

УДК 532.546

© 2002 г. В.В. КАДЕТ, А.А. МАКСИМЕНКО

РЕШЕТОЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЗВЕСЕЙ И ЭМУЛЬСИЙ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Предложена комплексная модель, сочетающая в себе макроскопическое описание процесса фильтрации посредством уравнений механики сплошной среды и решеточное моделирование осаждения частиц на микроуровне. Использование макроскопических уравнений позволяет быстро рассчитать развитие процесса во времени, при этом коэффициенты уравнений, зависящие от условий и характера осаждения в поровых капиллярах, определяются на основе анализа осаждения на микроуровне. Результаты численных расчетов по представленной модели хорошо согласуются с экспериментальными наблюдениями.

Исследование течения взвеси в пористой среде, при котором находящиеся в жидкости твердые частицы или капли эмульсии оседают на скелете породы, представляет интерес прежде всего из-за своей практической важности. Особую значимость изучение фильтрации взвеси имеет при закачивании воды или водных растворов в скважины для вытеснения нефти из пласта. Техническая вода, нагнетаемая в нефтеносные пласты, обычно содержит твердые частицы различных размеров, осаждение этих частиц на скелете породы приводит к серьезным изменениям проницаемости среды, поэтому на практике необходимо уметь предсказывать степень уменьшения проницаемости формации по мере течения взвеси через пористую среду.

В настоящее время для моделирования процесса осаждения частиц развиты различные подходы, которые можно условно разделить на так называемые эмпирические модели, модели анализа траектории частиц и решеточные модели.

В эмпирических моделях [1–3] процесс фильтрации взвеси в пористой среде описывается с помощью уравнений механики сплошной среды, которые дополняются некоторыми эмпирическими соотношениями. Так, например, скорость изменения концентрации осаждаемых частиц σ обычно записывают в виде [3]: $d\sigma/dt = \lambda w c$, где λ – коэффициент фильтрования, определяющий интенсивность осаждения, w – скорость течения, c – концентрация частиц во взвеси. Текущее значение проницаемости пористой среды K вычисляется по эмпирической формуле [3] $K/K_0 = (1 + \beta\sigma)^{-1}$, где K_0 – начальное значение проницаемости, β – фактор изменения проницаемости формации. Такой подход проще для расчетов, но не учитывает многих особенностей процесса осаждения. В нем не рассматривается влияние таких факторов, как геометрия порового пространства, распределение частиц по размерам или различные механизмы осаждения частиц на скелете породы, а параметры λ и β при изменении условий фильтрации необходимо каждый раз определять на основе новых экспериментов.

В моделях анализа траектории частиц [4, 5] скелет пористой среды представляется в виде периодической структуры, элементы которой могут быть сферической, цилиндрической или другой простой формы. Траектория каждой частицы характеризуется функцией тока, определяемой из задачи обтекания, например, сферы или цилиндра при условии действия на частицу различных сил (гравитационных, гидродинамических, вандерваальсовских и т.п.). Траекторный анализ приводит к значительному прогрессу в понимании процесса осаждения, поскольку учитывает особенности движения взвеси на уровне отдельных пор, но при этом является довольно сложным.

Такой подход позволяет успешно предсказывать коэффициент фильтрации и изменение концентрации осажденных частиц. Однако у него есть очевидные недостатки, связанные с тем, что проницаемость обычно вычисляется по формуле Козени-Кармана, полученной для модели идеального грунта. К тому же при этом рассматриваются взвеси монодисперсных частиц, в то время как на практике взвесь содержит частицы различного размера.

В решеточных моделях проводящие пустоты среды (поровые каналы) представляются капиллярами, которые образуют решетку. Капилляры пересекаются в узлах решетки, моделирующих собою поры. При выборе решетки стараются наилучшим образом учесть геометрические особенности внутренней структуры порового пространства, чтобы приблизить проводящие свойства решетки к свойствам реальной пористой среды. В работе [6] решеточные модели были применены для описания изменения проницаемости при осаждении частиц взвеси, при этом использован метод случайного блуждания частицы в решетке с заданной вероятностью ее улавливания. Подходы с использованием теории эффективной среды получили свое развитие в [7]. Однако в предложенных моделях количество осажденных частиц в любой точке пористой среды предполагалось одинаковым в каждый момент времени ($\sigma(x) = \text{const}$), что может аппроксимировать только случай осаждения очень малой интенсивности. К тому же используемая в [7] модель эффективной среды плохо подходит для описания проводимости вблизи порога протекания, когда отношение текущей проницаемости к исходной мало.

