МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 3 • 2002

УДК 532.31 : 538.65

© 2002 г. А.С. КВИТАНЦЕВ, В.А. НАЛЕТОВА, В.А. ТУРКОВ

ЛЕВИТАЦИЯ МАГНИТОВ И ТЕЛ ИЗ МАГНИТОМЯГКИХ МАТЕРИАЛОВ В СОСУДАХ, ЗАПОЛНЕННЫХ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Вычислены формулы для сил и моментов сил, действующих на сферическое тело из магнитомягкого материала в однородном приложенном магнитном поле и магнит в сферическом сосуде с магнитной жидкостью. Получена приближенная формула для силы, действующей на тела в сосудах эллипсоидальной, цилиндрической формы или в плоском канале с магнитной жидкостью в однородном магнитном поле. Показано, что существует аналогия между силами, действующими на магнит и тело из магнитомягкого материала. Исследована возможность левитации магнитов и тел из магнитомягких материалов в сосуде с магнитной жидкостью.

Жидкие дисперсные намагничивающиеся среды – магнитные жидкости, а также различные смеси магнитной жидкости с твердыми частицами, каплями, пузырьками газа широко применяются в технике, химической технологии и медицине. В электромагнитном поле на включения начинают действовать электромагнитные силы, вызывающие диффузию диспергированной фазы. В связи с этим возникает проблема вычисления силы, действующей на различные тела, помещенные в магнитную жидкость, в присутствии магнитного поля с учетом различия магнитных свойств тел и жидкости.

В случае, когда источники магнитного поля находятся вне тела и жидкость занимает бесконечный объем, сила, действующая на тело, зависит от магнитных свойств тела и жидкости и от характера приложенного (не возмущенного телом) магнитного поля. При однородности магнитной проницаемости жидкости, сила действующая на тело, связана с неоднородностью приложенного магнитного поля. В неоднородном приложенном поле на тело действует сила, направленная по градиенту величины магнитного поля, а в однородном магнитном поле сила равна нулю.

В случае, когда магнитная жидкость занимает конечный объем, на погруженное в нее тело даже в однородном приложенном поле может действовать сила. Эта сила может заставить тело левитировать в ограниченном объеме магнитной жидкости. Поведение тел из магнитомягких материалов в ограниченных объемах жидкости в однородном на бесконечности поле может быть похоже на поведение магнитов в ограниченных объемах жидкости. Явление левитации постоянного магнита в ограниченном объеме магнитной жидкости впервые было обнаружено Р.Е. Розенцвейгом [1]. Расчет силы, действующей на постоянный магнит в сосуде произвольной формы, представляет собой весьма трудную задачу. Аналитическое решение в случае постоянного цилиндрического магнита, намагниченного поперек своей оси и находящегося в цилиндрическом сосуде с магнитной жидкостью, было получено в [2, 3]. В [4, 5] вычислена магнитная сила и момент магнитной силы, действующие на магнит, создающий магнитное поле диполя, в сосуде сферической формы, заполненном магнитной жидкостью, в безындукционном приближении при малом отклонении магнита от равновесия. Во всех этих работах предполагалось, что сосуд сделан из ненамагничивающегося материала. В работе [2] в безындукционном приближении вычислена сила, действующая на сферический магнит (создающий поле магнитного диполя) внутри горизонтального слоя магнитной жидкости с постоянной магнитной проницаемостью в безындукционном приближении. Далее полученную формулу использовали для вычисления силы, действующей на сферическое тело из ненамагничивающегося материала в горизонтальном слое магнитной жидкости, в однородном на бесконечности магнитном поле, заменяя в формуле для силы магнитный момент магнита на эффективный магнитный момент тела в приложенном магнитном поле. Однако доказательство того, что так можно вычислять силу, действующую на тело в ограниченном объеме магнитной жидкости в однородном на бесконечности магнитном поле, в [2] отсутствует.

