

УДК 533.6.011.8

© 2002 г. В.А. ТИТАРЕВ, Е.М. ШАХОВ

ТЕПЛОТДАЧА И ИСПАРЕНИЕ С ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ПОЛУПРОСТРАНСТВО ПРИ ВНЕЗАПНОМ ПОВЫШЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕЛА

Рассматривается одномерная нестационарная задача об испарении с плоской поверхности тела в полупространство, занятое газом (паром конденсированной фазы), при внезапном повышении температуры поверхности тела. Коэффициент испарения является параметром задачи и может принимать произвольные значения в пределах от нуля до единицы. Задача ставится для кинетического уравнения и решается методом конечных разностей. Получено, что отличие коэффициента испарения от единицы существенно видоизменяет картину движения газовой фазы. Однако скорость испарения, отнесенная к скорости испарения в вакуум при заданной температуре поверхности, слабо зависит от коэффициента испарения.

Последние достижения в кинетике испарения-конденсации освещены в обзоре [1]. В большинстве работ по этому вопросу, включая [2], изучаются стационарные процессы. Имеются также работы по нестационарному испарению [3–5]. В [3] решалась задача о сильном испарении в вакуум. Умеренно сильный режим испарения в полупространство при внезапном повышении температуры испаряющей поверхности изучался в [4] в квазистационарном приближении. Предполагалось, что по истечении пренебрежимо короткого нестационарного процесса испарение переходит в установившийся режим с равномерным потоком непосредственно вне области кнудсеновского слоя. Равномерный поток вытесняет газ (пар) и индуцирует ударную волну, распространяющуюся с постоянной скоростью по фоновому газу. Решение для кнудсеновского слоя, ответственного за кинетику испарения, строилось методами термодинамики необратимых процессов. Нестационарная фаза выхода на стационарный режим оставалась за пределами исследования.

В [5] методом конечных разностей для кинетического модельного уравнения изучался переходный режим течения между параллельными плоскими поверхностями раздела фаз при условии начального равновесия фаз и мгновенного установления в начальный момент разных температур T_1 и T_2 на поверхностях. Образующиеся ударные волны (от нагретых испаряющих поверхностей) и, возможно, волны разрежения (при конденсации на охлажденную поверхность), их взаимодействие и многократное отражение от поверхностей вплоть до выхода на установившийся режим составляло предмет исследования [5]. Начальная стадия движения при малых числах Кнудсена соответствует испарению в полупространство и для времени $t > 10\tau_*$, где τ_* – характерное среднее время между столкновениями молекул, подтверждает предположение о квазистационарности процесса, принятое в [3].

При существовании квазистационарного режима течения для расчета кнудсеновского слоя могут быть использованы любые стационарные методы. Однако при импульсном облучении вещества нестационарность может быть существенной. При очень коротком импульсе установившийся режим может оказаться недостижимым. Кроме того, неясно, как решение зависит от коэффициента испарения (в [3–5] этот коэффициент принимался равным единице).

Данная работа посвящена кинетическому анализу нестационарного процесса испарения с плоской поверхности тела в полупространство, занятое газовой фазой (паром) конденсированного тела, при внезапном повышении температуры тела до некоторой постоянной. Исследование выполнено на основе численного решения модельного кинетического уравнения методом конечных разностей для всех режимов испарения произвольной интенсивности, начиная от слабого испарения, соответствующего малому скачку температуры в начальный момент времени (линеаризованный вариант), до очень сильного испарения в вакуум. При этом основная цель состояла в изучении влияния коэффициента испарения как на скорость испарения, так и на картину возникающего течения.

Нетрудно видеть, что при коэффициенте испарения, равном нулю, испарения вообще нет, а имеет место только теплоотдача газу от нагретой поверхности (при диффузном отражении молекул с полной тепловой аккомодацией). При этом образуется существенно нестационарное движение газа с ударной волной (при достаточно высокой температуре поверхности), распространяющейся по газу с переменной скоростью. Никаких зон равномерного потока при таком движении нет. С другой стороны, если коэффициент испарения равен единице, то, по результатам предыдущих работ, испаряющая поверхность по истечении переходного процесса временной протяженностью порядка 10 средних времен между столкновениями молекул инициирует ударную волну, распространяющуюся по невозмущенному газу с постоянной скоростью. При этом вблизи тела устанавливается стационарный режим с равномерным потоком вне кнудсеновского слоя. Вопрос о том, как влияет коэффициент испарения на режим течения и при каких значениях коэффициента испарения возможен квазистационарный режим испарения, является существенным. Решению этого вопроса и посвящена прежде всего предлагаемая работа. Помимо этого, нестационарная постановка задачи для соответствующих стационарных проблем дает возможность избежать некоторых неясностей и даже курьезов при постановке граничных условий для стационарных задач.

1. Постановка задачи. Рассмотрим одноатомный разреженный газ, представляющий собой пар конденсированной фазы, занимающий полупространство $x > 0$ и находящийся в термодинамическом равновесии со своей конденсированной фазой, расположенной в полупространстве $x < 0$, при температуре T_∞ и давлении насыщенного пара p_∞ . Числовая плотность пара равна n_∞ . Поверхность раздела фаз представляет собой плоскость $x = 0$. В начальный момент времени $t = 0$ температура конденсированной фазы мгновенно поднимается до температуры T_w и затем остается постоянной для всех $t > 0$. Температуре T_w соответствует повышенное давление насыщенного пара $p_s = p_s(T_w)$, определяемое кривой насыщения [6]

$$\frac{p_s}{p_\infty} = \exp\left(-\frac{Q_L}{RT_\infty}\left(\frac{T_\infty}{T_w} - 1\right)\right) \quad (1.1)$$

Здесь Q_L – удельная теплота парообразования, которую для простоты считаем постоянной.

