = 2r_0$ и длиной L_q/d , где нагрев теплоносителя осуществляется за счет постоянного по длине теплового потока в стенку q_w , задавались характеристики потока, полученные в результате расчета течения на входном изотермическом участке трубы длиной L_0/d . В расчетах было принято значение $L_0/d = 100$, при котором, как показано [1], результаты не зависят от входных условий. Координата x отсчитывалась от входа в обогреваемый участок.

Параметрами, обычно используемыми в эксперименте (см. [2, 3]), являются: число Рейнольдса $Re = \rho u d / \eta$, число Прандтля $Pr = \eta c_p / \lambda$ и число Грасгофа $Gg = g \beta q_w \rho^2 d^4 / (\lambda \eta^2)$. Перечисленные параметры следует дополнить числом Архимеда $Ag = g \rho^2 d^3 / \eta^2$, которое можно определить, зная диаметр рабочего участка. Этот параметр обычно игнорируется в экспериментальных и расчетных работах, хотя, как показано в [1], от него зависят результаты и из соображений размерности он должен входить в число определяющих параметров, когда не используется приближение Буссинеска.

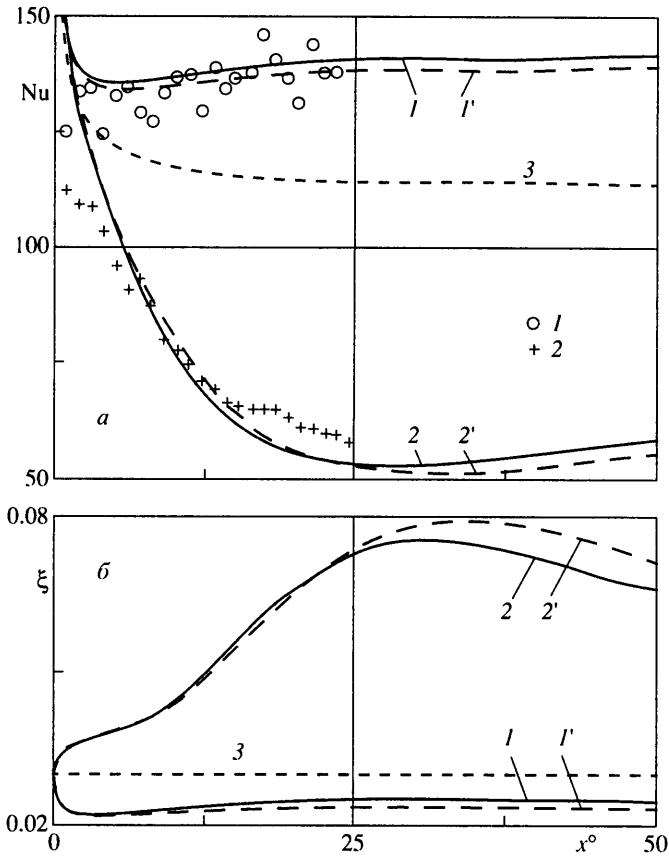
В качестве рабочих сред в расчетах рассматривалась вода и воздух. Теплофизические свойства их задавались в табличном виде в зависимости от температуры и давления. Температура на входе принималась равной $T_0 = 293$ К.

Как отмечалось, экспериментальных работ по исследованию неустойчивой стратификации при смешанной конвекции в трубах немного. Наиболее информативными представляются работы [6, 7], в которых было реализовано опускное течение воды в обогреваемой (с постоянным по длине тепловым потоком в стенку q_w) трубе. Измерялся коэффициент теплоотдачи $\alpha = q_w / (T_w - \langle T \rangle)$ и определялось число Нуссельта $Nu = \alpha d / \lambda$, в котором коэффициент теплопроводности вычислялся по среднemasсовой температуре жидкости

$$\langle T \rangle = \frac{2}{\rho_0 \mu_0 r_0^2} \int_0^{r_0} \rho u T r dr$$

Параметры задачи: Re , Pr , Gg и Ag , определенные по среднemasсовой температуре $\langle T \rangle$, изменяются по длине обогреваемого участка с ростом $\langle T \rangle$. Приведенные ниже значения указанных параметров определены для температуры на входе T_0 и отмечены индексом "0".