Достоверных аналитических формул для силы, действующей на тело из магнитомягкого материала в ограниченном объеме магнитной жидкости, в приложенном однородном магнитном поле в настоящее время не известно (за исключением случая сферического тела около плоской границы магнитной жидкости [6]). Кроме того, не исследован вопрос об аналогии между силами, действующими на магниты и тела из магнитомягкого материала в сосудах, заполненных магнитной жидкостью.

В связи с этим в работе решается задача об аналитическом вычислении силы и момента силы, действующей на сферическое тело из магнитомягкого материала в сферическом сосуде, заполненном магнитной жидкостью, в однородном приложенном магнитном поле при малости смещения тела из положения равновесия при произвольных магнитных проницаемостях жидкости, вещества тела и окружающей сосуд среды.

Выводится приближенное выражение для силы, действующей на тело из магнитомягкого материала в сосудах специальной формы (эллипсоидальной, цилиндрической формы или в плоском канале) в однородном приложенном магнитном поле, когда магнитные проницаемости жидкости и магнитной среды близки друг к другу (безындукционное приближение). На основе этого выражения формулируются условия, при которых сила, действующая на тело из магнитомягкого материала, может быть автоматически получена, если вычислена сила, действующая на магнит. Вычислены формулы для силы и момента сил, действующих на магнитный диполь и сферическое тело (в однородном магнитном поле) в сферическом сосуде с магнитной жидкостью в безындукционном приближении при произвольном смещении из центров сосуда.

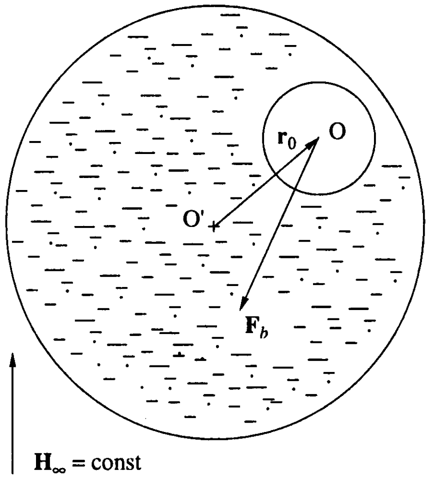
1. Постановка задачи и решение задачи в случае малого смещения. Рассмотрим сферическое тело радиуса r_b из магнитомягкого материала в сферическом сосуде радиуса R_V, заполненном магнитной жидкостью, в однородном приложенном магнитном поле $\mathbf{H}_\infty$ ($\mathbf{H}_\infty = \text{const}$ – поле в отсутствие сосуда, жидкости и тела). На фиг. 1 показано: O – центр тела; O' – центр сосуда; $\mathbf{r}_0 = (a, b, c)$ – смещение центра тела относительно центра сосуда. Магнитные проницаемости вещества тела, магнитной жидкости и окружающей сосуд среды μ_b, μ_f, μ_s, постоянные, разные и произвольные. Здесь и далее пренебрегается толщиной стенок сосуда и влиянием их на магнитное поле.

При $\mu_f = \text{const}$ задача вычисления магнитной силы отщепляется от решения гидродинамической задачи обтекания тела, и общее выражение для магнитной силы $\mathbf{F}_b$, действующей на тело, имеет вид

$$F_{bi} = \frac{\mu_f}{4\pi} \int_{S_b} \left(H_i H_k - \frac{1}{2} H^2 \delta_{ik} \right) n_k dS \qquad (1.1)$$

Здесь $\mathbf{n}$ – внешняя нормаль к поверхности тела S_b, $\mathbf{H}$ – напряженность магнитного поля в жидкости. Формула (1.1) верна и для ограниченного объема и для неограниченного объема магнитной жидкости с постоянной магнитной проницаемостью. Уравнения Максвелла во всех трех областях имеют вид

$$\Delta\phi^i = 0, \ \mathbf{H}^i = \nabla\phi^i, \ \mathbf{B}^i = \mu_i \mathbf{H}^i \qquad (1.2)$$