Чтобы учесть недостатки предыдущих моделей, в [8] было предложено прямое численное моделирование течения взвеси через решетку в сочетании с описанием движения и осаждения каждой отдельно взятой частицы. Такое моделирование позволяет более аккуратно описывать процесс осаждения, однако оно очень трудоемкое и требует больших временных затрат на вычисления, особенно на решетках большого размера, что является существенным препятствием для повышения точности результатов.

Предлагаемый в настоящей работе подход направлен на преодоление недостатков предыдущих моделей путем объединения общего описания фильтрации взвеси посредством уравнений механики сплошной среды и решеточного моделирования осаждения частиц на микроуровне.

1. Описание модели. Для модельного представления структуры пористой среды используется пространственная решетка капилляров [9]. В настоящей работе без ограничения общности дальнейшее исследование будет проведено на примере простой кубической решетки.

Для вычисления проводимости капиллярной решетки необходимо задать нормированную функцию распределения капилляров по радиусам $f(r)$

$$\int_0^{\infty} f(r) dr = 1 \quad (1.1)$$

Вид функции $f(r)$ зависит от конкретного образца пористой среды и может быть получен на основании порометрического исследования кернов в лаборатории [10].

При моделировании осаждения будем считать, что частицы являются сферами радиусов a , которые имеют распределение по размерам $g(a)$, также удовлетворяющее условию нормировки (1.1). Осаждение частиц на стенках капилляров можно представить как уменьшение радиусов капилляров на величину h_r , равную средней толщине осажденного слоя. Образование слоя осадка учитывается посредством изменения вида функции распределения капилляров по радиусам. В процессе осаждения проницаемость среды будет определяться гидродинамической проводимостью капиллярной решетки с изменяющейся функцией распределения капилляров по радиусам $f_m(r)$, а доля p оставшихся незакупоренными капилляров равняется

$$p = \int_0^{\infty} f_m(r) dr, \quad f_m(r) = f(r + h_r) \quad (1.2)$$

Для расчета проводимости решетки используем подход [9], объединяющий перколяционную модель проницаемости [11] и модель эффективной среды [12]. Проводимость решетки K для случая течения ньютоновской жидкости определяется соотношением [9]

$$K = 0: p < p_c, \quad K_1: p_c \leq p \leq p_b, \quad K_2: p_b \leq p \leq 1 \quad (1.3)$$

$$K_1 = d^{-2} \left[\int_0^{\infty} f_m(r) dr - p_c \right]^{2\nu} \frac{\pi \int_0^{\infty} f_m(r) dr}{8 \int_0^{\infty} f_m(r) r^{-4} dr}, \quad K_2 = \frac{\pi r_{ef}^4}{8d^2}$$

где d – период решетки (равный длине капилляров), ν – индекс радиуса корреляции [9], а r_{ef} находится из уравнения

$$\frac{1}{z/2-1} \left(1 - \int_0^{\infty} f_m(r) dr \right) + \int_0^{\infty} \frac{r_{ef}^4 - r^4}{r^4 + (z/2-1)r_{ef}^4} f_m(r) dr = 0$$

в котором z – значение координационного числа решетки (для кубической решетки $z = 6$). Значение p_b определяется из условия $K_1 = K_2$, а порог протекания p_c является константой для каждого типа решетки [11].

Для моделирования осаждения частиц необходимо определить условия, при которых частица, попадая в капилляр, в нем осаждается. Само по себе осаждение частицы может происходить в результате действия различных сил, таких как гидродинамические, гравитационные, поверхностные и т.д. В настоящей модели формальное условие осаждения определяется вероятностью $G(a)$ осаждения частицы при протекании взвеси через капилляр.

