

УДК 532.526.013.4

© 2002 г. А.В. БОЙКО

ВОСПРИИМЧИВОСТЬ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ СКОЛЬЗЯЩЕГО КРЫЛА К СТАЦИОНАРНОМУ ВИХРЕВОМУ ВОЗМУЩЕНИЮ ВНЕШНЕГО ПОТОКА

Уединенный концевой вихрь, развивающийся за микрокрылом, расположенным в свободном потоке, использовался для исследования вихревой восприимчивости пограничного слоя скользящего крыла. В результате взаимодействия в пограничном слое возникали возмущения продольной компоненты скорости. Преобразование возмущения на скользящем крыле происходило вблизи передней кромки и сопровождалось формированием волнового пакета, состоящего из волн, характерных для неустойчивости поперечного течения. Кроме того, были найдены возмущения с другими характеристиками. Эти возмущения, видимо, связаны с распределенной восприимчивостью пограничного слоя к рассматриваемому вихревому возмущению внешнего потока.

Трехмерные пограничные слои – одни из наиболее распространенных типов пристенных потоков. Однако их восприимчивость стала исследоваться сравнительно недавно (см., например, обзоры [1, 2]), что связано со сложностью выработки как теоретических, так и экспериментальных подходов к рассматриваемой проблеме.

Поток на скользящем крыле – типичный пример трехмерного пограничного слоя, который подвержен нескольким типам неустойчивостей, каждая из которых может приводить при определенных условиях к переходу к турбулентности. Обычно такие двумерные механизмы, как неустойчивость волн Толлмина – Шлихтинга и ниже по потоку неустойчивость отрывного пузыря [3], доминируют при небольших углах скольжения. Однако начиная с углов скольжения 30–40° и сравнительно небольших скоростей потока формируется ряд продольных стационарных вихрей и усиливаются бегущие волны. Их усиление связано с невязкой неустойчивостью перегибных профилей скорости, которые появляются из-за присутствия поперечного градиента давления, приводящего к возникновению поперечного потока. Вихри поперечного течения возникают уже при небольших числах Рейнольдса, причем переход к турбулентности в этом случае может происходить в области, докритической для неустойчивости волн Толлмина – Шлихтинга [4–6].

При уровне турбулентности внешнего потока $\epsilon \lesssim 0.1\%$ стационарные вихри поперечного течения обычно доминируют в структуре потока из-за относительно большой величины начальных "затравок" – шероховатости поверхности [7, 8]. Однако с ростом уровня ϵ их амплитуды насыщения уменьшаются, а в течении преобладают бегущие волны неустойчивости поперечного течения.

Восприимчивость пограничного слоя скользящего крыла на локальной неоднородности потока, вызванной неровностью стенки и отсосом, рассматривалась в ряде недавних работ [9–12] различными теоретическими методами. В [13] также теоретически показано, что шум свободного потока при взаимодействии с элементами шероховатости на поверхности крыла является эффективным генератором стационарных возмущений. Между тем моделирование распределенной восприимчивости к турбулентности или к локализованной завихренности свободного потока вблизи скользящего крыла до сих пор не предпринималось ни экспериментально, ни теоретически.

x , мм	u'_s / Q_0 , %	v'_s / Q_0 , %	w'_s / Q_0 , %	ε , %
-37	0.12	-	0.11	-0.12
0	0.14	-	0.11	-0.13
78	0.15	-	0.13	-0.14
116	0.19	0.11	0.08	0.14
232	0.24	0.14	0.10	0.17
300	0.21	0.16	0.10	0.16
353	0.29	0.19	0.15	0.22
415	0.28	0.24	0.13	0.23

Эксперименты, описанные ниже, были выполнены с целью рассмотреть формирование и дальнейшее развитие структур, возбужденных в пограничном слое скользящего крыла вихрегенератором, расположенным во внешнем потоке.

1. Методика проведения экспериментов. Исследование выполнено в аэродинамической трубе (1МК) Института механики сплошной среды Немецкого аэрокосмического центра (DLR), Геттинген, Германия (см. рисунок на www.sm.go.dlr.de/sm-sm_info/TRTinfo).

