

УДК 532.529.6

© 2002 г. М.В. ВАНЮНИНА, Ш.Х. ЗАРИПОВ, Э.В. СКВОРЦОВ

АСПИРАЦИЯ АЭРОЗОЛЯ В ЩЕЛЕВОЙ ПРОБООТБОРНИК ПРИ ДВУХ УГЛАХ ЕГО ОРИЕНТАЦИИ

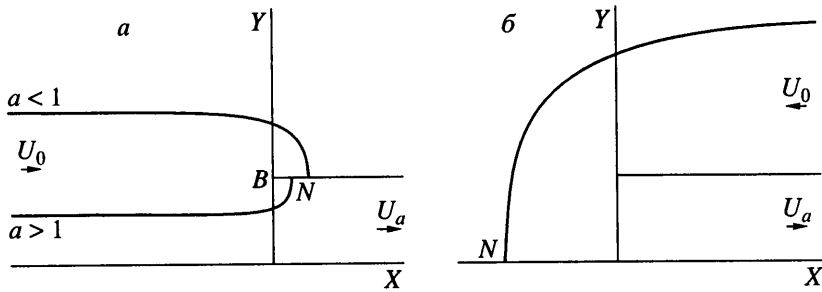
Исследована задача об аспирации аэрозоля в щель между двумя пластинами (модель щелевого пробоотборника) для двух углов ориентации щели относительно набегающего потока. Для поля скоростей несущей среды в приближении потенциального безотрывного течения несжимаемой жидкости получено аналитическое решение, которое использовано при интегрировании уравнений движения частиц для расчета траекторий. Методом предельных траекторий рассчитаны коэффициенты аспирации при изменении числа Стокса и отношения скорости набегающего потока к скорости аспирации. Дано сравнение значений коэффициента аспирации с известными результатами, полученными приближенно.

Прямые методы исследования аэрозолей предполагают отбор аэрозольных частиц в измерительное устройство. В реальных неизокинетических условиях пробоотбора из движущейся среды концентрация частиц внутри прибора может отличаться от концентрации частиц в изучаемом аэрозоле. Для количественной оценки и коррекции искажений, вносимых пробоотборником в измерения концентраций аэрозоля, вводится понятие коэффициента аспирации, представляющего собой отношение средней концентрации в измерительном устройстве к счетной концентрации частиц в невозмущенной среде. Коэффициент аспирации может определяться как экспериментально, так и теоретически. Обзор теоретических и экспериментальных исследований процесса аспирации содержится в [1], описание его математических моделей – в [2, 3].

Модель щелевого пробоотборника для нулевого угла между направлениями ветрового потока и скорости аспирации в приближениях потенциального безотрывного и отрывного течений несжимаемой жидкости рассмотрена в [2, 4–6]. В [2, 4] вычисление коэффициента аспирации основано на приближенном решении уравнений движения частиц, пригодном при больших или малых числах Стокса. Коэффициент аспирации численным интегрированием уравнений движения частиц в поле течения несущей среды в рамках модели отрывного обтекания определен в [5, 6]. При аспирации аэрозольных частиц из движущейся воздушной среды ось пробоотборника может занимать различные положения относительно направления ветрового потока, в том числе и такое, когда скорость аспирации направлена противоположно движению газа. Коэффициент аспирации в тонкостенную трубку при таком положении пробоотборника в приближении вязкого газа исследован в [7].

В настоящей работе в приближении безотрывного потенциального течения несжимаемой жидкости предложена математическая модель аспирации аэрозоля в щелевой пробоотборник при двух углах его расположения относительно направления ветрового потока: 0 и π . Проведены параметрические исследования эффективности аспирации в зависимости от отношения скорости набегающего потока к скорости аспирации при различных числах Стокса.