Фиг. 1. Сферическое тело в сферическом сосуде, заполненном магнитной жидкостью, в однородном приложенном магнитном поле

Здесь индексом i ($i = b, f, s$) обозначены параметры в области тела, жидкости и окружающей сосуд среды соответственно. Граничные условия записываются в виде

$$\phi^b = \phi^f, \quad \mu_f \frac{\partial \phi^f}{\partial n} = \mu_b \frac{\partial \phi^b}{\partial n}, \quad \mathbf{r} \in S_b \tag{1.3}$$

$$\phi^f = \phi^s, \quad \mu_f \frac{\partial \phi^f}{\partial n} = \mu_s \frac{\partial \phi^s}{\partial n}, \quad \mathbf{r} \in S_V \tag{1.4}$$

$$\nabla \phi^s \to \mathbf{H}_\infty, \quad \mathbf{r} \to \infty \tag{1.5}$$

Введем две декартовы (и две сферические) системы координат: x', y', z' (r', ψ', θ') с центром O', совпадающим с центром сосуда, и x, y, z (r, ψ, θ) с центром O, совпадающим с центром тела. Координатные оси z и z' параллельны вектору $\mathbf{H}_\infty$. Общее решение уравнения Лапласа имеет вид

$$\phi = \sum_{n,m(n\leq m)} \left(C_{(n)} r^n + \frac{C_{(-n)}}{r^{n+1}} \right) P_n^m(\cos\theta)(A_{nm}\cos m\psi + B_{nm}\sin m\psi)$$

Здесь P_n^m – функции Лежандра первого рода.

Будем считать, что смещение тела относительно центра сосуда $r_0 = (a, b, c)$ мало по отношению к радиусу сосуда. Введем малый параметр $\varepsilon = r_0/R_V$. Будем искать решение в виде

$$\phi^i = \phi_0^i + \varepsilon \phi_1^i + O(\varepsilon^2)$$

Уравнения и граничные условия (1.2)–(1.5) для решения в нулевом приближении сводятся к задаче искажения однородного на бесконечности магнитного поля двумя концентрическими сферами, между которыми находится магнитная жидкость, которая аналогична известной задаче, решенной в [7].

Решение в этом случае имеет вид

$$\phi_0^b = H_{10}z, \quad \phi_0^f = H_{20}z + m_{20}\frac{z}{r^3}, \quad \phi_0^s = H_\infty z + m_{30}\frac{z}{r^3}$$

$$m_{20} = \frac{\mu_s(\mu_f - \mu_b)r_b^3 H_\infty}{3\mu_{\text{eff}}}$$

$$m_{30} = -\frac{H_\infty R_V^3}{3\mu_{\text{eff}}}\frac{(\mu_f - \mu_s)(2\mu_f + \mu_b)}{3}\left[1 - \frac{(\mu_f - \mu_b)(2\mu_f + \mu_s)}{(\mu_f - \mu_s)(2\mu_f + \mu_b)}\frac{r_b^3}{R_V^3}\right]$$

$$H_{10} = \frac{3\mu_f\mu_s H_\infty}{3\mu_{\text{eff}}}; \quad H_{20} = \frac{\mu_s(2\mu_f + \mu_b)H_\infty}{3\mu_{\text{eff}}}$$

$$3\mu_{\text{eff}} \equiv \mu_f(2\mu_s + \mu_b) + \frac{2}{3}(\mu_f - \mu_b)(\mu_f - \mu_s)\left(1 - \frac{r_b^3}{R_V^3}\right)$$