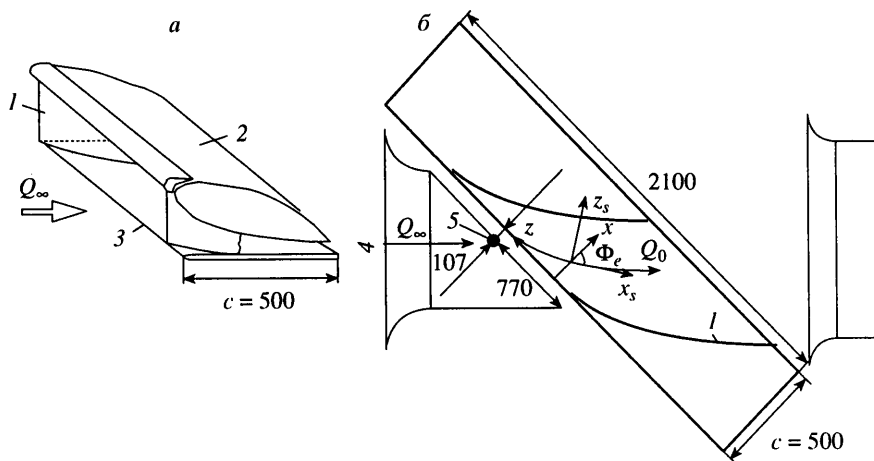
Труба 1МК – металлическая аэродинамическая труба открытого типа с открытой рабочей частью. Уровень турбулентности в ней уменьшен набором детурбулизирующих сеток и конфузором с поджатием 3.8. Рабочая часть имеет поперечное сечение $1 \cdot 0.7$ м². Измерения выполнялись при скорости свободного потока $Q_\infty = 6.5$ м/с. Данные о фоновых возмущениях в потоке в условиях данных экспериментов приведены в табл. 1, где представлены характеристики потока над моделью скользящего крыла при $y = 15$ мм.

Эта аэродинамическая труба специально приспособлена к исследованиям на скользящем крыле. Имеется большое количество данных о неустойчивости и переходе к турбулентности для модели крыла, использованной в данной работе [1]. Модель с хордой $c = 500$ мм и размахом 2100 мм (фиг. 1, а) представляла собой плоскую пластину толщиной 25 мм, изготовленную из полированного алюминия с передней кромкой из перевернутого CLARK-Y-профиля, обрезанного в самой толстой части. Пластина была установлена под углом скольжения 45° и под небольшим отрицательным углом атаки $\approx 1^\circ$ для устранения пика разрежения и возможного отрыва потока. Для создания желательного градиента давления над пластиной располагалась профилированная стенка. Для близкого моделирования условий потока на крыле бесконечного размаха использовались концевые шайбы, имевшие контуры линий тока на внешнем краю пограничного слоя. Чтобы гарантировать идентичные начальные условия вдоль размаха крыла, использовано специальное сопло (фиг. 1, б). Эта установка является одной из наиболее адекватных для фундаментальных исследований по неустойчивости поперечного течения [1].

Использовались две системы координат. В первой лабораторной системе ось x направлена от передней кромки крыла вдоль его хорды ($x = 0$ на передней кромке), z – по размаху модели параллельно поверхности пластины (начало отсчета произвольно), y – по нормали к стене (и ноль на ней). Во второй локальной системе, ось x_s тангенциальная, а z_s – нормальная потенциальной линии тока в данной точке, причем $y_s = y$. Величины, относящиеся к этой системе координат, имеют нижний индекс s . Измерения были выполнены в свободном потоке спереди и выше скользящей пластины, а также в пограничном слое до $x = 415$ мм (83% хорды) и диапазоне $\Delta z = 120$ мм.

Стационарный вихрь развивался на конце микрокрыла типа NACA FXL V152 K25 толщиной 0,6 мм и шириной 5 мм, боковые грани которого имели скругление 0,3 мм. Крыло было приклеено к длинной цилиндрической державке диаметром 8 мм. Чтобы минимизировать возможное воздействие державки на концевой вихрь и пограничный слой, размах микрокрыла был выбран достаточно большим – 160 мм. Интенсивность вихря контролировалась его углом атаки. Задняя кромка микрокрыла была расположена на расстоянии $y_0 = 15$ мм от стенки перед моделью скользящего крыла и на расстоянии 107 мм от передней кромки (см. фиг. 1, б). Подобный вихрегенератор уже использовался в работе [14] и исследованиях автора для изучения вихревой восприимчивости пограничного слоя плоской пластины.

Продольная и поперечные компоненты скорости измерялись термоанемометрами постоянной температуры DISA 55M00 с V-образными двухниточными датчиками. Сигналы от двух



Фиг. 1. Экспериментальная установка. Размеры в миллиметрах: 1 – отсечная шайба; 2 – профилированная стенка; 3 – плоская пластина; 4 – сопло; 5 – положение микрокрыла

независимых термоанемометров были оцифрованы 12-разрядным АЦП и затем линеаризованы и обработаны на персональном компьютере в среде MATLAB.