Для экспериментальных данных [7]: $Re_0 = (10.4 \dots 25.1) \cdot 10^3$, $Pr_0 = 5.4 \dots 7$, $Gg_0 = (0.9 \dots 7.9) \cdot 10^9$, $Ag_0 = 9.8 \cdot 10^9$.

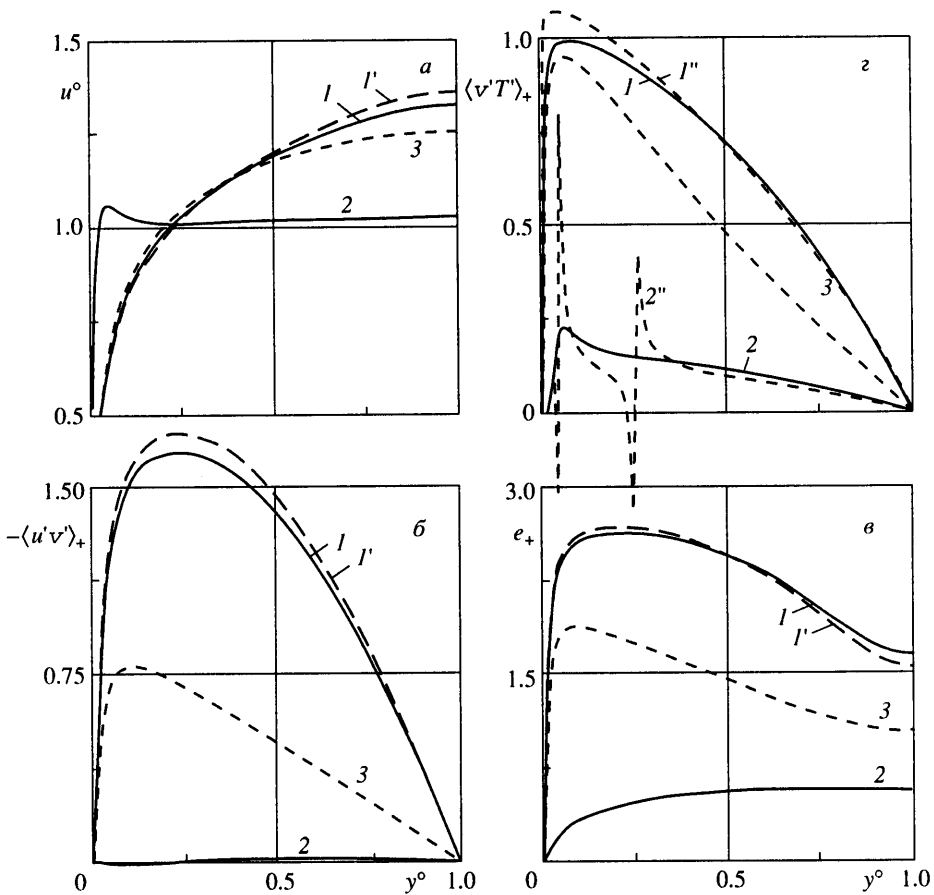


Фиг. 1. Изменение числа Нуссельта (а) и коэффициента сопротивления (б) по длине обогреваемого участка трубы для опускного (линии, точки 1) и подъемного (линии, точки 2) течения воды при $Re_0 = 12 \cdot 10^3$, $Pr_0 = 7$, $Gr_0 = 3.5 \cdot 10^9$, $Ar_0 = 9.8 \cdot 10^9$: линии – расчет, точки эксперимент [7]

На фиг. 1 представлено изменение по длине обогреваемого участка трубы $x^0 = x/d$ числа Нуссельта Nu (а) и коэффициента сопротивления ξ (б) для одного из режимов [7] с сильной стратификацией. Для сравнения на фиг. 1, наряду с результатами расчета и экспериментальными данными для опускного течения (линии, точки 1), представлены также расчетные экспериментальные данные при тех же значениях параметров Re_0 , Pr_0 , Gr_0 , Ar_0 для подъемного течения (линии, точки 2) и расчет (линии 3) для случая отсутствия влияния сил плавучести ($Gr \rightarrow 0$).