Повышение температуры и давления на границе раздела фаз от T_∞, p_∞ до T_w, p_w возбуждает процесс испарения с поверхности и соответствующий поток массы газа. Задачу ставим для кинетического уравнения Больцмана относительно функции распределения частиц $f(t, x, \xi)$ по молекулярным скоростям $\xi = (\xi_x, \xi_y, \xi_z) = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ с S -модельным оператором столкновений [7]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial f}{\partial x} = W, \quad W = \frac{p}{\mu}(F - f) \quad (1.2)$$

$$F = F^0 \left[1 + \frac{4}{5}(1 - \text{Pr})S_x c_x \left(c^2 - \frac{5}{2} \right) \right]$$

$$F^\circ = \frac{n}{(2\pi RT)^{3/2}} \exp(-c^2), \quad c_i = \frac{\xi_i - u_i}{\sqrt{2RT}}, \quad c^2 = c_\alpha c_\alpha$$

$$nS_x = \int c_x c^2 f d\xi, \quad d\xi = d\xi_x d\xi_y d\xi_z, \quad i = 1, 2, 3$$

Здесь F° – локально-максвелловская функция распределения, Pr – число Прандтля; $\text{Pr} = 1$ соответствует модели Крука. Предполагается суммирование по греческим индексам. Коэффициент вязкости μ связан со средней длиной свободного пробега λ соотношением (m – масса молекулы)

$$\mu = \frac{5}{16} mn \sqrt{2\pi RT} \lambda \quad (1.3)$$

Необходимые макропараметры выражаются через функцию распределения в виде интегралов. Для числовой и массовой плотности n , ρ , вектора средней скорости $\mathbf{u} = (u, 0, 0) = (u_1, 0, 0)$, составляющих тензора напряжений P_{ij} , давления p , температуры T и потока энергии E_x имеем

$$n = \int f d\xi, \quad nu = \int \xi_x f d\xi, \quad M_{ii} = m \int \xi_{ii}^2 f d\xi \quad (1.4)$$

$$P_{ii} = M_{ii} - \rho u_i^2, \quad p = \frac{1}{3} P_{\alpha\alpha}, \quad \rho = mn, \quad RT = \frac{p}{\rho}$$

$$p_{ii} = P_{ii} - p, \quad E_x = \frac{1}{2} m \int \xi_x \xi^2 f d\xi, \quad \xi^2 = \xi_{\alpha\alpha}$$

Начальное условие имеет вид

$$f(0, x, \xi) = \frac{n_\infty}{(2\pi RT_\infty)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2RT_\infty}\right) \quad (1.5)$$

Обратимся к граничному условию на испаряющей поверхности, которое сформулируем в соответствии с [6].

Примем, что падающие на поверхность раздела фаз молекулы подразделяются на две группы: первую группу составляют те молекулы, которые конденсируются на поверхности, а во вторую входят те, которые затем рассеиваются поверхностью по диффузному закону с полной тепловой аккомодацией, т.е. при температуре T_w . Означенным группам соответствуют потоки молекул $\alpha \int_{\xi_x < 0} \xi_x f d\xi$ и $(1 - \alpha) \int_{\xi_x < 0} \xi_x f d\xi$,

где α – коэффициент конденсации и одновременно коэффициент испарения.

Для молекул, движущихся от границы раздела фаз, примем следующее граничное условие:

$$f(t, +0, \xi_x > 0, \xi_y, \xi_z) = (\alpha n_s + (1 - \alpha)n_0) f_M \quad (1.6)$$

$$f_M = \frac{1}{(2\pi RT_w)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2RT_w}\right), \quad p_s = mn_s RT_w$$

Здесь n_s – плотность насыщенного пара при температуре T_w , связанная с температурой и давлением обычным уравнением состояния. Плотность n_0 соответствует молекулам, отраженным от граничной плоскости по диффузному закону, и определяется условием непротекания для составляющих вторую группу из числа падающих на поверхность молекул. При этом множитель $1 - \alpha$ выпадает, так что n_0 находится по обычной формуле при отсутствии потока массы через поверхность

$$n_0 = -\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{3RT_w}} \int_{0 < \xi_x} \xi_x f d\xi \quad (1.7)$$

Выпишем еще выражение для скорости потока испаряемой массы на плоскости раздела фаз, который обозначим через M°

$$x = 0: \quad M^\circ = m \int \xi_x f d\xi$$

Подставляя сюда выражение (1.6) для функции распределения при $\xi_x > 0$ и учитывая разбиение на группы конденсируемых и диффузно отражаемых молекул для $\xi_x < 0$, а также условие непротекания для отражаемых молекул, получим для массовой скорости испарения следующее выражение:

$$x = 0: \quad M^\circ = \alpha \left(\frac{p_s(T_w)}{\sqrt{2\pi RT_w}} + m \int_{\xi_x < 0} \xi_x f d\xi \right) \quad (1.8)$$

В частности, если испарение происходит в вакуум, то второе слагаемое отсутствует и получаем хорошо знакомую формулу

$$x = 0: \quad M_v^\circ = \alpha \frac{p_s(T_w)}{\sqrt{2\pi RT_w}} \quad (1.9)$$

Здесь индекс v означает испарение в вакуум. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что, согласно (1.8), массовая скорость испарения прямо пропорциональна коэффициенту испарения. Отношение же скорости испарения M° к скорости испарения в вакуум M_v° при той же температуре поверхности не содержит коэффициента испарения явно.

Пропорциональная зависимость скорости испарения от коэффициента испарения наводит на мысль о возможности легкого пересчета величины M° на любой заданный коэффициент испарения, если задача решена для какого-нибудь α , например для $\alpha = 1$. Вообще говоря, зависимость от α нелинейна и неизвестна в силу того, что входящая в правую часть выражения (1.8) функция распределения сама зависит от параметра α .