Координатник позволял выполнять пространственные измерения с относительной точностью 12.5 мкм по направлениям x и z и 7.5 мкм по y . Профили скорости измерялись по u с интервалом 0.2–0.3 мм в пристенной области и 0.3–0.5 мм ближе к внешней границе пограничного слоя.

Для калибровки отдельной нити использовалась формула модифицированного закона Кинга

$$U = k_1(E^2 - E_0^2)^{1/n} + k_2(E - E_0)^{1/2}$$

где E – напряжение с моста термоанемометра, E_0 – напряжение при нулевой скорости, U – продольная скорость, а k_1 , k_2 , n – калибровочные константы. Обычно величина $1/n \approx 2$. Второй полуэмпирический член учитывает вклад свободной конвекции при низких скоростях и позволяет улучшить линеаризацию термоанемометрических измерений у стенки. Калибровка выполнялась для 7–10 скоростей (от 0.8 до 9 м/с) и 21 углов (от -25 до 25° с равным шагом) для каждой скорости.

Линеаризация двухниточных измерений была основана на применении интерполяционных таблиц: методе, впервые развитым, вероятно, в [5] и использовавшемся с некоторыми модификациями в данной работе: для каждого значения угла применялась экстраполяция калибровки по скорости в область малых скоростей при помощи модифицированного закона Кинга.

2. Результаты. Предыдущие исследователи указывают, что профили средней скорости в пограничном слое данной модели хорошо аппроксимируются, за исключением области вблизи передней кромки, профилями Фокнера – Скэн – Кука [16], которые характеризуют поток над скользящим клином с постоянной потенциальной компонентой скорости W и продольной компонентой скорости $U = ax^{\beta_H/(2-\beta_H)}$, где a – константа, а β_H – так называемый параметр Хартри, причем $\beta_H\pi/2$ – угол атаки клина. В этом случае толщина вытеснения рассчитывается как $\delta^* = C\sqrt{xv/U}$, где C – константа, зависящая от β_H (например, для пограничного слоя Блазиуса $W = 0$, $\beta_H = 0$ и $C \approx 1.72$).

Из табл. 1 видно, что в условиях эксперимента при $x \geq 191$ мм ($x/c \geq 0.38$) скорость W была почти постоянна и равнялась 4.726 ± 0.023 . Учитывая, что в идеальном случае клина $W = Q_\infty \sin \varphi$, где φ – угол скольжения, можно вычислить "эффективный" угол скольжения $\varphi_e = 46.64 \pm 0.30^\circ$ при $x \geq 191$ мм, тогда как его реальная геометрическая величина $\varphi_\infty = 45^\circ$ должна в идеале обеспечивать $W = 4.60$. Это ука-

x , мм	W , м/с	U , м/с	δ^* , мм	H	Re_{δ^*}
-37	4.36	3.20			
0	3.66	1.84			
78	3.15(4.60)	1.52(1.62)	-(0.40)	-(-)	-
116	4.35(4.60)	2.39(2.37)	-(0.59)	-(-)	-
191	4.68(4.60)	3.27(3.15)	0.71(0.77)	2.38(2.29)	155
238	4.69(4.60)	3.49(3.49)	0.91(0.86)	2.42(2.29)	212
300	4.73(4.60)	3.80(3.85)	1.00(0.95)	2.43(2.29)	253
353	4.76(4.60)	4.09(4.12)	1.08(1.01)	2.49(2.29)	294
415	4.77(4.60)	4.39(4.39)	1.18(1.08)	2.55(2.29)	345

зывает, что аппроксимация экспериментальных распределений профилями Фокнера – Скэн – Кука в рассматриваемом случае весьма точная.

Положение $y = 0$ оценивалось аппроксимацией экспериментально измеренных профилей скорости теоретическим профилем Фокнера – Скэн – Кука методом наименьших квадратов, причем расстояние до стенки и параметр Хартри были искомыми параметрами. Расчетные данные для U_0 и δ^* даются для сравнения в табл. 2 в скобках. Чтобы учесть неавтономность начального участка развития, для коррекции расчета δ^* использовалось "виртуальное" положение начала пограничного слоя при $x_v = -60$ мм. В рассматриваемой области параметр Хартри всегда стабилизировался при $\beta_H = 0.5003 \pm 0.0200$, причем он близок к тому, который реализовывался в предыдущих экспериментах с той же самой моделью, но с другой скоростью свободного потока [17], где $\beta_H = 0.5098$.

