

УДК 532.517.4:533.6.011

© 2001 г. Ф.Р. СПАЛАРТ, М.Х. СТРЕЛЕЦ, А.К. ТРАВИН, М.Л. ШУР

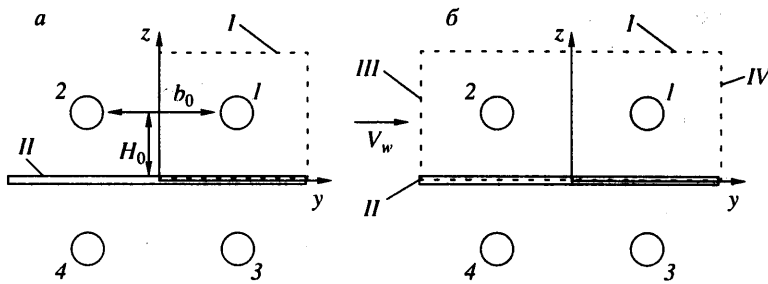
МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИХРЕВОЙ ПАРЫ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗЕМЛИ

Представлены результаты численного исследования процесса взаимодействия вихревого следа самолета (вихревой пары) с поверхностью земли при взлете и посадке. Расчеты выполнены в рамках двумерных нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса с использованием модели турбулентности Спаларта – Шура, представляющей собой обобщение модели переноса турбулентной вязкости Спаларта – Аллмараса на случай течений с кривизной линий тока и вращением. Аналогичные расчеты проведены по исходной модели Спаларта – Аллмараса и $k - \omega$ – модели Ментера. Получен ряд новых качественных и количественных данных о закономерностях, присущих рассматриваемому явлению.

Задача о взаимодействии вихревого следа самолета с поверхностью земли впервые экспериментально исследована в [1], где показано, что взаимодействие вихревой пары с твердой поверхностью приводит к отрыву пограничного слоя, индуцируемого на ней вихрями пары, с последующим формированием вторичных вихрей с противоположным основному направлению вращения. В результате взаимодействия этих вторичных вихрей с первичными последние постепенно отклоняются от классической гиперболической траектории $y^2 + z^2 = y^2 z^2 / (0.5b_0)^2$, предсказываемой теорией идеальной жидкости [2] (y – расстояние от центра вихря до плоскости симметрии пары, z – высота пары над поверхностью, b_0 – начальное расстояние между центрами вихрей), и как бы "отражаются" от поверхности, практически зависая над ней (именно по этой причине рассматриваемое явление получило название "отражение вихревой пары").

Описанный вязкий механизм отражения вихревой пары был подтвержден в дальнейшем в [3–7]. Однако многие его детали и, в частности, влияние турбулентности на основные характеристики этого процесса (траектории вихрей, высота их зависания над поверхностью, скорость диссипации) по-прежнему остаются неясными, что обусловлено, с одной стороны, широко распространенным мнением о слабом влиянии турбулентности на кинематику вихрей при высоких числах Рейнольдса, а с другой – исключительной сложностью моделирования турбулентных течений при наличии сильной кривизны линий тока и вращения, характерных для вихревого следа. В связи с этим в данном исследовании для расчета процесса отражения вихревой пары в качестве основной модели турбулентности выбрана модель Спаларта – Шура [8] (модель *I*), являющаяся обобщением модели переноса турбулентной вязкости Спаларта – Аллмараса [9] (модель *II*) на случай течений с сильной кривизной линий тока и вращением и, судя по первым результатам ее применения [10], обеспечивающая удовлетворительное описание этих эффектов. Наряду с моделью *I* для сравнения часть расчетов выполнена с применением исходной модели *II* и $k - \omega$ -модели Ментера [11] (модель *III*).