Возьмем представительный объем пористой среды, моделируемой капиллярной решеткой, через которую фильтруется жидкость с частицами. За малый интервал времени δt количество частиц, попавших в рассматриваемый объем через единицу поверхности, есть $c w \delta t$, где c – объемная концентрация частиц, w – скорость фильтрации. Если допустить, что частицы равномерно распределяются внутри порового пространства выбранного объема среды, то в каждый капилляр за время δt попадает в среднем $M_d c w \delta t$ частиц, где M_d – величина, обратная числу капилляров в решетке объема. Тогда количество осевших в капилляре частиц будет $G(a) M_d c w \delta t$. Изменение радиуса капилляра, определяемое толщиной осажденного в нем за время δt слоя можно выразить как $\delta r = h(a) G(a) M_d c w \delta t$, где функция $h(a)$ связывает количество осажденных частиц с толщиной образовавшегося на стенке слоя. Данная функция учитывает геометрию структуры слоя осадка. Усредним изменения радиуса по всем капиллярам решетки объема

$$\langle \delta r \rangle = h_r = h(a) \langle G(a) \rangle M_d c w \delta t \quad (1.4)$$

Проведя аналогичные рассуждения в отношении концентрации осажденных частиц σ , получаем, что изменение данной величины задается уравнением

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\langle G(a) \rangle}{d} c w \equiv \lambda c w \quad (1.5)$$

Обратимся теперь непосредственно к моделированию фильтрации взвеси через некоторый конечный объем пористой среды. Макроскопический процесс течения будем описывать теми же уравнениями, что обычно используются для описания фильтрации сильноразбавленной взвеси [3]. Для простоты будем рассматривать одномерный вариант задачи, которым, например, можно описывать кольматацию призабойной зоны скважины при плоскорадиальной фильтрации жидкости с примесью мелких

твердых частиц или мелких капель эмульгированной жидкости малой концентрации

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t} + w \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0 \quad (1.6)$$

$$w = \frac{K}{\mu} \nabla P; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda w c \quad (1.8)$$

где ϕ – пористость; μ – вязкость; P – давление; проницаемость $K = K(x, t)$ определяется (1.3); коэффициент фильтрования $\lambda = \lambda(x, t)$ определяется из (1.5). При численных расчетах задаются также давления на границах $P_{x=0} = P_1$, $P_{x=L} = P_2$, начальное $c(x, 0) = c_0(x)$ и граничное $c(0, t) = c_1(t)$ условия на концентрацию.

Пористость ϕ для данной системы полагалась постоянной, поскольку при решеточном моделировании пористой среды предполагалось, что размеры узлов решетки (пор) значительно больше радиусов капилляров (поровых каналов), поэтому осаждение частиц главным образом влияет на уменьшение гидродинамической проводимости капилляров, а поровый объем меняется незначительно. При необходимости учитывать изменение пористости это можно сделать посредством использования функции распределения узлов решетки по размерам и задания на ее основе (а также на основе функции распределения капилляров по радиусам) выражения для определения коэффициента пористости.

2. Алгоритм расчета модели. Данная система уравнений решается методом последовательной смены стационарных состояний с использованием конечно-разностных аппроксимаций уравнения конвективного переноса концентрации, закона Дарси и уравнения неразрывности. При этом K и λ задаются как кусочно-постоянные функции на каждом интервале по временной и пространственной координатам.

Схема проведения вычислений выглядит следующим образом:

- 1) вычислительный интервал делится на N участков, определяющих конечно-разностную аппроксимацию уравнений (1.6) и (1.7) по пространству, и задается шаг по времени δt ;
- 2) определяются текущие значения проницаемости K для каждого участка (в момент времени $t = 0$ проницаемость всех участков определяется по первоначальной функции распределения $f(r)$, полученной для данного образца пористой среды, а в момент времени t используется функция распределения капилляров по радиусам $f_m(r)$, своя на каждом участке);
- 3) вычисляется коэффициент фильтрования λ (1.5) в момент времени t для каждого участка с текущим значением $\langle G(a) \rangle$;
- 4) из конечно-разностной аппроксимации уравнений (1.7) и заданных значений давления P на границах вычисляется скорость фильтрации в момент времени t ;
- 5) из конечно-разностной аппроксимации уравнения (1.6) и заданных граничных условий на концентрацию рассчитывается распределение концентрации в момент времени $t + \delta t$ (значения концентрации при $t = 0$ задаются начальным условием);
- 6) на основании (1.2) и (1.4) определяется изменение функции $f_m(r)$ на каждом участке и осуществляется возврат к пункту 2).