1. Модель течения несущей среды и уравнения движения частиц. Рассматривается стационарное потенциальное течение несжимаемой жидкости как несущей среды в плоскости переменных X, Y при аспирации аэрозоля в щель между двумя полу-



Фиг. 1. Схема течения при $\alpha = 0$ (а) и π (б)

бесконечными параллельными пластинами, симметричными относительно оси X и расположенными одна от другой на расстоянии $2H$. Скорость аспирации U_a направлена вдоль оси X . Вдали от щели среда движется равномерно со скоростью U_0 , составляющей с осью X угол α , причем либо $\alpha = 0$, либо $\alpha = \pi$. Схемы течения для обоих случаев показаны на фиг. 1, а, б. В связи с наличием симметрии рассматривается только верхняя половина течения. Вводится комплексная переменная $Z = X + iY$ (i – мнимая единица). Комплексный потенциал рассматриваемого течения $W = W(Z)$ представляется как сумма комплексных потенциалов двух течений

$$W(Z) = W_0(Z) \pm U_0 Z \quad (1.1)$$

где $W_0(Z)$ – комплексный потенциал течения при аспирации из неподвижной среды. Верхний знак в (1.1) и в последующих формулах соответствует случаю $\alpha = 0$, нижний – π .

Пусть $z = Z/H$, $w = W/(UH)$, $w_0 = W_0/(UH)$, $U = U_a - U_0$ при $\alpha = 0$ и $U = U_a + U_0$, $\alpha = \pi$. С помощью конформного отображения устанавливается связь между величинами z и $w_0 = \varphi_0 + i\psi_0$

$$z = \frac{1}{\pi} (e^{-\pi w_0} - 1 + \pi w_0) + i \quad (1.2)$$

Выделение в выражении (1.2) действительной и мнимой частей приводит к соотношениям

$$x = \frac{1}{\pi} (e^{-\pi\varphi_0} \cos \pi\psi_0 - 1 + \pi\varphi_0), \quad y = \frac{1}{\pi} (-e^{-\pi\varphi_0} \sin \pi\psi_0 + \pi\psi_0) + 1$$

$$e^{-\pi\varphi_0} = \pi(\psi_0 + 1 - y)(\sin \pi\psi_0)^{-1}$$

Пусть $a = U_0/U_a$, тогда безразмерная комплексно-сопряженная скорость течения выражается в виде

$$\frac{1}{U_0} \frac{dW}{dZ} = \frac{a^{-1} \mp 1}{1 - e^{-\pi w_0}} \pm 1 = u_x - iu_y \quad (1.3)$$

где $u_x = U_x/U_0$, $u_y = U_y/U_0$, U_x , U_y – декартовы составляющие скорости газа. Разделяя действительную и мнимую части в формуле (1.3), получим

$$u_x = -(a^{-1} \mp 1) \frac{[\pi(\psi_0 + 1 - y) \cos \pi\psi_0 - \sin \pi\psi_0] \sin \pi\psi_0}{F(y, \psi_0)} \pm 1$$

$$u_y = (a^{-1} \mp 1) \frac{\pi(\psi_0 + 1 - y) \sin^2 \pi\psi_0}{F(y, \psi_0)} \quad (1.4)$$

$$F(y, \psi_0) = \pi^2(\psi_0 + 1 - y)^2 - \pi(\psi_0 + 1 - y) \sin 2\pi\psi_0 + \sin^2 \pi\psi_0$$

Формула (1.3) позволяет установить связь между безразмерными функциями тока суммарного течения Ψ и течения при аспирации в отсутствие ветрового потока Ψ_0

$$\Psi = \Psi_0 \pm \frac{y}{a^{-1} \mp 1} \quad (1.5)$$

Таким образом, проекции скорости газа оказываются выраженными через переменные y, Ψ .

Течение набегающего газа разделяется на входящий в пробоотборник и проходящий мимо него потоки сепаратрисой – линией тока, начинающейся в бесконечно удаленной точке и заканчивающейся в точке N , лежащей на внешней или внутренней стороне пластины для случая $\alpha = 0$ или на оси симметрии при $\alpha = \pi$ (см. фиг. 1). Из условия, что в точке N $dW/dZ = 0$, находится значение абсциссы точки N

$$x_N = \frac{1}{\pi}(a^{-1} - 1 + \ln a), \quad \alpha = 0; \quad x_N = -\frac{1}{\pi}(1 + a^{-1} - \ln \alpha), \quad \alpha = \pi$$