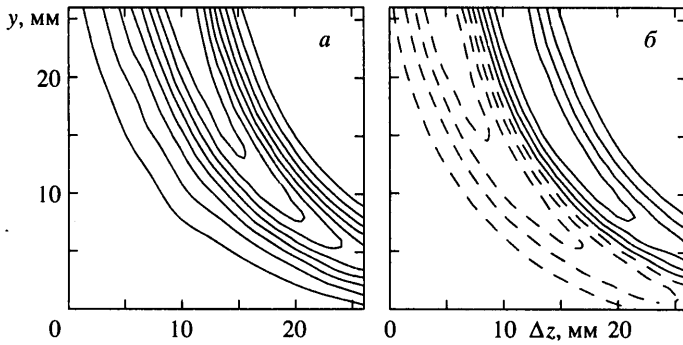
Изолинии измеренных дефектов скорости ΔU_s и ΔW_s в локальной системе координат на передней кромке показаны на фиг. 2. Видно, что открытость рабочей части трубы и загромождение потока $\approx 25\%$, вызванное моделью, существенно влияют на формирование и развитие концевой вихря. Поток среды в окружающее пространство через щели внизу и вверху рабочей части приводят к растяжению дефекта скорости, вызванного вихревым концевым вихрем, в вертикальном направлении. Однако спектральные измерения показали, что вихрь остается ламинарным.

Ниже по потоку присутствие поперечного течения, вызванного поперечным градиентом давления вблизи передней кромки, ведет к дальнейшей деформации вихря. Кроме того, взаимодействие вихря с нарастающим пограничным слоем приводит к сильному отклику в слое уже при $x = 78$ мм в виде уединенной структуры, характеризующейся сильными уединенными дефектом и превышением скорости U_s .

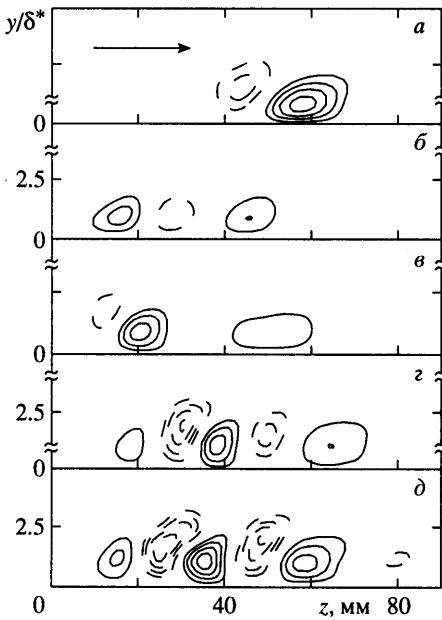
Дальнейшие измерения на модели скользящего крыла были выполнены при двух различных углах атаки микрокрыла, различавшихся на $\approx 5^\circ$, причем отклик пограничного слоя качественно не претерпел изменений, поэтому для краткости ниже приведены результаты только для одного угла атаки.

Измерения показали, что в отсутствие концевой вихря пограничный слой остается ламинарным до задней кромки модели без формирования какой-либо структуры стационарных вихрей. Распределения дефектов продольной скорости (в локальной системе координат), возникающих при наличии концевой вихря, представлены на фиг. 3 в диапазоне $\Delta z = 90$ мм. Видно, что вниз по потоку происходит мультипликация областей с дефектами и превышениями скорости. Другая характерная особенность развития возмущений – наличие начального этапа затухания возмущений, за которым следует рост возмущений с меньшим характерным интервалом между экстремумами скорости.

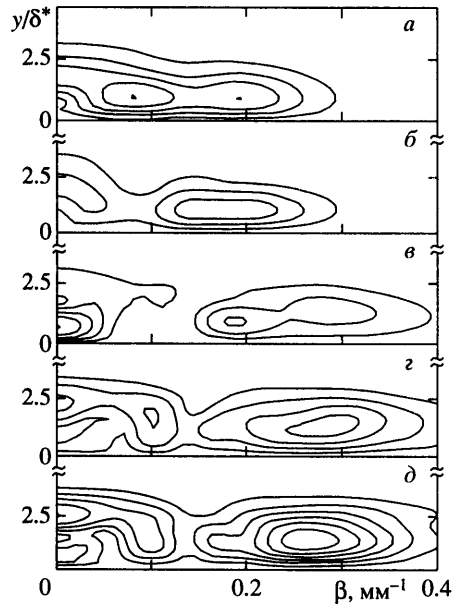
Мультипликация стационарных вихрей – особенность, характерная для развития вихрей неустойчивости поперечного течения, развивающихся за локальной неоднородностью поверхности [18, 19]. Основная причина данного явления, имеющего по