Моделирование осаждения по данной схеме продолжается до тех пор, пока дальнейшее осаждение не становится невозможным в силу закупорки капилляров. Результатом расчетов являются кривые изменения проницаемости, коэффициента фильтрования и концентрации частиц внутри образца среды, необходимые для анализа процесса осаждения частиц взвеси в пористой среде.

Численный эксперимент по предложенной модельной схеме проводился для логарифмически нормальной функции распределения капилляров по радиусам и частиц по размерам

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}B_r r} \exp\left(\frac{-(\ln r - A_r)^2}{2B_r^2}\right), \quad g(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}B_a a} \exp\left(\frac{-(\ln a - A_a)^2}{2B_a^2}\right)$$

где $A_{a,r}$ и $B_{a,r}$ – параметры распределений. Давление на границах полагалось $P_{x=0} = 0$, $P_{x=1} = 1$, условия на концентрацию задавались $c(0, t) = 1$, $c(x, 0) = 0$. Вероятность осаждения частицы определялась как функция от отношения $\gamma a/r$, где γ – параметр, характеризующий толщину приграничного к стенке капилляра слоя ("адсорбционного слоя"), из которого все частицы осаждаются на стенке. Данный параметр задавался либо в виде константы, либо в виде функции от средней скорости взвеси внутри капилляра, вид которой определен экспериментально [1]

$$\gamma = \gamma_0 \exp(-v/v^*) \quad (2.1)$$

Здесь v – средняя скорость течения в капилляре, v^* – критическое значение средней скорости, начиная с которого увеличение скорости значительно влияет на темп осаждения частиц, а γ_0 – коэффициент, характеризующий толщину "нулевого" адсорбционного слоя, из которого частицы осаждаются при $v = 0$.

На основе экспериментальных данных [8] вероятность осаждения представлялась степенным многочленом, в котором главный член был квадратичным. В [13] вероятность осаждения частиц на сферических или цилиндрических препятствиях теоретически получена также в виде квадрата от $\gamma a/r$. Учитывая эти результаты, вероятность осаждения частицы в капилляре предполагалась в виде

$$G(a) = (\gamma a/r)^2 : \gamma a/r \leq 1, \quad 1 : \gamma a/r > 1$$

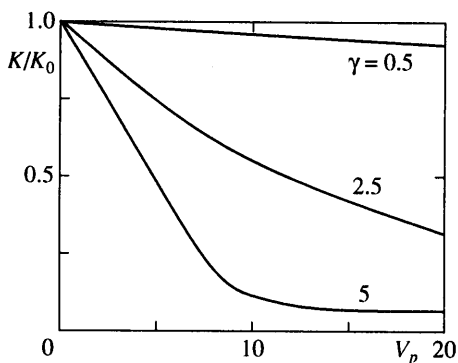
3. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными. Используя описанную схему, вначале моделировалось осаждение монодисперсных частиц в решетке капилляров одинакового радиуса при прокачивании определенного количества поровых объемов жидкости V_p . Радиус капилляров и частиц равнялся 25 и 5 мкм соответственно. Параметр γ первоначально предполагался постоянным, что означало выполнение условия $v \ll v^*$. На фиг. 1 показано влияние γ на изменение проницаемости. Как и следовало ожидать, увеличение интенсивности осаждения при возрастании γ приводит к более быстрому уменьшению проницаемости.

Значения концентрации частиц на выходной границе (фиг. 2) также уменьшаются при увеличении γ . Причем вначале кривые концентрации проходят через максимум, что соответствует приходу в данную точку максимума волны концентрации. Затем начинается монотонное убывание концентрации, что объясняется увеличением вероятности осаждения частиц в капиллярах по мере уменьшения их радиусов вследствие образования на стенках слоя осадка. Причем максимум профиля концентрации для $\gamma = 0.5$ и $\gamma = 5.0$ менее заметен по сравнению со случаем $\gamma = 2.5$. Это обусловливается тем, что для больших значений γ уменьшение со временем радиусов капилляров не приводит к значительному увеличению вероятности осаждения, поскольку она и так изначально высокая. Напротив, для малых значений γ радиусы капилляров уменьшаются очень медленно и вероятность осаждения частиц в капиллярах меняется слабо.