Уравнения и граничные условия для первого приближения ϕ_1^i запишем в виде

$$\Delta\phi_1^i = 0, \quad i = b, f, s$$

$$r = r_b: \quad (\phi_1^b - \phi_1^f) = 0, \quad \left(\mu_f\frac{\partial\phi_1^f}{\partial r} - \mu_b\frac{\partial\phi_1^b}{\partial r}\right) = 0$$

$$r' = R_V: \quad \varepsilon(\phi_1^f - \phi_1^s) = (\phi_0^s - \phi_0^f)$$

$$\varepsilon\left(\mu_f\frac{\partial\phi_1^f}{\partial r'} - \mu_s\frac{\partial\phi_1^s}{\partial r'}\right) = \left(\mu_s\frac{\partial\phi_0^s}{\partial r'} - \mu_f\frac{\partial\phi_0^f}{\partial r'}\right)$$

$$\nabla\phi_1^s \to 0, \quad r \to \infty$$

Решение для ϕ_1^f имеет вид

$$\phi_1^f = \left(A_f r^2 + \frac{B_f}{r^3}\right)[P_2(\cos\theta) + \alpha_1 P_2^1(\cos\theta)\cos\psi]$$

$$\alpha_f = \frac{1}{2}\frac{a}{c}, \quad A_f = 6\frac{c}{r_0}\frac{\mu_s H_\infty(\mu_f - \mu_s)(\mu_f - \mu_b)}{3\mu_{\text{eff}}R_V}\left(\frac{r_b}{R_V}\right)^3 D$$

$$D = \left[2\mu_f + 3\mu_s - 6\frac{(\mu_f - \mu_s)(\mu_f - \mu_b)}{2\mu_f + 2\mu_b}\frac{r_b^5}{R_V^5}\right]^{-1}$$

Используя решения уравнения для ϕ^f и формулу (1.1), можно получить выражение для магнитной силы, действующей на сферическое тело в сферическом сосуде, заполненном магнитной жидкостью, в однородном приложенном магнитном поле

$$F_{zb} = -2\mu_f\varepsilon m_{20}A_f = -4Cc/3$$

$$F_{xb} = -3\mu_f\varepsilon m_{20}\alpha_f A_f = -Ca, \quad C = 3\mu_f\varepsilon m_{20}A_f/2c$$

С учетом выражений для A_f, m_{20} можно выписать выражение для силы в векторном виде

$$\mathbf{F}_b = -C\left[\mathbf{r}_0 + (\mathbf{r}_0\mathbf{H}_\infty)\frac{\mathbf{H}_\infty}{3H_\infty^2}\right], \quad C = C^* H_\infty^2 \frac{r_b^6}{R_V^5} \tag{1.6}$$

$$C^* = \mu_f \frac{\mu_s^2(\mu_f - \mu_s)(\mu_f - \mu_b)^2}{\mu_{eff}^2} D$$

Из (1.6) видно, что магнитная сила $\mathbf{F}_b$ не параллельна вектору смещения $\mathbf{r}_0$. В случае $\mu_f > \mu_s$ сила направлена так, что заставляет тело возвращаться в центр сосуда. При этом положение равновесия тела устойчиво относительно малых отклонений, и левитация тела внутри сосуда возможна. В случае $\mu_f < \mu_s$ положение равновесия неустойчиво, и левитация тела в сосуде невозможна.

Сила нелинейно зависит от магнитной проницаемости жидкости и имеет максимум при некотором значении μ_f. Если $\mu_b = \mu_s = 1$, то этот максимум достигается при $\mu_f = 8.88$, когда $r_b/R_V \to 0$, и при $\mu_f = 16.1$, когда $r_b/R_V = 0.8$ (см. фиг. 2). На фиг. 3 показана зависимость $\mu_{f\max}$, при которой сила достигает максимума, от r_b/R_V при $\mu_b = \mu_s = 1$.

Можно показать, что момент магнитной силы, действующей на сферическое тело из магнитомягкого материала, относительно центра тела равен нулю. Это утверждение верно при любом приложенном магнитном поле и для любого сосуда.