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 2. Развитие концевго вихря на передней кромке модели, $x = 0$. Эквидистантные изолинии: $a - U_s/Q_0$ от -0.093 до -0.008 ; $b - W_s/Q_0$ от -0.062 до -0.007 (штриховая), от 0.012 до 0.067 (сплошная линия)

Фиг. 3. Развитие возмущений продольной компоненты скорости: $a - d - x = 191, 238, 300, 353$ и 415 мм соответственно. Направление поперечного течения показано стрелкой. Эквидистантные изолинии от -0.130 до 0.116

Фиг. 4. Спектральные распределения возмущений: $a - d - x = 191, 238, 300, 353, 415$ мм соответственно. Эквидистантные изолинии от 0.06 до 0.4

существо линейную природу, – небольшое изменение направления волнового вектора и направления роста внутри диапазона неустойчивости по поперечному волновому числу возбужденных стационарных мод. Это свидетельствует в пользу того, что один из компонентов развивающегося пространственного пакета стационарных волн связан с неустойчивостью стационарных волн поперечного течения, возбужденным локализованным механизмом восприимчивости к вихревым возмущениям свободного потока вблизи передней кромки. В отличие от механизмов восприимчивости на скользя-

щем крыле, рассмотренных в предыдущих исследованиях (см. Введение), в данном случае для возбуждения вихрей не требовалось никакой модификации граничных условий, т.е. имел место самостоятельный локализованный механизм восприимчивости.

Соответствующие пространственные спектры, основанные на преобразовании Фурье, даны на фиг. 4. Видно, что энергия при развитии возмущения концентрируется по крайней мере в двух областях: вблизи $\beta \approx 0.1-0.2$ и $\beta \approx 0.3$, причем последняя выделяется лишь ниже по потоку.

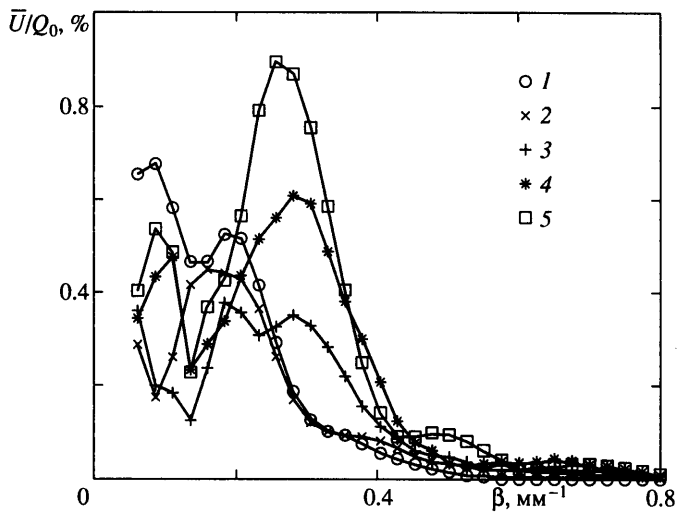
Одной из надежных мер роста возмущений служит квадратный корень энергии возмущения, проинтегрированный поперек пограничного слоя $\bar{U}(\beta)$. Последовательности распределений, проинтегрированных по толщине пограничного слоя до $y/\delta^* = 5$, даны на фиг. 5. Как и на фиг. 4, видна концентрация энергии возмущений в различных областях β . Кроме того, при $x/c = 0.83$, когда \bar{U} достигает величины приблизительно 1% U_0 , становится видна вторая гармоника волнового пакета, центрированная у $\beta \approx 0.3$. Подобная гармоническая активность периодического ряда стационарных вихрей поперечного течения наблюдалась впервые в [20] и указывает на начало нелинейных процессов.

Результат нормировки на начальные амплитуды (для нормировки использовалась интенсивность возмущений в различных положениях по x) дается на фиг. 6. Кроме того, был рассчитан соответствующий теоретический рост возмущений, основанный на локальной параллельной пространственной линейной теории устойчивости профилей Фокнера – Скэн – Кука. Результаты вычислений показаны там же сплошными линиями. Видно, что теория адекватно предсказывает длину наиболее неустойчивой волны и чем ниже по потоку, тем лучше соответствие между теоретическим и экспериментальным поведением волн.