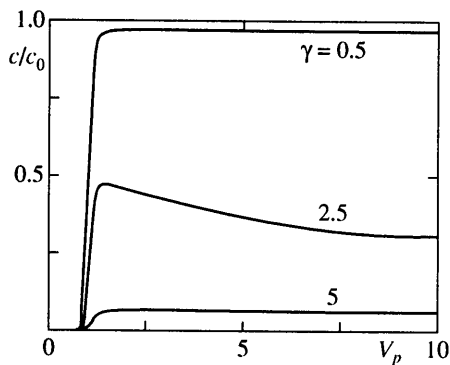
Если скорость течения в капиллярах влияет на процесс осаждения, то γ не является постоянным и зависит от отношения v/v^* . При этом чем меньше значение критической скорости v^* , тем сильнее течение в капиллярах препятствует осаждению частиц и тем медленнее уменьшается проницаемость.

Интересно отметить (фиг. 3) изменение коэффициента фильтрования λ для различных начальных значений v/v^* при постоянном расходе жидкости: при $v/v^* = 0.15$ функция λ проходит через максимум, а при $v/v^* = 0.5$ монотонно убывает. Аналогичное поведение коэффициента фильтрования с возрастанием и последующим убыванием или только с монотонным убыванием для различных начальных скоростей фильтрации при постоянном расходе было также отмечено в экспериментальных исследованиях [5].

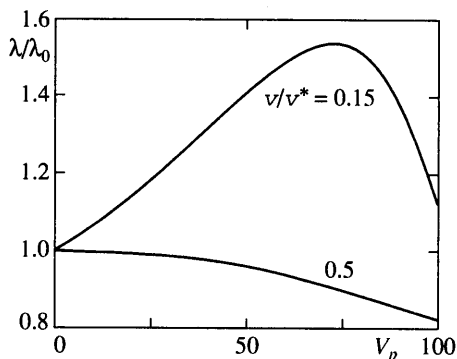
Рост λ , когда начальная скорость течения в капилляре мала, объясняется первоначальным увеличением вероятности осаждения за счет уменьшения радиусов капилляров. Однако последнее обстоятельство в условиях постоянного расхода ведет к возрастанию скорости течения в капиллярах v . Это в свою очередь приводит к домини-



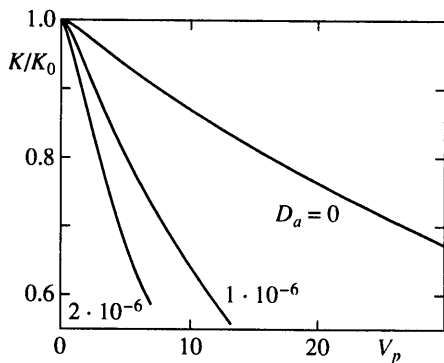
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 1. Зависимость проницаемости K (отнесенной к начальному значению K_0) от количества профильтрованных поровых объемов V_p для различных величин γ

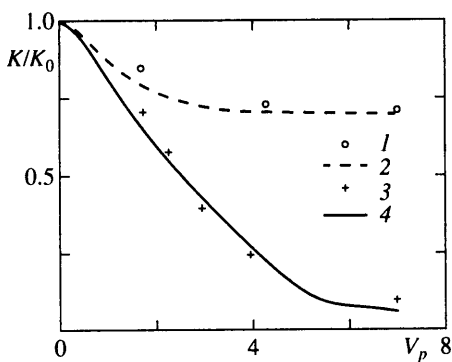
Фиг. 2. Зависимость концентрации c на выходной границе (отнесенной к заданной и постоянной концентрации на входной границе c_0) от количества профильтрованных поровых объемов V_p для различных величин γ