2. Решение задачи при произвольном смещении тела. Аналогия между силами, действующими на магнит и тело из магнитомягкого материала. Рассмотрим безындукционное приближение, когда магнитная проницаемость жидкости мало отличается от магнитной проницаемости окружающей среды $|(\mu_f - \mu_s)/\mu_s| \ll 1$. Сила, действующая на тело из магнитомягкого материала (далее везде – тело) в сосудах специальной формы, заполненных магнитной жидкостью ($\mu_f = \mathrm{const}$), в которых однородное на бесконечности поле создает однородное внутри сосуда поле $\mathbf{H}^0 = \mathrm{const}$ в отсутствие тела, в безындукционном приближении вычисляется формулой

$$F_{bi} = -\frac{\mu_f - \mu_s}{8\pi} \int\limits_{S_V} H_b^2 n_i dS \left(1 + O\left(\frac{\mu_f - \mu_s}{\mu_s}\right)\right) \tag{2.1}$$

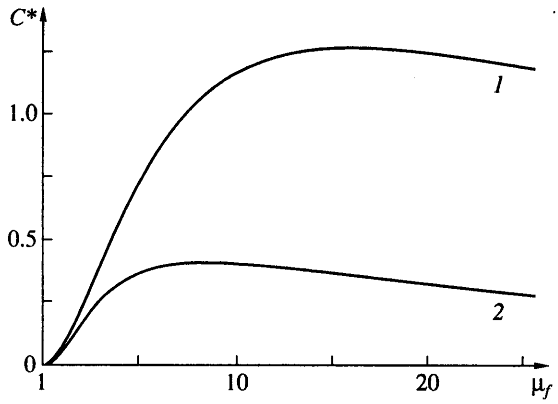
Здесь $\mathbf{H}_b$ – искажение приложенного однородного магнитного поля телом, погруженным в неограниченную магнитную жидкость. Примером сосудов специальной формы могут служить сосуды эллипсоидальной, цилиндрической формы или плоский канал.

Докажем это. Магнитное поле в магнитной жидкости внутри сосудов специальной формы может быть представлено в виде: $\mathbf{H} = \mathbf{H}^0 + \mathbf{H}'$, $\mathbf{H}^0 = \mathrm{const}$, $\mathbf{H}' = \mathbf{H}_b(1 + O((\mu_f - \mu_s)/\mu_s))$. Формулу для силы (1.1) можно записать в виде

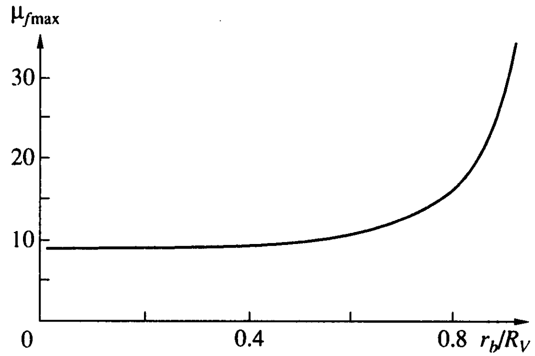
$$F_{bi} = \mu_f \int\limits_{S_b} \left(\frac{H_i^0 H_j^0}{4\pi} - \frac{H^{02}}{8\pi}\delta_{ij}\right) n^j dS + \mu_f \int\limits_{S_b} \left(\frac{H_i^0 H_j'}{4\pi} + \frac{H_j^0 H_i'}{4\pi} - \frac{2\mathbf{H}^0\mathbf{H}'}{8\pi}\delta_{ij}\right) n^j dS +$$

$$+\mu_f \int\limits_{S_b} \left(\frac{H_i' H_j'}{4\pi} - \frac{H'^2}{8\pi}\delta_{ij}\right) n^j dS = -\frac{\mu_f - \mu_s}{8\pi} \int\limits_{S_V} H'^2 n_i dS$$

Первый интеграл в силу однородности в пространстве $\mathbf{H}^0$ равен нулю. Второй интеграл в силу уравнений Максвелла для $\mathbf{H}'$ и условия $\mathbf{H}^0 = \mathrm{const}$ тоже равен нулю. Третий интеграл в силу уравнений Максвелла и условий на поверхности сосуда в безындукционном приближении преобразуется в доказываемую формулу (2.1).