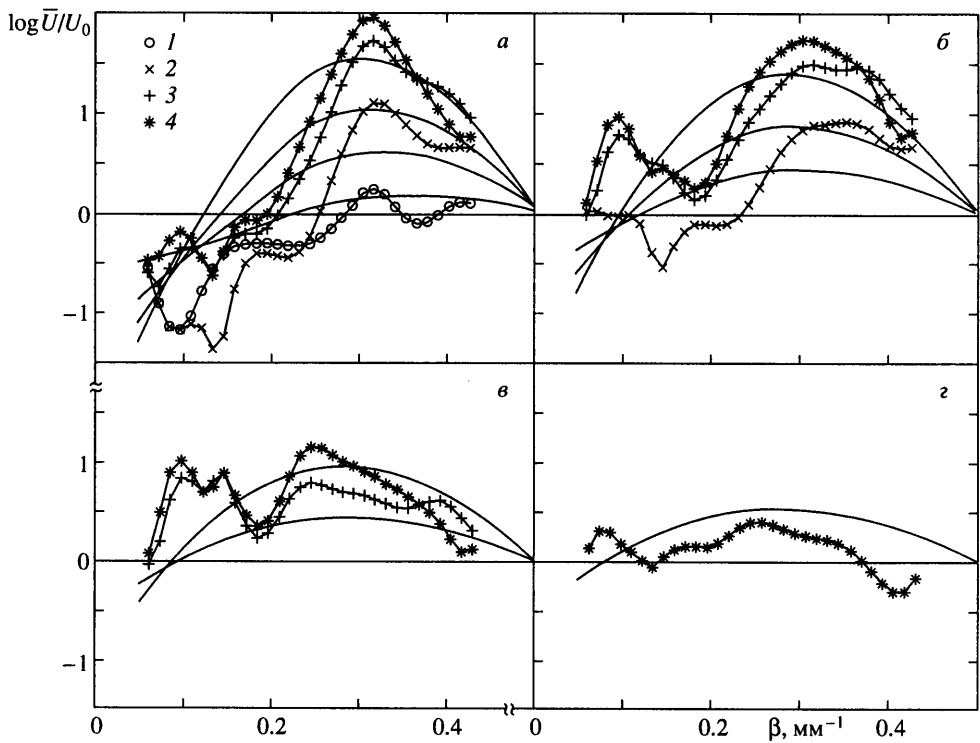
Между тем параллельная линейная теория устойчивости не является идеальным инструментом для описания развития вихрей поперечного течения малой амплитуды в реальных пограничных слоях на скользящих крыльях [1]. В частности, максимальное различие между локальными и нелокальными подходами к устойчивости наблюдается в областях нейтральной устойчивости. Существенное отличие от предсказаний параллельной теории также видно и в настоящих экспериментах в области низких волновых чисел. В то время как теория предсказывает нейтральные возмущения при $\beta \approx 0.1$, экспериментально наблюдаемая нейтральная точка находится вблизи 0.2. Кроме того, теория не способна объяснять появление пиков и поведение амплитуд при $\beta \approx 0.1-0.2$ в области линейной устойчивости: возмущения, сосредоточенные вокруг этих волновых чисел, испытывают начальное затухание, за которым следует быстрый рост.

Поскольку ничего подобного не найдено в спектрах волновых чисел пакетов волн, возбужденных чисто локальными механизмами восприимчивости [19], можно предположить, что по крайней мере один из этих пиков определяется масштабом распределенного вдоль хорды модели возбуждающего воздействия из внешнего потока. Между тем другой пик может являться отражением в спектральном пространстве масштаба всего пакета возмущения.