На сепаратрисе функция тока Ψ_s равна либо $a/(1 - a)$ ($\alpha = 0$), либо -1 ($\alpha = \pi$). Отсюда уравнения разделительной линии тока запишутся в виде

$$x_s = \frac{y_s - 1}{1 - a} \operatorname{ctg} \frac{\pi a(y_s - 1)}{1 + a} - \frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi} \ln \left[\frac{1 - a}{\pi(y_s - 1)} \sin \frac{\pi a(y_s - 1)}{1 - a} \right]$$

$$\alpha = 0, \quad 1 < y_s < a^{-1} \quad (a < 1), \quad a^{-1} < y_s < 1 \quad (a > 1)$$

$$x_s = -\frac{y_s}{1 - a} \operatorname{ctg} \frac{\pi a y_s}{1 + a} - \frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi} \ln \left[\frac{1 + a}{\pi y_s} \sin \frac{\pi a y_s}{1 + a} \right]$$

$$\alpha = \pi, \quad 0 < y_s < 1 + a^{-1}$$

В предположении о стоксовом сопротивлении несущей среды уравнения движения не взаимодействующих частиц представляются в безразмерной форме

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= \frac{u_x - v_x}{St}, & \frac{dv_y}{dt} &= \frac{u_y - v_y}{St} \\ \frac{dx}{dt} &= v_x, & \frac{dy}{dt} &= v_y \end{aligned} \quad (1.6)$$

где $v_x = V_x / U_0$, $v_y = V_y / U_0$, V_x, V_y – составляющие скорости частицы, $t = TU_0/H$, T – время, $St = U_0\tau/H$ – число Стокса, $\tau = \rho\delta^2/18\mu$, ρ – плотность частицы, δ – ее диаметр, μ – динамическая вязкость газа. Величины u_x, u_y определяются формулами (1.4).

Для замыкания уравнений (1.6) они дополняются уравнением для функции тока, записанным вдоль траектории

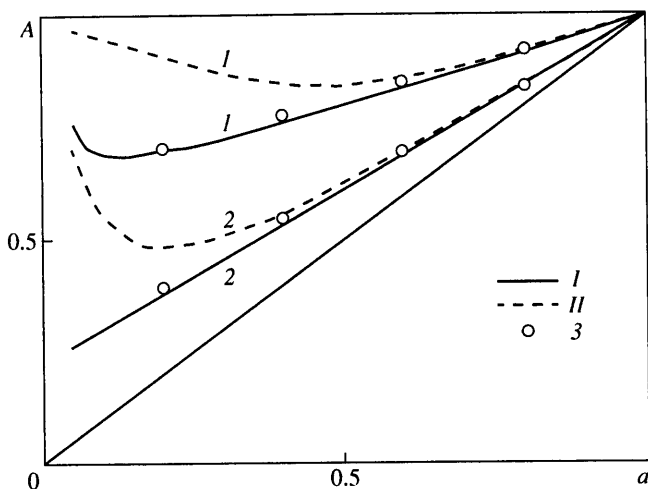
$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{-u_y v_x + u_x v_y}{a^{-1} \mp 1} \quad (1.7)$$

Решение системы уравнений (1.6), (1.7) с начальными условиями при $t = 0$ с учетом соотношения (1.5)

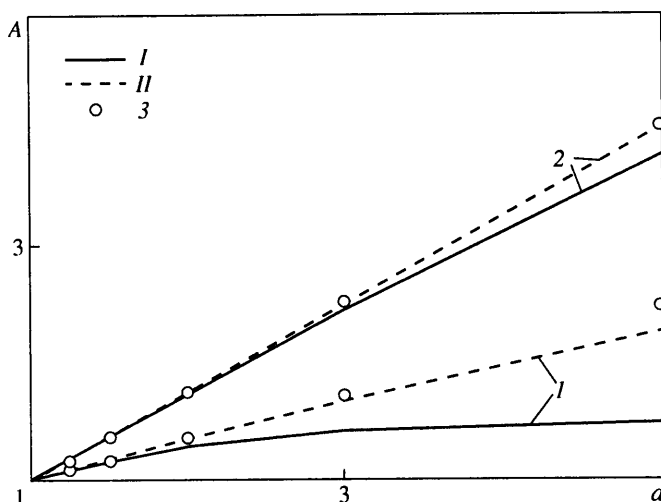
$$v_x = 1, \quad v_y = 0, \quad x = x_0, \quad y = y_0, \quad \Psi = \Psi_0 \pm y_0(a^{-1} \mp 1)^{-1} \quad (1.8)$$

позволяет рассчитать траектории частиц в потоке газа.