Фиг. 2. Зависимость C^* от μ_f при $\mu_s = \mu_b = 1$: *1* – $r_b/R_V = 0.8$, *2* – $r_b/R_V \to 0$



Фиг. 3. Зависимость $\mu_{f\max}$ от r_b/R_V при $\mu_b = \mu_s = 1$

Формула (2.1) аналогична формуле для силы, действующей на магнит в сосуде, заполненном магнитной жидкостью, в отсутствие внешнего магнитного поля в безындукционном приближении

$$F_{mi} = -\frac{\mu_f - \mu_s}{8\pi} \int\limits_{S_V} H_m^2 n_i dS \left(1 + O\left(\frac{\mu_f - \mu_s}{\mu_s}\right)\right) \tag{2.2}$$

Здесь $\mathbf{H}_m$ – магнитное поле магнита в безграничной магнитной жидкости.

Следовательно, если решена задача о вычислении силы, действующей на магнит, создающий поле магнитного диполя ($\mathbf{H}_m = -\nabla(\mathbf{mr}/r^3)$), в сосудах указанных выше форм, то сила, действующая на сферическое тело в том же сосуде, заполненном магнитной жидкостью, в однородном на бесконечности магнитном поле получается заменой значения магнитного диполя $\mathbf{m}$ в формуле для силы, действующей на магнит, на значение эффективного магнитного момента тела в однородном на бесконечности приложенном магнитном поле

$$\mathbf{m}_b = -(\mu_f - \mu_b) r_b^3 \mathbf{H}_\infty / (2\mu_f + \mu_b) \tag{2.3}$$

Существенное отличие в поведении магнита и тела связано с тем, что на магнит действует момент магнитных сил, а момент магнитных сил, действующих на сферическое тело из магнитомягкого материала, равен нулю. Последнее утверждение верно только для сферических тел, вещество которых намагничивается равновесно по произвольному закону, то есть нет спонтанной намагниченности. Момент сил заставляет магнит вращаться и менять направление магнитного момента $\mathbf{m}$, тогда как эффективный магнитный момент сферического тела сохраняет свое направление.

Рассмотрим сферический магнит с однородной намагниченностью, покоящийся в сферическом сосуде, заполненном магнитной жидкостью. Известно, что такой магнит создает в неограниченной магнитной жидкости (при отсутствии сосуда) поле магнитного диполя

$$\mathbf{H}_m = -\nabla \frac{\mathbf{mr}}{r^3}, \quad \mathbf{m} = \frac{3V_m\mathbf{M}}{1+2\mu_f}$$

Здесь $\mathbf{M}$ – вектор намагниченности вещества магнита, V_m – объем магнита. Используя известные выражения для силы $\mathbf{F}_m$ (2.2) и момента сил $\mathbf{M}_m$

$$\mathbf{M}_m = -\left(\frac{\mu_f-\mu_s}{8\pi}\right)\int_{S_V} H_m^2[\mathbf{r}\times\mathbf{n}]dS\left(1+O\left(\frac{\mu_f-\mu_s}{\mu_s}\right)\right)$$

где $\mathbf{r}$ – радиус вектор из центра магнита, с учетом выражения для $\mathbf{H}_m$, получим

$$\mathbf{F}_m = K_m\left(\left(f_1(a)+f_2(a)\frac{(\mathbf{mr}_0)^2}{r_0^2m^2}\right)\frac{\mathbf{r}_0}{r_0}+f_3(a)(\mathbf{mr}_0)\frac{\mathbf{m}}{r_0m^2}\right) \qquad (2.4)$$

$$\mathbf{M}_m = -[\mathbf{r}_0\times\mathbf{F}_m], \quad K_m = \frac{(\mu_f-\mu_s)m^2}{8R_V^4}, \quad a = r_0/R_V$$

$$f_1 = 2L+3N, \quad f_2 = 3(2L-5N-2aI), \quad f_3 = 6N+6aI$$

$$L = -\frac{4a}{(1-a^2)^4}, \quad I = \frac{4}{3}\frac{1}{(1-a^2)^4}$$

$$N = -\frac{1}{8a^4}\ln\frac{1+a}{1-a}+\frac{(1+a^2)(3-14a^2+3a^4)}{12a^3(1-a^2)^4}$$