Фиг. 3. Зависимость коэффициента фильтрации λ (отнесенного к начальному значению λ_0) от количества профильтрованных поровых объемов V_p при постоянном расходе и различных первоначальных значениях ν/ν^*

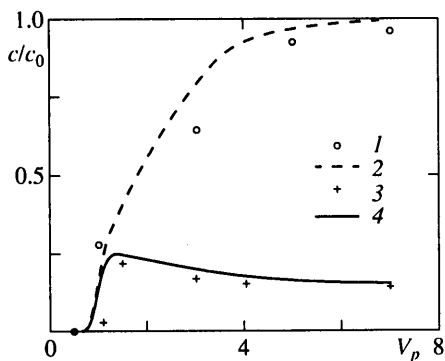
Фиг. 4. Зависимость проницаемости K (отнесенной к начальному значению K_0) от количества профильтрованных поровых объемов V_p при различной дисперсии распределения частиц D_a , среднем размере твердых частиц $E_a = 1 \cdot 10^{-6}$ и среднем радиусе капилляров $E_r = 25 \cdot 10^{-6}$

рованию экспоненциального члена (2.1) и к последующему уменьшению λ . Если же начальное значение скорости фильтрации большое, ν может быть сразу высокой, и тогда λ лишь монотонно убывает вследствие постоянного преобладания экспоненциального множителя (2.1).

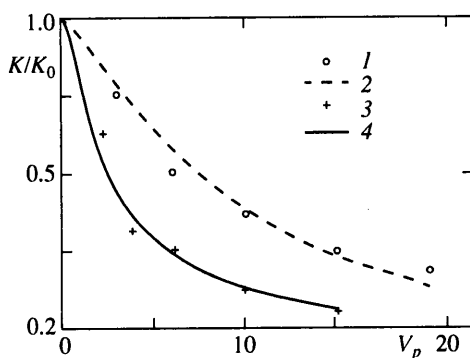
Дальнейшие численные эксперименты проводились для случая логнормальных распределений частиц по размерам и капилляров по радиусам. При этом исследовалось влияние величины дисперсии D_a распределения частиц на изменение проницаемости среды. Уменьшение проницаемости в зависимости от D_a при одном и том же среднем размере частиц E_a изображено на фиг. 4. Более широкое распределение частиц приводит к более быстрому ухудшению проницаемости, что также было отмечено в [8].



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

Фиг. 5. Зависимость проницаемости K (отнесенной к начальному значению K_0) от количества профильтрованных поровых объемов V_p при осаждении капель эмульсии (1 и 2) и твердых частиц (3 и 4) со средним размером $E_a = 2.2 \cdot 10^{-6}$ при среднем радиусе капилляров $E_r = 25.5 \cdot 10^{-6}$; 1, 3 – данные экспериментов [14], 2, 4 – расчет по модели

Фиг. 6. Зависимость концентрации c на выходной границе (отнесенной к заданной концентрации на входной границе c_0) от количества профильтрованных поровых объемов V_p при осаждении капель эмульсии (1 и 2) и твердых частиц (3 и 4) со средним размером $E_a = 2.2 \cdot 10^{-6}$ при среднем радиусе капилляров $E_r = 25.5 \cdot 10^{-6}$; 1, 3 – данные экспериментов [14], 2, 4 – расчет по модели

Фиг. 7. Зависимость проницаемости K (отнесенной к начальному значению K_0) от количества профильтрованных поровых объемов V_p при среднем радиусе частиц $E_a = 9 \cdot 10^{-6}$ (1 и 2) и $E_a = 5.1 \cdot 10^{-6}$ (3 и 4), при одинаковой объемной концентрации частиц на входной границе и среднем радиусе капилляров $E_r = 15.3 \cdot 10^{-6}$; 1, 3 – данные экспериментов [14], 2, 4 – расчет по модели

Для сравнения результатов расчетов по предложенной модели с экспериментальными наблюдениями использовались данные по фильтрации сильноразбавленных взвесей с заданными параметрами распределения частиц по размерам и капилляров по радиусам, представленные в [14]. В этой работе исследовалась фильтрация как взвесей, так и эмульсий. Как показали эксперименты, осаждение капель эмульсии, в отличие от осаждения твердых частиц взвесей, происходит только в один слой. Данный механизм осаждения учитывался при моделировании фильтрации эмульсий.