2. Упрощение задачи. Следуя [8], задачу можно существенно упростить путем введения редуцированных функций распределения

$$g(x, t, \xi_x) = \int f d\xi_y d\xi_z, \quad h(x, t, \xi_x) = \int (\xi_y^2 + \xi_z^2) f d\xi_y d\xi_z \quad (2.1)$$

Интегрирование по ξ_y и по ξ_z выполняется в пределах от $-\infty$ до $+\infty$.

Все необходимые макропараметры выражаются в виде одномерных интегралов через функции g, h . Уравнение для функции g получается интегрированием уравнения (1.2) по ξ_y, ξ_z по всей плоскости изменения этих переменных, а уравнение для функции h – путем умножения уравнения (1.2) на $\xi_y^2 + \xi_z^2$ и последующего интегрирования по тем же переменным и в тех же пределах.

Переходя к функциям g, h , одновременно перейдем к безразмерным переменным. Сформулированная в предыдущем пункте задача не имеет ни характерной длины, ни характерного времени в масштабе течения в целом (макромасштабе). Рассмотрим состояние потока в точке, расположенной на расстоянии L от начала координат. Выберем в качестве масштабов длины, времени, скорости, плотности, температуры, вязкости, скорости уноса массы и функции распределения соответственно величины $L, L/\sqrt{2RT_\infty}, \sqrt{2RT_\infty}, n_\infty, T_\infty, \mu_\infty, mn_\infty\sqrt{2RT_\infty}, n_\infty(2RT_\infty)^{-\frac{1}{2}}$. Безразмерные величины ниже обозначаются теми же буквами, что и соответствующие им размерные.

Введем число Кнудсена как отношение

$$\text{Kn} = \lambda_\infty/L \quad (2.2)$$

В безразмерных переменных уравнения для искомых функций g, h имеют вид

$$\frac{\partial g}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial g}{\partial x} = v(G - g), \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial h}{\partial x} = v(H - h) \quad (2.3)$$

$$G = G^\circ \left[1 + \frac{4}{5}(1 - \text{Pr}) S_x c_x \left(c_x^2 - \frac{3}{2} \right) \right], \quad H = H^\circ \left[1 + \frac{4}{5}(1 - \text{Pr}) S_x c_x \left(c_x^2 - \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$G^\circ = \frac{n}{\sqrt{\pi T}} \exp(-c_x^2), \quad H^\circ = T G^\circ, \quad c_x = \frac{\xi_x - u}{\sqrt{T}}$$

$$S_x = \frac{2q_x}{nT^{3/2}}, \quad v = \frac{8}{5\sqrt{\pi}} \frac{nT}{\text{Kn}\mu}$$

Макропараметры представляются в виде одномерных интегралов

$$n = \int_{-\infty}^{+\infty} g d\xi_x, \quad nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi_x g d\xi_x \quad (2.4)$$

$$\frac{3}{2} nT + nu^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi_x^2 g + h) d\xi_x, \quad q_x = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi_x - u) [(\xi_x - u)^2 g + h] d\xi_x$$

Начальные условия

$$g(0, x) = h(0, x) = g_\infty = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi_x^2) \quad (2.5)$$

Граничные условия на границе раздела фаз в терминах функций g, h имеют вид

$$x = +0, \quad \xi_x > 0: \quad g = g_w = (\alpha n_s + (1 - \alpha) n_0) G_M \quad (2.6)$$

$$h = h_w = T_w g_w, \quad G_M = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\xi_x^2}{T_w}\right)$$

$$n_s = \frac{1}{T_w} \exp\left(-Q \left(\frac{1}{T_w} - 1\right)\right), \quad Q = \frac{Q_L}{RT_\infty}, \quad n_0 = -2 \sqrt{\frac{\pi}{T_w}} \int_{-\infty}^0 \xi_x g d\xi_x$$

Приведем выражение для безразмерной скорости уноса массы с испаряемой поверхности

$$x = 0: \quad M^\circ = \alpha \left(\frac{n_s \sqrt{T_w}}{2\sqrt{\pi}} + \int_{-\infty}^0 \xi_x g d\xi_x \right) \quad (2.7)$$

Сформулированная задача решалась численно методом конечных разностей.

3. Линеаризованный вариант задачи. В случае малых возмущений задачу можно решать в линеаризованной постановке. Для контроля точности численных расчетов путем сравнения с аналитическими результатами [11] и для выделения пределов применимости линейной теории был рассмотрен одновременно линеаризованный вариант задачи. Все рассмотрение ведем в безразмерных переменных в терминах функций g, h . Линеаризация задачи проводится относительно состояния покоя в начальный момент времени (не так, как в [11, 2]).

Пусть температура тела повысилась в начальный момент времени на величину $\Delta T_w = \varepsilon \ll 1$ и стала равной $T_w = 1 + \varepsilon$. Все отклонения от начального состояния покоя,

в том числе скорость потока u и тепловой поток q_x , имеют порядок ε . Обозначим

$$n = 1 + \delta n, \quad n_s = 1 + \delta n_s, \quad n_0 = 1 + \delta n_0, \quad T = 1 + \delta T \quad (3.1)$$

$$g = g_\infty(1 + \varphi), \quad h = h_\infty(1 + \psi)$$

$$G = g_\infty(1 + \Phi), \quad H = h_\infty(1 + \Psi)$$

Уравнения для φ, ψ имеют вид

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} = v_\infty(\Phi - \varphi), \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial \psi}{\partial x} = v_\infty(\Psi - \psi) \quad (3.2)$$

$$\Phi = \delta n + 2\xi_x u + \left(\xi_x^2 - \frac{1}{2}\right)\delta T + \frac{8}{5}(1 - \text{Pr})\xi_x \left(\xi_x^2 - \frac{1}{2}\right)q_x$$

$$\Psi = \delta n + 2\xi_x u + \left(\xi_x^2 + \frac{1}{2}\right)\delta T + \frac{8}{5}(1 - \text{Pr})\xi_x \left(\xi_x^2 - \frac{1}{2}\right)q_x$$