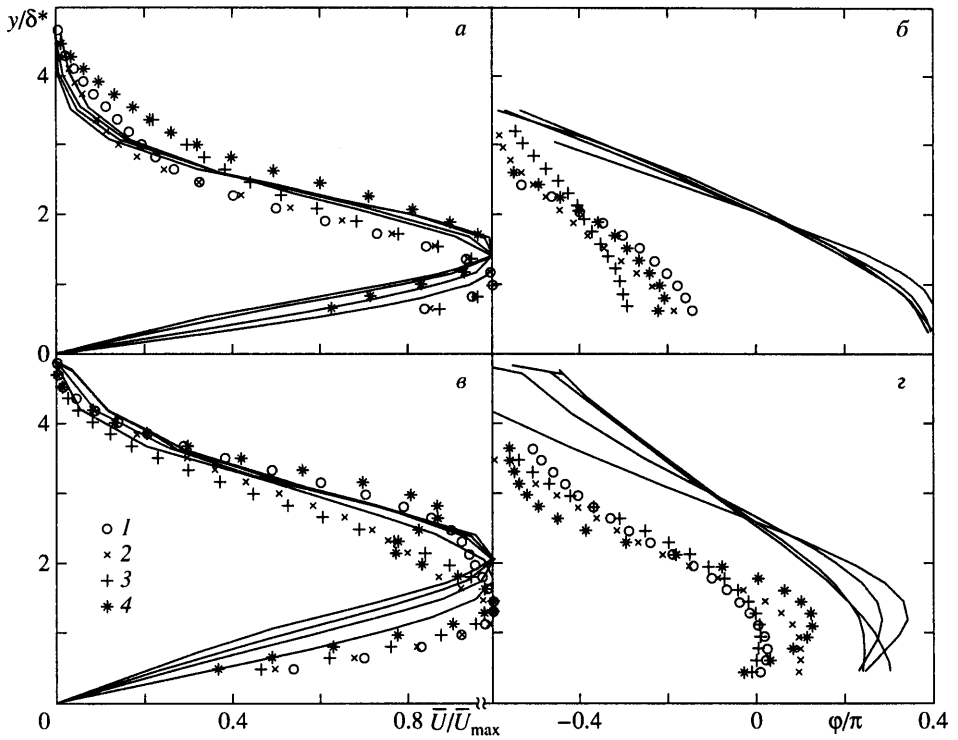
С другой стороны, такое "удвоение" пика может указывать на наличие субгармонического параметрического резонанса, вызванного присутствием начальных "затравок" возмущений вблизи волнового числа субгармоники – механизма, известного для бегущих волн в двумерных пограничных слоях [21]. По-видимому, такой механизм никогда не наблюдался ранее на стационарных вихрях неустойчивости поперечного течения и вопрос его реализуемости является открытым. В настоящее время невозможно сделать выбор между предложенными гипотезами. Если субгармонический резонанс имеет здесь место, то он проявляется при значительно меньших амплитудах первичных волн, до генерации высших гармоник, и прежде, чем первичный вихрь достигнет нелинейного насыщения, т.е. существенно отлично от того, как это наблюдается в двумерном пограничном слое.



Фиг. 5. Спектральный рост возмущений: 1–5 – $x = 191; 238; 300; 353$ и 415 мм соответственно



Фиг. 6. Спектральный рост возмущений, нормированный на разные начальные амплитуды: 1–4 – $x = 238; 300; 353$ и 415 мм соответственно



Фиг. 7. Амплитудные и фазовые функции стационарных волн при $a, б - Re_{\delta^*} = 183$ ($x = 191$); $в, з - 345$ (415 мм): $1-4 - \beta = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4 \text{ мм}^{-1}$ соответственно. Сплошные линии – расчеты линейной устойчивости

Как теоретические, так и экспериментальные амплитудные и фазовые функции волн для ряда β , измеренные в крайних положениях по x , показаны на фиг. 7. Фазовые распределения наложены друг на друга так, чтобы упростить сравнение с линейной теорией устойчивости. Различие в поведении фаз при $x = 191$ мм указывает снова на недостаточность локальной параллельной линейной теории устойчивости для описания распределения возмущения в этом сечении, в то время как при $x = 415$ мм все средние амплитудные и фазовые характеристики экспериментальных и теоретических наборов весьма близки. Некоторое различие наблюдается лишь в поведении фаз на внешнем краю пограничного слоя и может объясняться недостатком точности эксперимента. Кроме того, в обоих случаях экспериментальный максимум расположен немного ближе к стенке, чем теоретический. Можно предположить, что это, вероятно, эффект непараллельности пограничного слоя [22].

Заключение. Преобразование возмущения свободного потока происходит вблизи передней кромки и ведет к формированию локализованной вихревой структуры, дальнейшее развитие которой сопровождается мультипликацией вихрей. В спектральном пространстве этот процесс выглядит как увеличение возмущений с волновыми числами, характерными для неустойчивости поперечного течения.