2. Результаты расчетов. Задача Коши (1.6–1.8) решалась численно методом Рунге–Кутты. С помощью итераций определялась предельная траектория, разделяющая поток частиц на аспирируемые и проходящие мимо пробоотборника. По найденной



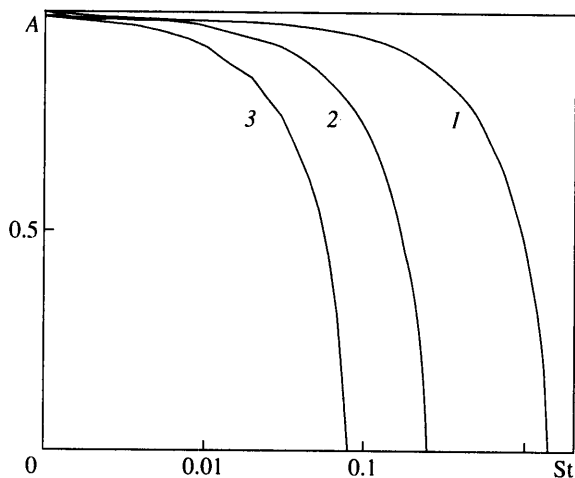
Фиг. 2. Зависимости коэффициента аспирации A от параметра a при $\alpha = 0, a < 1$: 1, 2 – $St = 1, 10$



Фиг. 3. Зависимости коэффициента аспирации A от параметра a при $\alpha = 0, a > 1$: 1, 2 – $St = 1, 10$

начальной ординате предельной траектории y_0 вычислялся коэффициент аспирации по формулам: $A = y_0 a, \alpha = 0$; $A = (y_0 - 1)a, \alpha = \pi$.

Кривые зависимости коэффициента аспирации A от отношения a скоростей набегающего потока и аспирации в случае $\alpha = 0$ для двух чисел Стокса приведены на фиг. 2, 3. Рассчитаны предельные траектории, попадающие на край пластины или в точку N с двух сторон пластины. Для скорости аспирации, большей скорости ветра, коэффициент $A < 1$, в обратном случае $A > 1$. Для $a < 1$ коэффициент аспирации, вычисленный с помощью значения ординаты y_0 предельной траектории, попадающей на край пластины, учитывает только первичную аспирацию, связанную с непосредственным попаданием частиц в пробоотборник из ветрового потока (кривые 1). Точки 3 соответствуют приближенной формуле в [2], предполагающей почти линейную зависимость A от a . Вместе с тем модель, основанная на численном решении уравнений движения, для $St = 1$ выявляет немонотонное изменение коэффициента



Фиг. 4. Зависимости величины A от числа Стокса при $\alpha = \pi$: 1–3 – $a = 0.25, 1, 2$

аспирации в области малых a . Такое поведение наблюдалось в экспериментах [8] и подтверждено теоретически в [6].

Коэффициент аспирации A , полученный на основе расчета предельной траектории, попадающей в точку N (кривые II на фиг. 2), представляет собой максимально возможный коэффициент в предположении, что все частицы, соударяющиеся с внешней стенкой на участке BN (фиг. 1, a), после упругого отскока попадут в щель. Реальный коэффициент аспирации, учитывающий попадание частиц в щель после отскока от внешней стенки (вторичная аспирация), будет меньше максимального, так как часть частиц может прилипнуть к внешней стенке или уйти после отскока вместе с ветровым потоком. Влияние отскока возрастает при уменьшении величины U_0/U_a . Для частиц с меньшей инерцией ($St = 1$) минимум на кривой зависимости коэффициента A от параметра a сдвигается в сторону больших значений a . Для больших чисел Стокса ($St = 10$) при учете отскока частиц зависимость A от a становится немонотонной. Таким образом, для менее инерционных частиц рост коэффициента A в области малых значений a может быть вызван чисто инерционными эффектами, а для сильно инерционных частиц связан со вторичной аспирацией.