Макропараметры $\delta n, u, \delta T, q_x$ выражаются формулами

$$\delta n = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\xi_x^2) \varphi d\xi_x, \quad u = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\xi_x^2) \xi_x \varphi d\xi_x \quad (3.3)$$

$$\frac{3}{2}(\delta n + \delta T) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\xi_x^2) (\xi_x^2 \varphi + \psi) d\xi_x$$

$$q_x = -\frac{5}{4}u + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\xi_x^2) \xi_x (\xi_x^2 \varphi + \psi) d\xi_x$$

Система уравнений (3.2) решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$t = 0: \quad \varphi = 0, \quad \psi = 0$$

$$x = 0: \quad \varphi = \alpha \left[\delta n_s + \varepsilon \left(\xi_x^2 - \frac{1}{2} \right) \right] + (1 - \alpha) \left[\delta n_0 + \varepsilon \left(\xi_x^2 - \frac{1}{2} \right) \right] \quad (3.4)$$

$$\psi = \alpha \left[\delta n_s + \varepsilon \left(\xi_x^2 + \frac{1}{2} \right) \right] + (1 - \alpha) \left[\delta n_0 + \varepsilon \left(\xi_x^2 + \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\delta n_s = (Q - 1)\varepsilon, \quad \delta n_0 = -\frac{1}{2}\varepsilon - 2 \int_{-\infty}^0 \xi_x \varphi \exp(-\xi_x^2) d\xi_x$$

Формула (2.7) для скорости испарения приводится к виду

$$x = 0: \quad M^\circ = \alpha \left(\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left(\delta n_s + \frac{\varepsilon}{2} \right) + \int_{-\infty}^0 \xi_x g_\infty \varphi d\xi_x \right) \quad (3.5)$$

Предпоследняя из формул (3.4) показывает, что условие линеаризации может нарушаться при больших значениях параметра Q .

4. О численном алгоритме. Трудность численного решения задачи обусловлена в первую очередь необходимостью достаточно точного расчета тонкого пристеночного кнудсеновского слоя с большими изменениями в нем искомых величин. Этот слой практически формирует все внешнее течение, которое может иметь значительную протяженность, что при сквозном счете также составляет некоторую трудность. При умеренных значениях параметров задачи для интегрирования кинетического

уравнения вполне приемлемой оказывается обычная явная схема метода конечных разностей первого порядка точности. Однако с увеличением температуры поверхности T_w и теплоты парообразования Q трудности счета возрастают, так что желательно иметь более точную расчетную схему. В работе применялся вариант численного алгоритма FCT [9], приспособленный для расчета кинетического уравнения.

Использовалась неравномерная сетка со сгущением узлов к стенке и с изменяющимися шагами по x . Алгоритм состоит из последовательности шагов. Пусть f_j° – начальные значения функции распределения при $t = 0$ в узлах x_j . Индекс j меняется в пределах от 0 до J , причем $x_0 = 0$. (Под f понимаем любую из функций g, h .) Обозначим $x_{j+1} - x_j = h_{j+1/2}$. Численный алгоритм перехода от f_j° к f_j^1 для уравнения (1.2) состоит из следующих шагов.

1. Конвективный шаг (перенос)

$$f_j^T = f_j^\circ + \frac{\xi_x \Delta t}{x_{j+1/2} - x_{j-1/2}} (f_{j+1}^\circ - f_{j-1}^\circ) + W_j^\circ \Delta t, \quad j = 1, 2, \dots, J-1$$

2. Диффузионный шаг

$$f_j^{TD} = f_j^T + d_{j+1/2} (f_{j+1}^\circ - f_j^\circ) - d_{j-1/2} (f_j^\circ - f_{j-1}^\circ), \quad j = 1, 2, \dots, J-1$$

Коэффициенты диффузии имеют вид

$$d_{j+1/2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \varepsilon_{j+1/2}^2, \quad \varepsilon_{j+1/2} = \frac{\xi_x \Delta t}{h_{j+1/2}}$$

3. Корректирующий шаг

$$f_j^1 = f_j^{TD} - \phi_{j+1/2}^c + \phi_{j-1/2}^c$$

Скорректированные потоки находятся по следующим формулам:

$$\Phi_{j+1/2} = D_{j+1/2} (f_{j+1}^T - f_j^T), \quad D_{j+1/2} = \frac{r}{6} (1 - \varepsilon_{j+1/2}^2)$$

Здесь $0.99 < r < 1$ – коэффициент, определяющий остаточную диффузию алгоритма. И далее

$$\phi_{j+1/2}^c = S \max(0, \min[S(f_{j+2}^{TD} - f_{j+1}^{TD}), |\Phi_{j+1/2}|, S(f_j^{TD} - f_{j-1}^{TD})]), \quad j = 2, \dots, J-2$$

Здесь $|S| = 1$, $\text{sign} S = \text{sign}(f_{j+1/2}^{TD} - f_j^{TD})$. Выражения для $\phi_{j+1/2}^c$, при $j = 1$ и $J-1$ получаются из общей формулы для $\phi_{j+1/2}^c$, если в ней опустить соответственно первую или третью величину в квадратных скобках при определении \min . Вычисление функции f_j^1 в граничных узлах проводилось по формулам аппроксимации второго порядка, которые здесь не выписываются из-за их громоздкости.