В силу доказанной выше аналогии между силами, действующими на магнитный диполь и сферическое тело, можно выписать силу (момент сил равен нулю), действующую на сферическое тело в сферическом сосуде в безындукционном приближении ($\mathbf{m}_b$ определяется формулой (2.3))

$$\mathbf{F}_b = K_b\left(\left(f_1(a)+f_2(a)\frac{(\mathbf{m}_b\mathbf{r}_0)^2}{r_0^2m_b^2}\right)\frac{\mathbf{r}_0}{r_0}+f_3(a)(\mathbf{m}_b\mathbf{r}_0)\frac{\mathbf{m}_b}{r_0m_b^2}\right) \qquad (2.5)$$

$$\mathbf{M}_b = 0, \quad K_b = \frac{(\mu_f-\mu_s)m_b^2}{8R_V^4}$$

Следует отметить, что полученные формулы (2.4), (2.5) верны для произвольных отклонений от центра сосуда. Значения коэффициентов $f_i(a)$, $i = 1, 2, 3$ при различных $a = r_0/R_V$, приведенные ниже, показывают, что величина силы монотонно растет с ростом r_0 и максимальная сила достигается вблизи поверхности сосуда, когда $r_0 = R_V - r_b$ и вектор эффективного магнитного момента тела параллелен смещению. Левитация тела и магнита возможна только при $\mu_f > \mu_s$. При $\mu_f < \mu_s$ левитация невозможна, тело или магнит падает на стенку сосуда.

r_0/R_V	0.2	0.4	0.6	0.8	0.95
f_1	–3.4	–11.2	–48.1	–608.6	–128 247.8
f_2	–0.1	–1.7	–16.9	–386.3	–115 659.7
f_3	–1.1	–3.2	–10.4	–74.1	–4196.0

Рассмотрим левитацию сферического тяжелого тела в приложенном магнитном поле $\mathbf{H}_\infty$ около горизонтальной плоскости, выше которой налита магнитная жидкость, а ниже – ненамагничивающаяся среда, $\mu_s = 1$, h – расстояние от центра тела до плоскости. Формула для силы, действующей при этом на тело, следует из формулы (2.5) при $h/R_V \to 0$

$$\mathbf{F}_b = -\left(\frac{3(\mu_f - 1)}{16h^4}\left(m_{bn}^2 + \frac{1}{2}m_{br}^2\right)\right)\mathbf{n} \qquad (2.6)$$

$$m_{bn} = \mathbf{m}_b\mathbf{n}, \quad \mathbf{m}_{br} = \mathbf{m}_b - m_{bn}\mathbf{n}$$

Здесь $\mathbf{n}$ – внешняя нормаль к поверхности, вектор $\mathbf{m}_b$ определен формулой (2.3). Эта сила отталкивает тело от плоскости при любом направлении поля и заставляет тело левитировать. В безындукционном приближении формула в [6] совпадает с формулой (2.6).

Оценим разность плотностей тела и жидкости при $\mathbf{H}_\infty \parallel \mathbf{g} \parallel \mathbf{n} (h \geqslant r_b)$, когда тяжелое тело левитирует

$$\Delta\rho\frac{4}{3}\pi r_b^3 g = \frac{3(\mu_f - 1)H_\infty^2 r_b^6}{16h^4}\frac{(\mu_f - \mu_b)^2}{(2\mu_f + \mu_b)^2}, \quad h \geqslant r_b$$

Из последнего равенства при $\mu_b \gg \mu_f$ следует выражение для $\Delta\rho$

$$\Delta\rho = \frac{9(\mu_f - 1)H_\infty^2}{64\pi g r_b}\left(\frac{r_b}{h}\right)^4$$