Кроме расчета отражения одиночной пары вихрей рассматривается также процесс отражения системы двух вихревых пар, представляющий интерес с точки зрения возможного увеличения скорости диссипации такой системы по сравнению с эквива-



Фиг. 1. Схема процесса отражения вихревой пары и конфигурация расчетной области в отсутствие (а) и при наличии (б) бокового ветра: 1, 2 – первичные вихри, 3, 4 – зеркально отраженные вихри; I – граница расчетной области, II – поверхность земли, III – входная граница, IV – выходная граница

лентной одиночной парой. Наконец, отдельные расчеты отражения вихревой пары проведены с учетом бокового ветра. Их главная цель состоит в оценке величины скорости ветра, при которой навстреченный вихрь зависает над взлетно-посадочной полосой (эта ситуация наиболее нежелательна с точки зрения безопасности полетов). Вместе с тем многие другие важные аспекты рассматриваемой проблемы (см. [12, 13]) здесь не затрагиваются.

1. Постановка задачи и метод расчета. Для описания рассматриваемого течения используются двумерные нестационарные уравнения Рейнольдса для несжимаемой жидкости в сочетании с одной из упомянутых во Введении моделей турбулентности I–III.

Одним из наиболее сложных моментов в постановке рассматриваемой задачи является задание начальных условий. Они должны отражать реальную картину течения в вихревой паре, находящейся на достаточно большой высоте над землей, когда эффекты взаимодействия с поверхностью еще не проявляются. Этому требованию удовлетворяет так называемый вихревой квадруполь, представляющий собой систему двух реальных и двух "воображаемых" (зеркально отраженных относительно плоскости земной поверхности) вихрей (см. схему на фиг. 1, а). Соответствующая такой системе вихрей функция тока имеет вид [2]

$$\Psi = \frac{G_0}{4\pi} \ln \left[\frac{(r_1^2 + r_c^2)(r_4^2 + r_c^2)}{(r_2^2 + r_c^2)(r_3^2 + r_c^2)} \right] \quad (1.1)$$

Здесь G_0 – заданная циркуляция единичного вихря, r_i ($i = 1-4$) – расстояния от рассматриваемой точки до центра соответствующего вихря, а r_c – радиус вихревого ядра. Функция тока Ψ (1.1) соответствует вихревой паре, движущейся вдаль от поверхности $z = 0$ в ее направлении со скоростью $V_d = G_0/(2\pi b_0)$.

При переходе к безразмерным переменным в качестве масштабов скорости и длины принимаются величины V_d и b_0 соответственно, масштаб избыточного давления $\delta p = (p - p_a)$ служит удвоенный скоростной напор ρV_d^2 (p_a – давление в окружающей среде, ρ – плотность воздуха), масштаб времени t – величина b_0/V_d , а масштаб турбулентной вязкости ν_t – кинематическая вязкость воздуха ν . Безразмерные переменные отмечены далее верхним индексом "штрих".

Поле скорости, определяемое функцией тока Ψ (1.1), имеет заданную циркуляцию вокруг каждого вихря $G'_0 = 2\pi$ и автоматически удовлетворяет условию непротекания $W' = 0$ на поверхности земли. Для того, чтобы начальные условия удовлетворяли

также и условию прилипания на поверхности, касательная компонента скорости V' домножается на функцию $[1 - \exp(-z'/z'_0)]$, где z'_0 – величина порядка толщины индуцируемого вихрями пограничного слоя (при проведении конкретных расчетов величина z'_0 полагалась равной 10^{-2}).

Как уже отмечалось, наряду с единичной вихревой парой рассматривался случай системы двух пар, характерный для следа самолета при взлете и посадке (вторая пара вихрей сходит с выдвинутых закрылков). В этом случае начальное поле скорости задавалось в виде системы двух квадрупольей с суммарной циркуляцией G'_0 . При этом первая вихревая пара (с расстоянием между центрами вихрей $y'_0(1) = 0,65$) имела циркуляцию $G'_0(1) = (2/3) G'_0$, а вторая (с $y'_0(2) = 0,2$) – $G'_0(2) = (1/3) G'_0$.