Приведенный алгоритм на квазиравномерной сетке (полученной путем преобразования $x = \gamma(s)$, $\gamma'(s) \geq \delta > 0$, $0 \leq s \leq 1$ при равномерном разбиении по s) обеспечивает на гладких решениях второй порядок точности по x и первый порядок по времени. Интегралы по ξ_x вычислялись по правилу Симпсона. Изложенный численный алгоритм применялся как для нелинейной, так и для линейной задач.

5. Обсуждение результатов. Все приводимые ниже результаты относятся к случаю $\mu = T$, что соответствует межмолекулярному взаимодействию по закону максвелловских сфер. Решение задачи зависит от следующих параметров: относительной температуры поверхности T_w , безразмерной теплоты парообразования Q , коэффициента испарения α и числа Кнудсена Kn . Первые три параметра определяют интенсивность

испарения и теплоотдачи от стенки, число Кн носит условный характер и в рассматриваемой задаче определяет масштаб явления. Случай $\alpha = 1$ соответствует максимальной возможной скорости испарения при заданной температуре поверхности T_w , при этом поток энергии связан исключительно с потоком массы. В случае $\alpha = 0$ испарения вообще нет, а имеет место только теплоотдача. При $\alpha = 1$ интенсивность испарения характеризует давление или плотность насыщенного пара n_s (или давление p_s), зависящую от параметров T_w и Q .

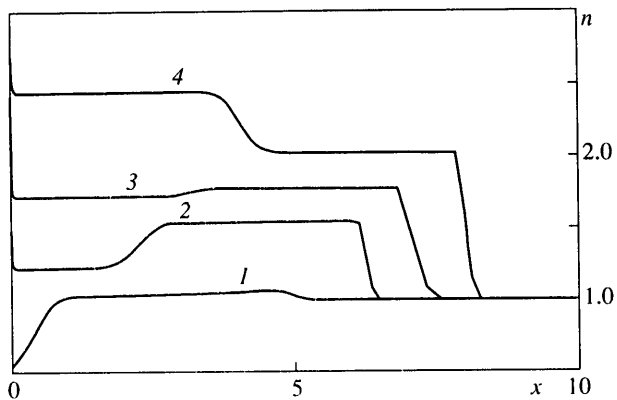
Различают три режима испарения. Будем использовать ту же терминологию и при $0 < \alpha \leq 1$. Режим течения называется слабым, если $\Delta n_s - 1 \ll 1$, что может быть только при $\Delta T_w = T_w - 1 \leq 1$, и одновременно $\Delta T_w Q \ll 1$. Этот случай соответствует линеаризованной постановке задачи. С увеличением Δn_s режим испарения становится нелинейным. При $\Delta n_s = O(1)$ испарение (с теплообменом) называется умеренным. Испарение называется сильным, если $\Delta n_s \gg 1$. В этом случае с увеличением Δn_s противодавление окружающего газа играет все меньшую роль и, наконец, становится пренебрежимо малым, так что испарение можно считать происходящим в первоначальный вакуум.

Общее представление о характере течения от испаряющей стенки и о влиянии коэффициента испарения на режим умеренного испарения дает фиг. 1, на которой изображены распределения плотности в момент времени $t = 5$ для $Kn = 0.01$ при $T_w = 2$ и $Q = 5$, что соответствует плотности $n_s = 6,09$. Кривые 1–4 соответствуют значениям $\alpha = 0, 0.25, 0.5$ и 1 . Прежде всего видно, что течения при $\alpha = 1$ и 0 различаются качественно. При $\alpha = 1$ имеем знакомую картину, когда вблизи испаряющей поверхности образуется тонкий кинетический слой (на фигуре не изображен), а вне его, на некотором удалении от плоскости раздела фаз, формируется равномерный поток, который через размытый контактный разрыв сопрягается с равномерным потоком за ударной волной, распространяющейся с постоянной скоростью по невозмущенному газу. Размытый контактный разрыв отделяет вновь образовавшийся пар от газа, сжатого ударной волной.

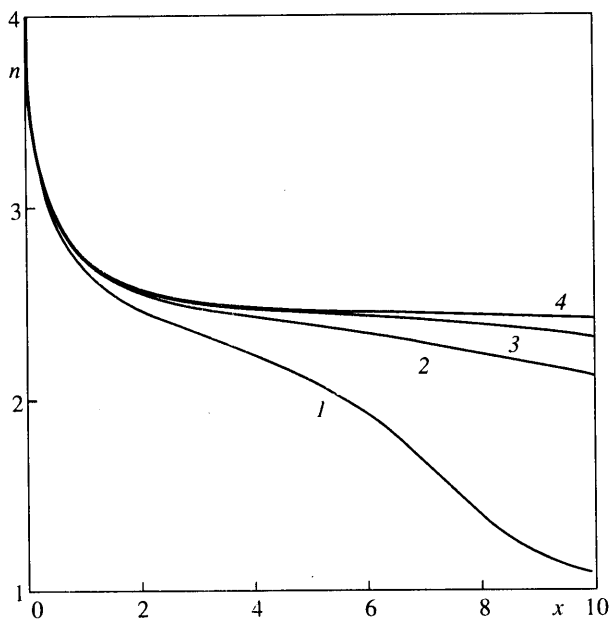
Отметим, что температура образовавшегося пара ниже, чем температура газа, подвергшегося сжатию. Причина в том, что процесс испарения сопровождается расширением образующегося пара. Распределение скорости потока в области, соответствующей размытому контактному разрыву, практически равномерное. Таким образом, газодинамическое течение подобно течению, возбуждаемому поршнем, перемещающимся с постоянной скоростью. Но скорость эта неизвестна и определяется процессами испарения в кинетическом слое. В приводимом варианте число Маха изменилось от 0.39 непосредственно у границы раздела фаз до 0.73 в равномерном потоке, примыкающем к слою Кнудсена.