Относительно случая отсутствия сил плавучести для опускного течения (неустойчивая стратификация) влияние сил плавучести меньше, нежели для подъемного (устойчивая стратификация) течения. Это относится как к теплообмену, так и к сопротивлению при течении в трубе, для которого экспериментальные данные отсутствуют.

На фиг. 2 представлены результаты расчета локальных характеристик течения и теплообмена в сечении $x^0 = x/d = 20$ от начала обогрева по радиусу трубы $y^0 = y/r_0$ для значений параметров, соответствующих фиг. 1. Профили на фиг. 2 приведены в безразмерном виде: $u^0 = u/u_0$, $e_+ = \sqrt{E}/u_*^2 \cdot \langle u'v' \rangle_+ = \langle u'v' \rangle_+/u_*^2$, $\langle v'T' \rangle_+ = \langle v'T' \rangle_+/u_*T_*$, где u_0 – скорость на входе в канал, u_* – динамическая скорость, $T_* = q_w/(\rho_w c_{pw} u_*)$ – характерная температура.

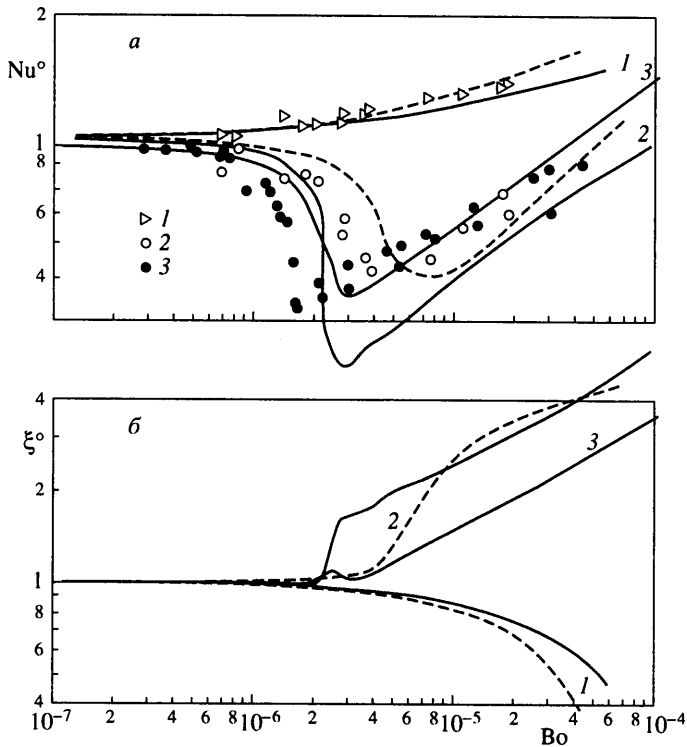


Фиг. 2. Расчетные профили скорости u^0 (а), напряжения сдвига $\langle u'v' \rangle_+$ (б), энергии турбулентности e_+ (в) и величины $\langle v'T' \rangle_+$ (z): линии 1 – опускное, линии 2 – подъемное течение воды, значения параметров – те же, что на фиг. 1

Неустойчивая стратификация, соответствующая опускному течению в обогреваемых трубах (линии 1 на фиг. 2), приводит к турбулизации потока, что выражается в возрастании энергии турбулентности E , напряжения сдвига $\langle u'v' \rangle$ и величины $\langle v'T' \rangle$, пропорциональной поперечному потоку тепла, по сравнению со случаем отсутствия влияния сил плавучести (линии 3).

Для подъемного течения (линии 2), соответствующего устойчивой стратификации, эффект влияния термогравитационных сил противоположен (см. также [1]) – имеет место ламинаризация течения. При этом существенно изменяются не только характеристики турбулентности ($\langle u'v' \rangle$ уменьшается практически до нуля), но и профиль скорости – он становится M -образным с максимумом у стенки.