Кроме того, наблюдалось присутствие возмущений с большим поперечным масштабом (с низкими поперечными волновыми числами). Их происхождение, видимо, связано с присутствием возмущений концевой вихря вдоль всей хорды крыла, но их точная природа, роль и влияние на ламинарный-турбулентный переход следует прояснить.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда Александра фон Гумбольдта, Института аэромеханики Немецкого аэрокосмического центра (DLR), Геттинген, Германия и гранта РФФИ (№ 00-15-96164). Автор выражает благодарность докторам Х. Бишпесу (к сожалению уже покойному), Ф. Бертолотти, К. Абеггу и профессору У. Дальманну из Института за их личную поддержку и ценные советы, а также профессорам Г. Майеру и В.В. Козлову из ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия, за их совместную идею визита автора в DLR.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bippes H.* Basic experiments on transition in three-dimensional boundary layers dominated by crossflow instability // *Prog. Aerospace Sci.* 1999. V. 35. № 4. P. 363–412.
2. *Kachanov Yu.S.* Three-dimensional receptivity of boundary layers to external perturbations // *Laminar-Turbulent Transition: IUTAM Symp.* / Ed. H.F. Fasel, W.S. Saric. Sedona: Springer, 1990. P. 65–70.
3. *Довгаль А.В., Козлов В.В., Симонов О.А.* Развитие пространственного волнового пакета возмущений в пограничном слое скользящего крыла // *Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук.* 1988. № 13. Вып. 3. С. 43–47.
4. *Kohama Y.* Some expectation on the mechanism of cross-flow instability in a swept-wing flow // *Acta Mech.* 1987. V. 66. № 1–4. P. 21–38.
5. *Kohama Y., Saric W.S., Hoos J.A.* A high-frequency, secondary instability of crossflow vortices that leads to transition // *Boundary-Layer Transition and Control.* Cambridge: Royal Aeronaut. Soc. 1991. P. 4.1–4.13.
6. *Dagenhart J.R., Saric W.S., Hoos J.A., Mousseux M.C.* Experiments on swept-wing boundary layers // *Laminar-Turbulent Transition: IUTAM Symp.* / Ed. D. Arnal, R. Michel. Toulouse: Springer, 1990. P. 369–380.
7. *Müller B., Bippes H.* Experimental study of instability modes in a three-dimensional boundary layer // *AGARD Symp. Fluid Dynamics of Three-Dimensional Turbulent Shear Flows and Transition, Cisme (Turkey)*, 1988. AGARD, CP-438. 13.1–13.15.
8. *Deyhle H., Bippes H.* Disturbance growth in an unstable three-dimensional boundary layer and its dependence on environmental conditions. // *J. Fluid Mech.* 1996. V. 316. P. 73–113.
9. *Crouch J.D., Spalart P.R.* A study of nonlinear and nonparallel effects on the localized receptivity of boundary layers // *J. Fluid Mech.* 1995. V. 290. P. 29–37.
10. *Collis S.S., Lele S.K.* Receptivity to surface roughness near a swept wing leading edge // *J. Fluid Mech.* 1999. V. 380. P. 141–168.
11. *Ng L.L., Crouch J.D.* Roughness-induced receptivity to crossflow vortices on a swept wing // *Phys. Fluids.* 1999. V. 11. № 2. P. 433–438.
12. *Bertolotti F.P.* Receptivity of three-dimensional boundary layers to localised wall roughness and suction // *Phys. Fluids.* 2000. V. 12. № 7. P. 1799–1809.
13. *Choudhari M.* Roughness-induced generation of crossflow vortices in three-dimensional boundary layers // *Theoret. Comp. Fluid Dyn.* 1994. V. 6. P. 1–30.
14. *Bertolotti F.P., Kendall J.M.* Response of the Blasius boundary layer to controlled free-stream vortices of axial form // *AIAA Paper.* 1997. № 97–2018. 21 p.
15. *Willmarth W.W., Bogar T.J.* Survey and new measurements of turbulent structures near wall // *Phys. Fluids.* 1977. V. 20. № 10. Pt 2. P. S9–S21.
16. *Dallmann U., Bieler H.* Analytical and simplified prediction of primary instability of three-dimensional boundary-layer flows // *AIAA Paper.* 1987. № 87–1337. 10 p.
17. *Högberg M., Henningson D.* Secondary instability of cross-flow vortices in Falkner – Skan – Cooke boundary layers // *J. Fluid Mech.* 1998. V. 368. P. 339–357.
18. *Streett C.L.* Direct harmonic linear Navier-Stokes methods for efficient simulation of wave lackets // *AIAA Paper.* 1998. № 98–0784. 12 p.
19. *Joslin R.D., Streett C.L.* The role of stationary cross-flow vortices in boundary-layer transition on swept wings // *Phys. Fluids.* 1994. V. 6. № 10. P. 3442–3453.
20. *Reed H.L.* Wave interactions in swept-wing flows // *Phys. Fluids.* 1987. V. 30. № 11. P. 3419–3426.
21. *Kachanov Yu.S.* Physical mechanisms of laminar-boundary-layer transition // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1994. V. 26. P. 411–482.
22. *Klingmann B.G.B., Boiko A.V., Westin K.J.A. et al.* Experiments on the stability of Tollmien-Schlichting waves // *Eur. J. Mech., B/Fluids.* 1993. V. 12. № 4. P. 493–514.