Кроме приведенных интегральных характеристик следа необходимо каким-либо образом задать начальный размер ядра r'_c и радиальное распределение циркуляции в вихре $G'(r')$. В данном исследовании последнее задавалось в виде гауссиана $G'(r')/G'_0 = 1 - \exp(-r'^2/r'^2_c)$. Что касается величины r'_c , то реальные вихри в следе за самолетом имеют очень малые размеры ($r'_c \leq 0,05$ [12]). Это создает значительные вычислительные трудности, поскольку для разрешения столь малых вихрей требуются исключительно мелкие сетки. В связи с этим перед проведением основной серии расчетов были выполнены специальные численные эксперименты с различными значениями r'_c . Полученные результаты свидетельствуют о том, что, несмотря на увеличение начальной кинетической энергии вихрей и максимальной завихренности, связанное с уменьшением r'_c , при $r'_c < 0,15$ это практически не сказывается на основных характеристиках процесса. Исходя из этого и учитывая резкий рост вычислительных затрат при дальнейшем значительном уменьшении r'_c , во всей рассматриваемой ниже серии расчетов радиус ядра задавался равным 0,1.

Наконец, в качестве начальных условий для уравнений переноса турбулентных характеристик в тонком поверхностном слое (при $z' \leq 0,05$) задавалось распределение турбулентной вязкости

$$v'_{i0} = \sin\left(\frac{\pi z'}{0,05}\right)$$

Во всей остальной области турбулентная вязкость полагалась равной нулю, поскольку известно, что вследствие интенсивного вращения уровень турбулентности существенно в вихрях очень низок.

В качестве граничных условий на поверхности земли ($z' = 0$) ставились стандартные условия прилипания для скорости и условие $\partial p'/\partial z' = 0$. На верхней (проницаемой) границе расчетной области (плоскость, удаленная от поверхности земли на расстояние $z' = 5$) используемые граничные условия зависели от знака нормальной составляющей вектора скорости. В точках, где она положительна (выходная граница), давление принималось равным давлению в окружающем воздухе, а для всех остальных переменных использовалась линейная экстраполяция из внутренних точек на границу. В точках верхней границы, где нормальная составляющая скорости отрицательна (входная граница), касательная компонента скорости V' равна нулю, нормальная составляющая W' определялась из линейной экстраполяции, а давление рассчитывалось из уравнения Бернулли: $\delta p' = -W'^2/2$.

При расчете течений без бокового ветра на левой границе расчетной области $y' = 0$ (см. фиг. 1, а) ставились условия симметрии. Правая граница области ($y' = y'_c$) также считалась плоскостью симметрии, хотя, конечно, таковой не являлась. Данное приближение оправдано в том случае, если в процессе эволюции вихрей они остаются на

достаточно большом расстоянии от правой границы (специальные расчеты показали, что для рассматриваемых условий течения это требование заведомо выполняется при $y'_r = 8$).

При исследовании течений с боковым ветром (см. фиг. 1, б) на левой (входной) границе области в качестве граничного условия задавалась скорость ветра V'_w , а на правой – давление (оно полагалось равным давлению в окружающей среде, $\delta p' = 0$). При этом положение левой границы области варьировалось в зависимости от скорости ветра от $y'_l = -4$ при $V'_w = 0,25$ до $y'_l = -3$ при $V'_w = 1$ (длина расчетной области во всех вариантах с ветром была одинаковой $y'_r - y'_l = 9$). При таком выборе положения и размеров области вихревая пара не покидала ее пределов по крайней мере вплоть до момента времени, вдвое превышающего время ее отражения от поверхности земли. Расчеты, выполненные с использованием области, увеличенной в 1,5 раза в обоих пространственных направлениях, показали, что это практически не сказывается на получаемом численном решении.