В литературе [2, 3, 6–9] предпринимались попытки построения обобщенных зависимостей, описывающих теплообмен при смешанной турбулентной конвекции. В качестве функции используется относительная величина числа Нуссельта $Nu^0 = Nu/Nu_0$, где Nu_0 – значение числа Nu при отсутствии влияния термогравитационных сил, вычисленное по той или иной зависимости (в настоящей работе по зависимости $Nu_0(Re, Pr, \xi)$ из [10]). В качестве аргумента используется комбинация из чисел Грасгофа, Рейнольдса и Прандтля вида $Gr^m Re^n Pr^p$, интерпретируемая как параметр термогравитации.

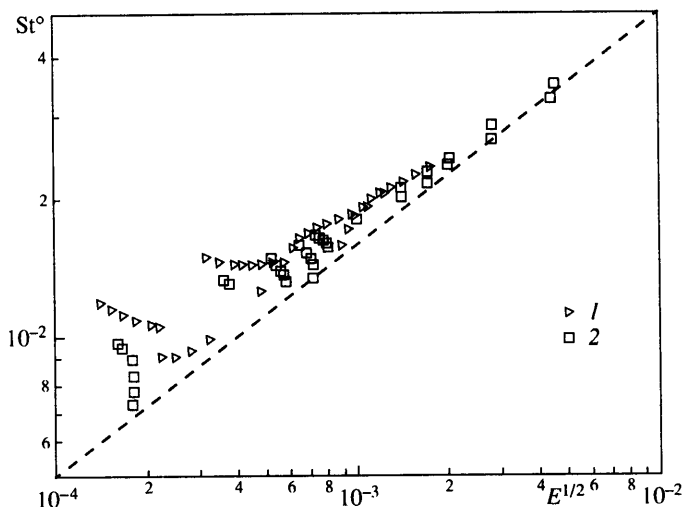


Фиг. 3. Зависимости относительных величин чисел Нуссельта Nu^0 (а) и коэффициента сопротивления трения ξ^0 (б) от параметра термогравитации Bo : точки, линии 1 – опускное; точки, линии 2 – подъемное течение воды; точки 1, 2 – эксперимент [7] при $x/d = 25$; штриховые линии – расчет при $x/d = 25$, сплошные – при $x/d = 100$; точки, линии 3 – эксперимент [9] и расчет для подъемного течения воздуха при $x/d = 82.5$ и 100

Так, в [3, 7, 9] предлагается в качестве параметра термогравитации использовать комбинацию $Bo = St/Re^{3.425}Pr^{0.8}$. На фиг. 3, а представлена зависимость $Nu^0(Bo)$, полученная в расчетах (линии) для воды и воздуха при одинаковых числах $Re_0 = 12 \cdot 10^3$ и $Ar_0 = 9.75 \cdot 10^9$. Указанную комбинацию параметров вряд ли можно признать универсальной, поскольку даже на больших расстояниях от входа в участок обогрева ($x/d = 100$) для подъемного течения воды (линия 2) и воздуха (линия 3) зависимости $Nu^0(Bo)$ различаются. Экспериментальные данные для подъемного течения воды [7] (точки 2) и воздуха [9] (точки 3) также имеют достаточно большой разброс, что не дает оснований считать комбинацию Bo универсальной.

Для опускного течения воды (фиг. 3, а) результаты расчета (линии 1) близки к эксперименту [7] (точки 1). Однако ввиду отсутствия экспериментальных данных для других чисел Pr и слабого влияния на теплоотдачу ($Nu^0 < 1.5$) в исследованном диапазоне значений параметров $Bo = 10^{-7} \dots 10^{-4}$ делать выводы об универсальности зависимости $Nu_0(Bo)$ для опускного течения также преждевременно.

Все сказанное выше можно отнести и к зависимости $\xi^0(Bo)$ (фиг. 3, б), где $\xi^0 = \xi/\xi_0$ – относительный коэффициент сопротивления при течении в трубе, ξ_0 – значение коэффициента ξ при отсутствии влияния термогравитационных сил, определенное по какой-либо из известных зависимостей. Что касается экспериментальных данных по коэффициенту сопротивления, то авторам они неизвестны.