Противоположный предельный случай $\alpha = 0$, когда имеет место чистый теплообмен с нагретой стенкой, рассматривался в [10]. В этом случае также образуется течение с ударной волной, но распространяющейся по газу с переменной скоростью, причем с меньшей, чем при $\alpha = 1$. Скорость и амплитуда волны уменьшаются со временем. Зон равномерного потока в течении нет. Теплоотдача от стенки происходит в довольно толстом слое, где температура резко падает, а плотность почти линейно возрастает по x . Как обычно в этих случаях, скорость потока у стенки пропорциональна координате x . В целом картина течения вполне характерна для случая одномерного течения газа, образующегося в результате деления энергии при $x = 0$. В данном случае подвод энергии происходит по закону $1/\sqrt{t}$.

Отметим случай малого возмущения для $\alpha = 0$. Если амплитуда граничного возмущения мала, т.е. $T_w - 1 \ll 1$, то вместо ударной образуется акустическая волна, удаляющаяся от поверхности тела почти с адиабатической скоростью звука и с неизбежным затуханием амплитуды. За ушедшей звуковой волной газ почти неподвижен, и на этом фоне развивается медленный процесс теплопроводности, аналогичный теплопроводности в твердом теле.

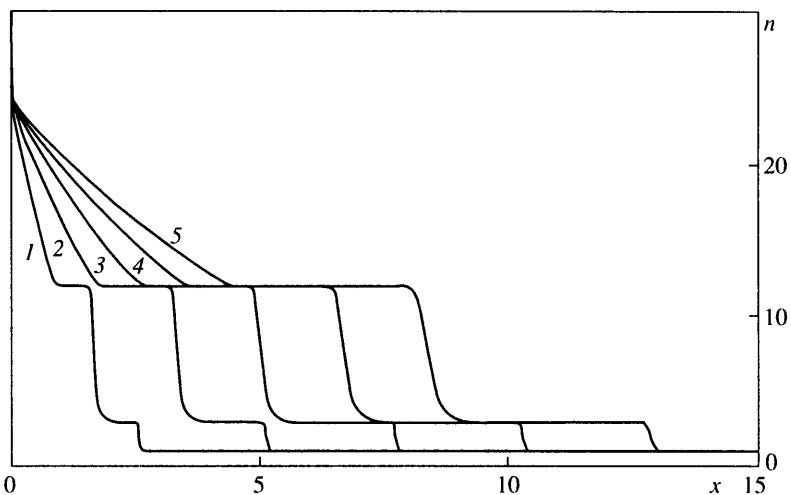


Фиг. 1. Плотность газа при $t = 5$ для $Kn = 0.01$, $T_w = 2$, $Q = 5$, $\alpha = 0, 0.25, 0.5$ и 1 (кривые 1-4)

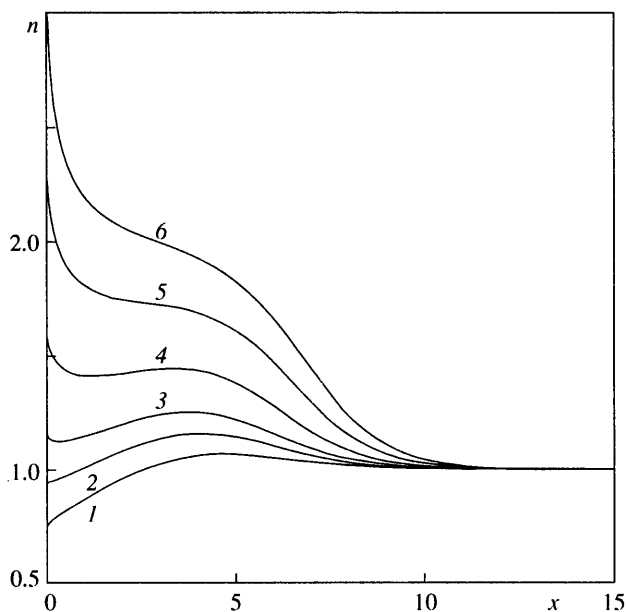


Фиг. 2. Плотность газа при $t = 5, 10, 15, 20$ (кривые 1-4) для $Kn = 1$, $T_w = 2$, $Q = 5$, $\alpha = 1$

В промежуточном случае $0 < \alpha < 1$ газ приобретает дополнительную энергию от стенки как вместе с испаренной массой, так и вследствие диффузного отражения молекул от нагретой стенки, т.е. поток энергии имеет как конвективную, так и молекулярную составляющие. Кривые на фиг. 1 показывают, что качественно характер течения определяется наличием конвективной составляющей в потоке энергии, хотя количественное различие со случаем, когда конвективная составляющая отсутствует, имеет место. Сохраняются все те же две зоны потока с постоянными параметрами. Видно также, что уменьшение α приводит не только к естественному уменьшению скорости ударной волны и скорости потока за ней, но и к некоторому перераспределению значений параметров. С уменьшением α температура в пристеночной области становится выше (возрастает роль молекулярного нагрева без испарения),



Фиг. 3. Плотность газа при $t = 1, 2, 3, 4, 5$ (кривые 1-5) для $Kn = 0.01, T_w = 2, Q = 10, \alpha = 1$



Фиг. 4. Плотность газа в кинетической области при $t = 5, Kn = 1, T_w = 2, Q = 10$. Кривые 1-6 для $\alpha = 0, 0.005, 0.01, 0.02, 0.035, 0.05$

причем при $\alpha = 0.5$ уже превосходит температуру газа, сжатого ударной волной. Соответственно плотность падает. По-прежнему видна размытая зона, соответствующая газодинамическому контактному разрыву. Теперь уже примыкающая к плоскости $x = 0$ область занята не только образовавшимся паром, но и тем газом, который провзаимодействовал с испаряющей поверхностью. Область между ударной волной и контактными "разрывом" все также занята газом, подвергшимся воздействию ударной волны.