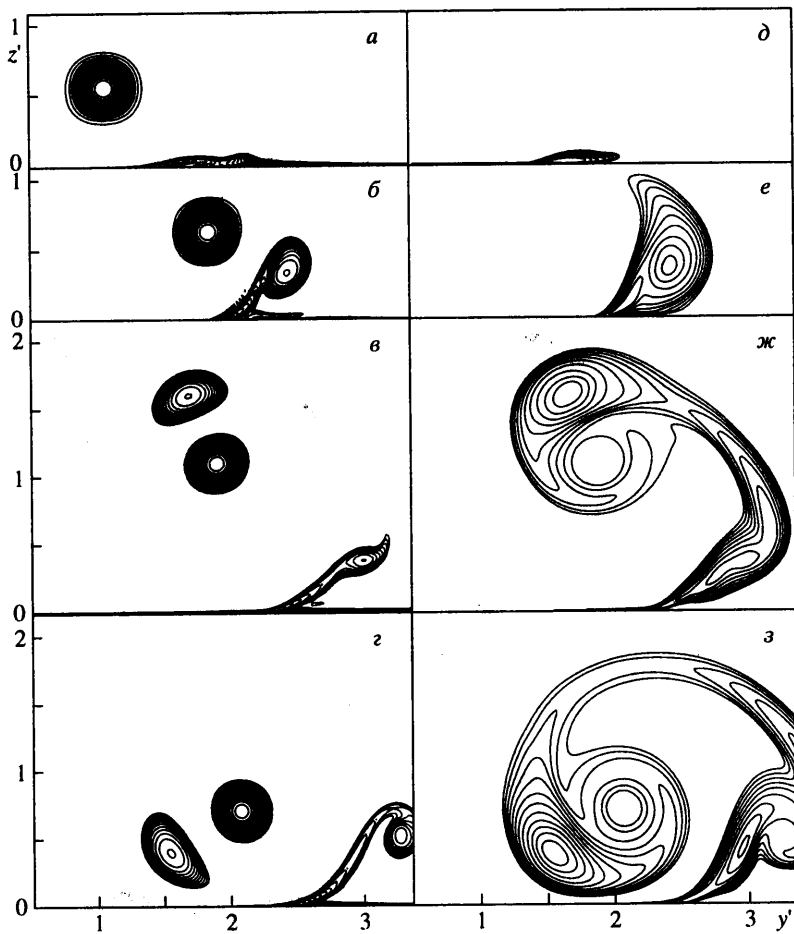
Расчеты проводились на основе нестационарной версии неявной противопоточной схемы расщепления разностей потоков [14], в которой невязкие члены исходных уравнений аппроксимируются с пятым порядком точности, а вязкие члены и производные по времени – со вторым. Для решения конечно-разностных аналогов уравнений движения и неразрывности использовался метод Гаусса – Зейделя (с релаксацией по линиям), а для решения уравнений переноса турбулентных характеристик потока (v_i, k, ω) – метод приближенной факторизации с диагональным преобладанием [15].

Расчеты течений без бокового ветра проводились на неподвижной сетке 211×211 со сгущением узлов в окрестности вихрей и в пристенном пограничном слое. Минимальное значение безразмерного шага сетки в окрестности вихрей было 0,02, минимальный пристенный шаг был равен $5 \cdot 10^{-6}$, а максимальное значение величины координаты первого пристенного узла в переменных закона стенки z_1^+ не превышало 0,5. Специальные проверочные расчеты, выполненные на более грубой сетке (151×151), показали, что мелкая сетка обеспечивала высокую точность решения для всех основных характеристик рассматриваемого течения. Аналогичные тестовые расчеты при различных значениях шага интегрирования по времени $\Delta t'$ (он изменялся в диапазоне 0,01–0,05) установили, что при $\Delta t' < 0,02$ решение практически перестает зависеть от $\Delta t'$.

Течения с боковым ветром рассчитывались с использованием того же шага по времени на сетке с аналогичной структурой и несколько большим числом узлов по координате y : $N_y \times N_z = 341 \times 211$.