Фиг. 4. Зависимость предельного числа Стантона St^0 от параметра термогравитации E для опускного течения: линия – зависимость (2.1) [8], точки – расчет (1 – воздух, 2 – вода)

Более предпочтительной (в смысле универсальности) для описания теплообмена в случае неустойчивой стратификации представляется предложенная в [8] зависимость для предельного случая сильного влияния на течение термогравитационных сил вида $St^0 = 0.5E^{1/4}$. Здесь $St^0 = St \cdot Pr^{1/4}(1 + \sqrt{Pr})$, $St = Nu/Re \cdot Pr$ – число Стантона, $E = Gr/Pr \cdot Re^4$ – параметр термогравитации.

Зависимость $St^0 = 0.5E^{1/4}$ при $E \geq 10^{-6}$ удовлетворительно описывает опытные данные в диапазоне параметров $Gr = 10^6 \dots 2 \cdot 10^{10}$, $Re = (1.2 \dots 20) \cdot 10^3$, $Pr = 0.7 \dots 8$ [8].

На фиг. 4 представлено сравнение зависимости $St^0 = 0.5E^{1/4}$ (линия) с результатами расчетов для воздуха (точки 1: $Pr = 0.7$, $Gr = 10^5 \dots 3 \cdot 10^9$, $Re = (0.7 \dots 12) \cdot 10^3$, $Ar = 0.5 \cdot 10^7 \dots 10^{10}$) и воды (точки 2: $Pr = 2.2 \dots 6.9$, $Gr = 10^7 \dots 5 \cdot 10^{10}$, $Re = (2 \dots 27) \cdot 10^3$, $Ar = 10^9 \dots 10^{10}$). С ростом значения параметра термогравитации E результаты расчетов, как и экспериментальные данные, приведенные в [8], сближаются с предельной зависимостью $St^0 = 0.5E^{1/4}$, что свидетельствует о ее универсальности для предельного случая сильного влияния термогравитации.

3. О применимости некоторых упрощений. При расчетах смешанной конвекции с использованием уравнений переноса для характеристик турбулентности всегда возникает вопрос о необходимости учета термогравитационных членов в этих уравнениях. Проведенное численное исследование показало (см. фиг. 1), что в случае использования в качестве теплоносителя воды для опускного течения отбрасывание термогравитационных членов (линии 1') приводит к изменению величин Nu и ξ при $x/d = 50$ от начала обогрева соответственно на 2 и 5% по сравнению с учетом этих членов (линии 1). Для подъемного течения это отличие несколько больше (линии 2') составляет соответственно 5 и 8%.

Если от расчета требуется точность, не превосходящая указанных выше значений, то термогравитационные члены в уравнениях переноса для характеристик турбулентности можно не учитывать. Однако надо иметь в виду, что для других значений параметров (Gr , Re , Pr , Ar) отличие может быть больше. Так например, для воздуха ($Pr = 0.7$) при тех же значениях Gr , Re , Ar , указанных на фиг. 1, отличие по значениям Nu и ξ для опускного течения возрастает до 4 и 20% соответственно.

Что касается локальных характеристик течения и теплообмена (фиг. 2), то для опускного течения отбрасывание термогравитационных членов слабо сказывается на них (линии 1') на фоне существенной турбулизации потока.

Следующим упрощением, которое часто используется в расчетах, является отказ от уравнения переноса для поперечного турбулентного потока тепла в пользу градиентной гипотезы вида $\rho q_y = \rho c_p \langle v'T' \rangle = \lambda_t \partial T / \partial y$, где λ_t – турбулентная теплопроводность.

Последняя связана с турбулентной вязкостью $\nu_t = \tau / (du/dy)$ через турбулентное число Прандтля $Pr_t = \rho c_p \nu_t / \lambda_t$. В итоге для величины $\langle v'T' \rangle$ получается выражение

$$\langle v'T' \rangle = \frac{1}{Pr_t} \frac{\tau}{du/dy} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3.1)$$

представленное на фиг. 2, z в безразмерном виде $\langle v'T' \rangle_+$ (линии 1'', 2'').