В случае $a > 1$ частицы, попадающие на участок BN до точки разделения потока газа с внутренней стороны щели, в общем, также могут либо прилипнуть к ней, либо отскочить. После отскока частицы попадают в пробоотборник или выходят из него вместе с потоком. Коэффициент аспирации A , получаемый на основе поиска предельной траектории, попадающей на край пластины, представляет собой максимально возможное значение A с учетом и вторичной аспирации (кривые II на фиг. 3). Такой же коэффициент дают и расчеты по приближенной формуле [2] при $St = 10$ (3). Коэффициент аспирации A , рассчитанный по предельной траектории, заканчивающейся в точке N с внутренней стороны щели (кривые I), учитывает только первичную аспирацию. В этом случае зависимость A от a перестает быть линейной для $St = 1$. Влияние вторичной аспирации возрастает с ростом a и становится существенным для меньших чисел Стокса.

Результаты расчетов для случая $\alpha = \pi$ при трех значениях параметра a приведены на фиг. 4. Видно, что коэффициент аспирации A падает до нуля при некотором значении числа Стокса, причем это падение тем быстрее, чем больше величина a . Следовательно, при таком расположении пробоотборника существует верхняя граница для размеров частиц, улавливаемых прибором. Полученные результаты качественно согласуются с данными [7].

Заключение. В рамках модели безотрывного потенциального течения для несущей среды исследована задача об аспирации аэрозоля в щелевой пробоотборник для двух вариантов его расположения относительно набегающего ветрового потока – под углами 0 и π . Найденное аналитическое представление компонент скорости течения в виде функции от одной из координат и функции тока, а также добавление уравнения для функции тока вдоль траектории частицы существенно упростили интегрирование уравнений движения частиц. Методом предельных траекторий рассчитаны коэффициенты аспирации при изменении числа Стокса и отношения a скорости набегающего потока к скорости аспирации. Установлено немонотонное поведение коэффициента аспирации в области малых значений величины a , что может быть связано как с чисто инерционными эффектами, так и с влиянием отскока частиц от внешней стенки. Показано, что приближенная формула для коэффициента аспирации в щелевой пробоотборник [2] в случае $a < 1$ описывает только первичную аспирацию, а в случае $a > 1$ дает максимально возможное значение коэффициента аспирации, учитывающее отскок частиц от внутренней стенки. Выявлено существование зависящей от значения a верхней границы размера частиц, улавливаемых пробоотборником при противоположном направлении скорости аспирации к скорости набегающего потока.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 99-01-00169, 02-01-00836) и фонда ВНИИОКР Республики Татарстан.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Vincent J. Aerosol Sampling: Science and Practice. London: Wiley, 1989. 450 p.
2. Волощук В.М. Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей. Л.: Гидрометеиздат, 1971. 208 с.
3. Dunnett S.J., Ingham D.B. The Mathematics of Blunt Body Sampling // Berlin: Springer, 1988. 231 p. (Lect. Notes in Engng. V. 38).
4. Юрьев И.М. Аспирация аэрозоля через щель конечной ширины // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 4. С. 77–83.
5. Addlesee A.J. Anisokinetic sampling of aerosols at a slot intake // J. Aerosol Sci. 1980. V. 11. № 5/6. P. 483–493.
6. Зарипов Ш.Х., Киселев О.М. Об аспирации аэрозоля в щель между двумя пластинами // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1996. Т. 32. № 4. С. 487–491.
7. Wen X., Ingham D.B. Aspiration efficiency of a thin-walled cylindrical probe rear-facing the wind // J. Aerosol Sci., 1995. V. 26. № 1. P. 95–107.
8. Gibson H., Ogden T.L. Some entry efficiencies for sharp-edged samplers in calm air // J. Aerosol Sci. 1977. V. 8. № 5. P. 361–365.

Казань
E-mail: shamil.zaripov@ksu.ru

Поступила в редакцию
27.VIII.2001