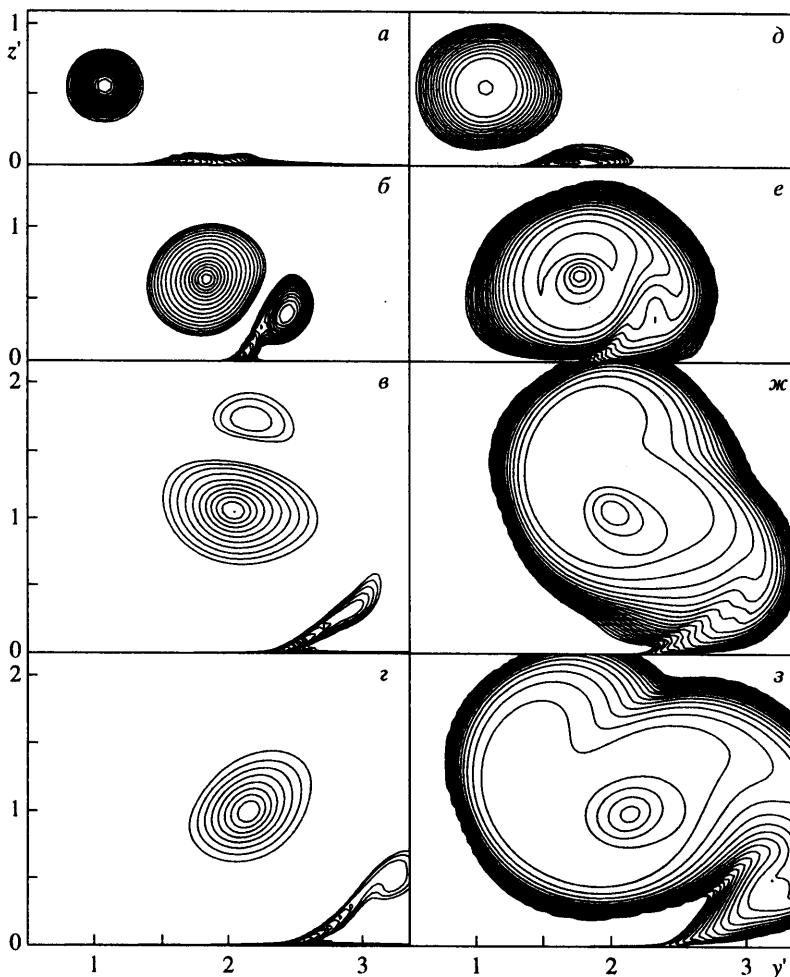
Рассматриваемые задачи полностью определяются двумя безразмерными параметрами; числом Рейнольдса $Re = V_d b_0 / \nu = G_0 / (2\pi\nu)$ и начальной высотой пары над уровнем земли $H' = H/b_0$. Для случая одиночной пары эти параметры задавались $5 \cdot 10^6$ и 2 соответственно. Для системы двух пар число Рейнольдса, построенное по суммарной циркуляции, имело то же значение $5 \cdot 10^6$, а начальная высота всех вихрей задавалась одинаковой $H' = 1,5$. Наконец, при расчетах отражения вихревой пары с учетом бокового ветра профиль скорости ветра предполагался однородным, величина V'_w варьировалась в пределах от 0,25 до 1, а число $Re = 5 \cdot 10^6$, как и в случаях без ветра.