Проведем оценку $\Delta\rho$ при $H_\infty \sim 10^2$ Э, $r_b/h \sim 1 \div 1/2$, $\mu_f = 1.1$, $r_b \sim 10^{-2}$ см

$$\Delta\rho = \frac{10^4}{64 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2}}\left(1 \div \frac{1}{16}\right) \sim 4\left(1 \div \frac{1}{16}\right)$$

Таким образом, достаточно мелкие тела с плотностью порядка 4 г/см^3 могут левитировать над поверхностью раздела жидкость–сосуд. Если поле направлено параллельно плоскости, то сила отталкивания становится в два раза меньше. Сила отталкивания тел от стенок сосуда особенно существенна, если стенки вертикальные, и никаких других сил, прижимающих тела к поверхности, нет.

Сила, действующая на сферическое тело в сферическом сосуде в однородном приложенном магнитном поле, экспериментально исследована в [8]. Качественное совпадение изложенных выше результатов и экспериментов, описанных в [8], очевидно. Количественное сравнение теории и эксперимента затруднено в связи с отсутствием в [8] данных о магнитных свойствах жидкости.

Заключение. Используя полученные выражения для сил и моментов сил, действующих на тело или магнит в сосуде с магнитной жидкостью (формулы (1.6), (2.1), (2.4) и (2.5)), можно сделать следующие выводы:

В однородном приложенном магнитном поле положение равновесия сферического тела в сферическом сосуде с магнитной жидкостью устойчиво. Возможна левитация тела внутри сосуда, когда магнитная проницаемость окружающей сосуд среды меньше, чем магнитная проницаемость жидкости, при любой величине магнитной проницаемости вещества тела.

Магнитная сила, действующая на сферическое тело в сферическом сосуде с магнитной жидкостью, не параллельна вектору смещения и имеет максимум при некотором значении магнитной проницаемости жидкости.

Существует аналогия между магнитными силами, действующими на сферическое тело из магнитомягкого материала (в однородном приложенном магнитном поле) и сферический магнитный диполь в ограниченных объемах жидкости специальной формы в безындукционном приближении. При вычислении момента силы такой аналогии нет.

Данная работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 01-01-00010).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rosensweig R.E.* Buoyancy and stable levitation of a magnetic body immersed in a magnetizable fluid // Nature. 1996. V. 210. № 5036. P. 613–614.
2. *Блум Э.Я., Майоров М.М., Цеберс А.О.* Магнитные жидкости. Рига: Зинатне, 1989. 386 с.
3. *Цеберс А.О.* Левитация постоянного цилиндрического магнита в ФЖ // Девятое рижское совещание по магнитной гидродинамике. Саласпилс: Ин-т физики АН ЛатвССР. 1978. Т. 1. С. 129–130.
4. *Налетова В.А., Моисеева Л.А., Турков В.А.* Левитация магнита в магнитной жидкости в сферическом сосуде // Вест. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1997. № 4. С. 32–34.
5. *Налетова В.А., Турков В.А.* Вынужденные колебания магнита в сосуде, заполненном магнитной жидкостью // Тр. Мат. ин-та РАН. 1998. Т. 223. С. 233–237.
6. *Вислович А.Н., Лобко С.И., Лобко Г.С.* Взаимодействие твердых тел, взвешенных в магнитной жидкости в однородном магнитном поле // Магнитная гидродинамика. 1986. № 4. С. 43–51.
7. *Батыгин В.В., Топтыгин И.Н.* Сборник задач по электродинамике. М.: Физматгиз, 1962. 480 с.
8. *Стругов В.Г., Чеканов В.В.* О взаимодействии немагнитных тел в магнитной жидкости // Одиннадцатое рижское совещание по магнитной гидродинамике. III. Магнитные жидкости. Саласпилс: Ин-т физики АН ЛатвССР. 1984. С. 103–106.

Москва
E-mail: naletova@imec.msu.ru

Поступила в редакцию
21.VIII.2001