Как видно, для опускного течения (линия 1'') представление (3.1) мало отличается от результатов расчета с использованием уравнения переноса для величины $\langle v'T' \rangle$ (линия 1). Это объясняется монотонностью профилей скорости, температуры и знакопостоянством величины напряжения сдвига $\tau = -\langle u'v' \rangle$.

Для подъемного течения (линия 2'') градиентная гипотеза (3.1) дает результаты, не имеющие физического смысла. Это связано с наличием так называемой "отрицательной" турбулентной вязкости, обусловленной несовпадением нулевых значений du/dy и напряжения сдвига $-\langle u'v' \rangle$ (линия 2, фиг. 2, а, б соответственно).

Таким образом, использование для поперечного турбулентного потока тепла градиентной гипотезы (3.1) в случае существенной деформации профилей скорости и напряжения сдвига, как это имеет место для подъемного течения, представляется неоправданным.

Заключение. С использованием методики, разработанной авторами в [1] и уточненной для случая непостоянства коэффициента объемного расширения, проведено численное исследование смешанной конвекции в условиях неустойчивой стратификации, реализуемой при опускном течении в обогреваемой трубе в поле силы тяжести.

Результаты расчета согласуются с имеющимися опытными данными как по локальной теплоотдаче, так и с обобщенными критериальными зависимостями. В расчете получены локальные характеристики течения и теплообмена, свидетельствующие о турбулизации потока, которые существенно отличаются от аналогичных характеристик для случая устойчивой стратификации, реализуемого при подъемном течении.

Проведена оценка возможных упрощений расчетной модели, связанных с отбрасыванием термогравитационных членов в уравнениях переноса для характеристик турбулентности. Показано, что использование вместо уравнения переноса градиентной гипотезы для поперечного турбулентного потока тепла в случае существенной деформации профилей скорости и напряжения сдвига представляется неоправданным.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 99-01-00891).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Луцик В.Г., Якубенко А.Е. Дифференциальная модель турбулентности: численное исследование смешанной конвекции в вертикальных трубах // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 2. С. 73–86.
2. Петухов Б.С., Поляков А.Ф. Теплообмен при смешанной турбулентной конвекции. М.: Наука, 1986. 191 с.
3. Jackson J.D., Cotton M.A., Axell B.P. Studies of mixed convection in vertical tubes // Intern. J. Heat and Fluid Flow. 1989. V. 10. № 1. P. 2–15.
4. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Трехпараметрическая модель турбулентности: расчет теплообмена // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 2. С. 40–52.

5. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Уравнение переноса для турбулентного потока тепла. Расчет теплообмена в трубе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 42–50.
6. Петухов Б.С., Стригин Б.К. Экспериментальное исследование теплообмена при вязкостно-инерционно-гравитационном течении жидкости в вертикальных трубах // Теплофизика высоких температур. 1968. Т. 6. № 5. С. 933–937.
7. Jackson J.D., Cotton M.A., Yu L.S.L. et al. Turbulent mixed convection heat transfer to water in a vertical tube. Comparison between experiment and theory // Турбулентная конвекция. М.: ИВТАН, 1990. С. 23–47.
8. Поляков А.Ф. Течение и теплообмен в режиме термогравитационного порождения // ПМТФ. 1977. № 5. С. 86–94.
9. Poskas P., Pabarcius R., Vilemas J. Experimental investigation of turbulent mixed-convection heat transfer in a vertical tube for different pressure of air // Advances in Engineering Heat Transfer: Proc. 2nd Baltic Conf. Jurmala, Latvia: Comput. Mech. Publ., 1995. P. 139–148.
10. Кадер Б.А., Яглом А.М. Законы подобия для пристенных турбулентных течений // Итоги науки и техники. Сер. Механики жидкости и газа. М.: ВИНТИ АН СССР, 1980. Т. 15. С. 81–155.

Москва
E-mail: yakub@imec.msu.ru

Поступила в редакцию
21.IX.2001