Фигура 2 иллюстрирует начальную фазу развития процесса у испаряющей плоскости и формирование установившегося кнудсеновского слоя. Представлены профили плотности газа в моменты времени $t = 5, 10, 15$ и 20 для $Kn = 1, T_w = 2, Q = 5, \alpha = 1$. Число $Kn = 1$ означает, что единицей длины является средняя длина свободного пробега в невозмущенном газе. Видно, что слой Кнудсена занимает всего несколько длин пробега, а к моменту времени $t = 20$ стационарный кнудсеновский слой практически уже сформирован.

На фиг. 3 представлена бегущая волна плотности в моменты времени $t = 1, 2, 3, 4$ и 5 для случая сильного испарения при $Q = 10, T_w = 2, n_s = 74, \alpha = 1, Kn = 0.01$. Увеличение Q существенно повышает давление насыщенного пара и ведет к более интенсивному испарению. Однако это количественная сторона вопроса. Качественное же отличие от умеренного испарения, иллюстрируемого фиг. 1, состоит в появлении расширяющейся пристеночной зоны, отнюдь не совпадающей со слоем Кнудсена, но имеющей масштаб течения. В этой зоне происходит расширение выделившегося пара подобно тому, как это имеет место при расширении в вакуум [3].

Начальная фаза развития процесса сильного испарения при тех же параметрах, что и в предыдущем случае, но для малых α и при $Kn = 1$ проиллюстрирована на фиг. 4 кривыми плотности в момент времени $t = 5$. При малых α плотность газа у стенки невелика и удобно изображается в приемлемом масштабе для данного семейства кривых.

Случай слабого испарения рассчитывался как по полным нелинейным уравнениям, так и по линеаризованным. Получено, что при $\epsilon = 0.01, Q = 5$ результаты расчетов по линейным и нелинейным уравнениям с приемлемой точностью совпадают. В то же время для $\epsilon = 0.1$ имеет место различие в результатах. Слабое испарение представляет фиг. 5, где дано распределение скорости потока u/ϵ для $T_w = 1.01, Q = 5, n_s = 1.04, \alpha = 1$ при $t = 5$. Фронт возмущения распространяется со звуковой скоростью. При $\alpha = 1$ и 0.5 за фронтом волны располагается зона равномерного потока, граничащая с пристеночным кнудсеновским слоем. Структура контактного разрыва не выделяется. В то же время для малых α зоны равномерного потока нет, течение нестационарно. При $\alpha = 0.1$ течение уже становится похожим на течение при чистой теплоотдаче от стенки ($\alpha = 0$), но скорость потока усилена вдувом пара от стенки.

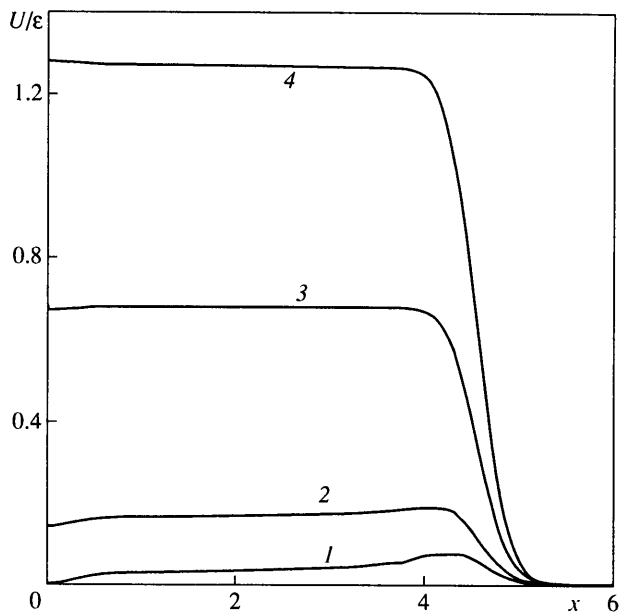
Можно ожидать, что равномерный поток вне кнудсеновского слоя соответствует потоку на бесконечности в стационарной задаче об испарении в полупространство [2, 11]. Отметим параметры этого равномерного потока индексом L , так что p_L, T_L, n_L, u_L данной работы обозначают то же, что $p_\infty, T_\infty, n_\infty, u_\infty$ в [2, 11]. В цитированных работах приведены формулы (для $\alpha = 1$ и в обозначениях данной работы)

$$\frac{p_L}{p_s} - 1 = k_1 u_L / 2\sqrt{T_w}, \quad k_1 \approx -2.13\dots$$

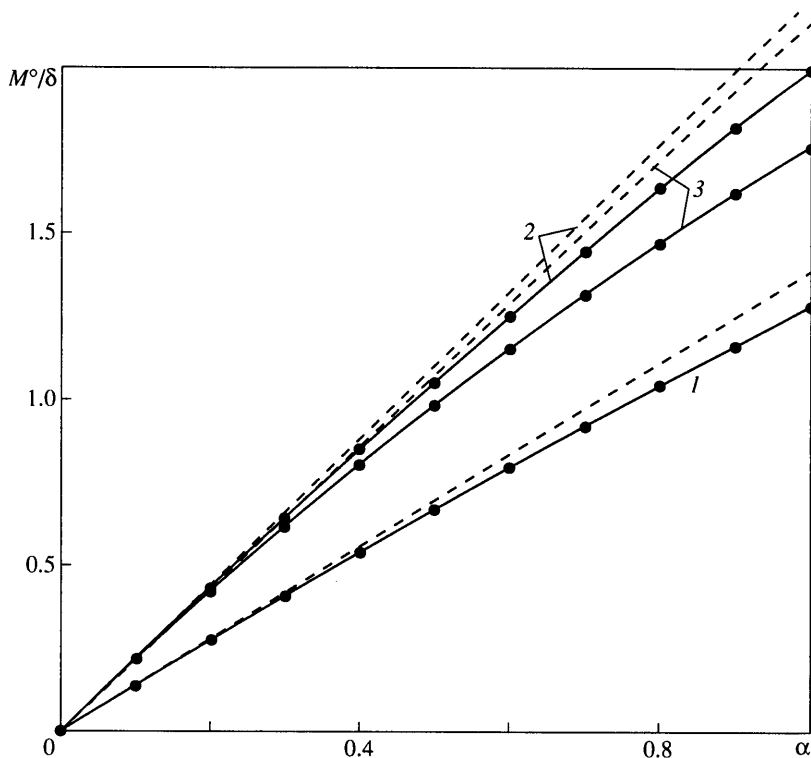
$$\frac{T_L}{T_w} - 1 = k_2 u_L / 2\sqrt{T_w}, \quad k_2 \approx -0.45$$