На фиг. 5 представлено сравнение изменения проницаемости одного и того же

образца пористой среды при осаждении соответственно капель эмульсии и твердых частиц при одинаковых условиях (значение γ , скорость фильтрации, начальная концентрация, распределение частиц и капель по размерам). Как показывают результаты расчетов, модель позволяет адекватно предсказывать различие в изменении проницаемости при осаждении твердых частиц и капель эмульсии.

Также хорошо согласуются с экспериментальными данными модельные расчеты по определению концентрации частиц на выходной границе, представленные на фиг. 6. Профиль концентрации твердых частиц имеет максимум, в то время как концентрация частиц эмульсии монотонно возрастает, поскольку после образования одного слоя эмульсии на стенках поровых каналов дальнейшее осаждение не происходит.

Из интересных результатов расчетов, согласующихся с экспериментальными наблюдениями, отметим (фиг. 7) замедление убывания проницаемости при увеличении среднего радиуса частицы в условиях одной и той же объемной концентрации частиц на входной границе. В эмпирическом описании [14] данный эффект учитывался введением еще одного специального параметра, а предложенная модель позволяет получить его без дополнительных предположений.

Заключение. Представленный метод моделирования осаждения частиц при фильтрации взвесей и эмульсий позволяет адекватно предсказывать изменение основных характеристик процесса, таких как проницаемость среды, концентрация осажденных частиц и частиц в потоке. Поведение основных параметров модели связано с протеканием процесса осаждения на микроуровне, что учитывается в описанной методике посредством решетчатого моделирования. Дальнейшее использование этих параметров в макроскопических уравнениях, описывающих течение в пористой среде в целом, позволяет получать представление об общих закономерностях фильтрации взвесей и эмульсий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gruesbeck C., Collins R.E.* Entrainment and deposition of fine particles in porous media // SPE Journal. 1982. V. 22. № 6. P. 847–856.
2. *Soo H., Radke C.J.* A filtration model for the flow of dilute, stable emulsion in porous media. I: Theory // Chem. Eng. Sci. 1986. V. 41. № 2. P. 263–272.
3. *Wennberg K.E., Sharma M.M.* Determination of the filtration coefficient and the transition time for water injection wells // SPE 38181. 1997.
4. *Payatakes A.C., Tien C., Turian R.M.* A new model for granular porous media. I: Model formulation // AIChE Journal. 1973. V. 19. № 1. P. 58–67.
5. *Mackie R.I., Horner R.W., Jarvis R.J.* Dynamic modeling of deep-bed filtration // AIChE Journal. 1987. V. 33. № 11. P. 1761–1765.
6. *Todd A.C., Somerville J.E., Scott G.* The application of depth of formation damage measurements in predicting water injectivity decline // SPE 12498. 1984.
7. *Sharma M.M., Yortsos Y.C.* Transport of particle suspensions in porous media: model formulation // AIChE Journal. 1987. V. 33. № 10. P. 1636–1643.
8. *Rege S.D., Fogler H.S.* A network model for deep bed filtration of solid particles and emulsion drops // AIChE Journal. 1988. V. 34. № 11. P. 1761–1772.
9. *Кадет В.В., Максименко А.А.* Принципы аналитического описания течения жидкости в решетчатых моделях пористых сред // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 1. С. 79–83.
10. *Глушко С.П., Кадет В.В., Постовский Н.С.* Метод ртутной электропрометрии // ПМТФ. 1991. № 1. С. 143–151.
11. *Селяков В.И., Кадет В.В.* Перколяционные модели процессов переноса в микроненородных средах. М.: Недра, 1995. 222 с.
12. *Киркпатрик С.* Перколяция и проводимость // Теория и свойства неупорядоченных материалов. М.: Мир, 1977. Вып. 7. С. 249–292.
13. *Синайский Э.Г.* Гидродинамика физико-химических процессов. М.: Недра, 1997. 331 с.
14. *Soo H., Radke C.J.* Flow of dilute, stable liquid and solid dispersions in underground porous media // AIChE Journal. 1985. V. 31. № 11. P. 1926–1928.