Эти формулы не содержат параметра Q , что требует разъяснения. В цитированных работах этот вопрос обходится молчанием. Расчеты показывают, что коэффициент k_1 очень слабо растет с увеличением параметра Q , так что $k_1 = -2.11$ при $Q = 2$ и $k_1 = -2.13$ при $Q = 5$. Однако коэффициент k_2 сильно падает с ростом Q , так что $k_2 = -1.24$ при $Q = 2$ и $k_2 = -0.066$ при $Q = 5$.

Зависимость скорости испарения от параметра α оказывается слабо нелинейной. На фиг. 6 сплошными кривыми и расчетными точками на них представлены масштабированные подходящим образом величина скорости испарения в зависимости от коэффициента испарения α и соответствующие им пунктирные прямые линии, касательные к сплошным кривым при $\alpha = 0$. Кривые / соответствуют линейной



Фиг. 5. Скорость газа в линеаризованной задаче в момент $t = 5$ при $Kn = 0,01$, $\epsilon = 0,01$, $Q = 5$. Кривые 1–4 для $\alpha = 0, 0,1, 0,5, 1$



Фиг. 6. Зависимость расхода M°/δ от α при $Kn = 0,01$ и различных Q . Штриховые прямые – касательные при $\alpha = 0$. 1 – линеаризованный вариант при $\delta = \epsilon = 0,01$, $Q = 5$; 2 – $T_w = 2$, $Q = 5$, $\delta = 1$; 3 – $T_w = 2$, $Q = 14$, $\delta = 100$

теории, рассчитаны при $\epsilon = 0.01$ и изображают поведение относительного расхода M°/ϵ . Кривые 2 – расход M° для случая умеренного испарения при $T_w = 2$, $Q = 5$, $n_s = 6.09$. Кривыми 3 представлена величина $M^\circ/100$ для сильного испарения ($T_w = 2$, $Q = 14$, $n_s = 548$). Видно, что во всех случаях величина расхода хотя и слабо, но отклоняется от пропорциональной зависимости, причем отклонение увеличивается с ростом Q . Удивительным образом оказывается, что зависимости 2 и 3 для приведенного расхода имеют практически общую касательную (штриховые линии 2 и 3). Величина расхода M° , отнесенная к скорости испарения в вакуум M_v° , слабо отклоняется от постоянной, причем приближенно одной и той же постоянной для всех трех случаев.

Точность расчетов в установившихся течениях контролировалась по выполнению законов сохранения массы и энергии во всей расчетной области, которые при умеренных значениях параметров выполнялись с погрешностью, не превышающей 1%.

Заключение. Решение задачи о нестационарном испарении с плоской поверхности конденсированной фазы в полупространство показывает, что характер течения существенно зависит от коэффициента испарения. При малых значениях этого коэффициента движение газа может оказаться всюду нестационарным. Скорость испарения слабо отклоняется от прямой пропорциональности коэффициенту испарения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 98-01-00443).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kogan M.N. Evaporation / condensation kinetics // Proc. 19th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics / Ed. J. Harvey, G. Lord. Oxford: Univ. Press, 1995. V. I. P. 253–262.
2. Sone Y. Kinetic theoretical studies of the half-space problem of evaporation and condensation // Transport Theory and Statistical Physics. 2000. V. 29. № 3–5. P. 227–260.
3. Анисимов С.И., Рахматулина А.Х. Динамика расширения пара при испарении в вакуум // ЖЭТФ. 1973. Т. 64. Вып. 3. С. 869–876.
4. Soga T. Quasi-steady one dimensional evaporation problem using entropy balance relation // Rarefied Gas Dynamics. Proc. 10th Intern. Symp. N.Y., 1977. V. 2. P. 1185–1196.
5. Onishi Y., Tsuji H. Transient behavior of a vapor due to evaporation and condensation between the plane condensed phases // Proc. 19th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics / Ed. J. Harvey, G. Lord. Oxford: Univ. Press, 1995. V. I. P. 284–290.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. М.: Наука, 1964. 567 с.
7. Шахов Е.М. Об обобщении релаксационного кинетического уравнения Крука // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 5. С. 142–145.
8. Chu C.K. Kinetic-theoretic description of the formation of a shock wave // Phys. Fluids. 1965. V. 8. № 1. P. 12–22.
9. Boris J.P. et al. LCPFCT-flux corrected transport algorithm for solving generalized continuity equations // Naval Reserch Laboratory Memorandum Report. Washington, DC. 20375–5320.
10. Титарев В.А., Шахов Е.М. Движение газа, возбуждаемое теплообменом с сильно нагретой стенкой // Тр. 2-й Рос. конф. по теплообмену (РНКТ-2). М.: МЭИ, 1998. Т. 2. С. 248–251.
11. Долгошеина Е.Б., Латышев А.В., Юшканов А.А. Точные решения модельного БГК-уравнения Больцмана в задачах о скачке температуры и слабом испарении // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 1. С. 163–171.