2. Обсуждение результатов. Проведенные расчеты отражения единичной вихревой пары показали, что механизм этого процесса не зависит от используемой модели турбулентности и полностью согласуется с объяснением этого явления в [1]. Приближающаяся к поверхности земли вихревая пара индуцирует на ней горизонтальное течение с сильным локальным разрежением, находящимся непосредственно под центром вихря (данный этап процесса, отвечающий $t' = 2,5$, иллюстрирует фиг. 2, а, б). Это влечет за собой появление в пограничном слое, индуцированном вихрем на поверхности, положительного градиента давления, который возрастает по мере приближения вихрей к поверхности земли и на определенном этапе ($t' = 3,5$, фиг. 2, в, г)



Фиг. 4. Эволюция полей абсолютной величины завихренности ω' ($a - г$) и турбулентной вязкости ν'_t ($д - з$) в процессе отражения вихревой пары по модели I : $a, д - t' = 2.5$; $б, е - 3.5$; $в, ж - 5.0$; $г, з - 6.0$ (изолинии ω' построены в интервале $5 \leq \omega' \leq 100$ с $\Delta\omega' = 5$, ν'_t - в $10^2 \leq \nu'_t \leq 10^5$ с $\Delta(\lg \nu'_t) = 0.15$; максимальные значения ω' , ν'_t и величины ν'_t в ядре первичного вихря в указанные моменты времени приведены на фиг. 3)

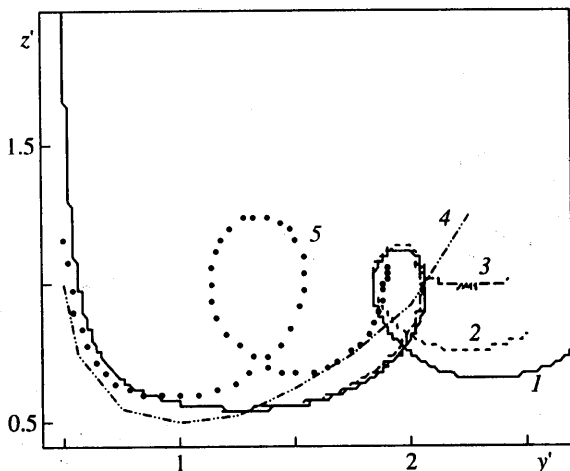
его количественные характеристики весьма существенно зависят от используемой модели. Например, как видно из фиг. 3, a , согласно модели II , сразу после зарождения турбулентности в первичном вихре (это происходит в результате диффузии турбулентности из вторичного вихря, образовавшегося в турбулентном пограничном слое на поверхности) в нем начинается резкий рост турбулентной вязкости, приводящий к быстрой диссипации вихря (см. кривые интегральной кинетической энергии потока E' и максимальной завихренности ω'_{\max} на фиг. 3, $б$). Такое поведение турбулентной вязкости ν'_t в рамках модели II является вполне закономерным, поскольку генерационный член этой модели пропорционален турбулентной вязкости и завихренности, а механизм подавления турбулентности в областях интенсивного вращения и большой кривизны линий тока в модели отсутствует. В модели I благодаря введению специальной поправки на вращение (см. [8, 10]) такой механизм имеется и, как видно из фиг. 3, он эффективно препятствует росту турбулентной вязкости в ядре первичного вихря и соответственно замедляет темп его диссипации.



Фиг. 5. Те же поля, что и на фиг. 4, по модели III (построены одинаковые с фиг. 4 линии уровней ω' и ν'); значения ω'_{\max} : а - г - 79; 37; 16; 11; значения ω'_{\max} и величины ν' в ядре первичного вихря: д - $1.35 \cdot 10^5$, $1.75 \cdot 10^4$; е - $1.65 \cdot 10^5$, $1.96 \cdot 10^4$; ж - $1.92 \cdot 10^5$, $2.48 \cdot 10^4$; з - $1.94 \cdot 10^5$; $2.69 \cdot 10^4$

Что касается расхождений результатов расчетов, полученных по моделям I и III, то их наглядно иллюстрируют поля завихренности ω' и турбулентной вязкости ν' на различных этапах процесса отражения вихревой пары, представленные на фиг. 4, 5. Наиболее существенным является то, что, согласно модели III, турбулентность начинает генерироваться в опускающейся к поверхности земли вихревой паре еще до начала ее взаимодействия с турбулентным пограничным слоем, индуцированным вихрями на поверхности (с физической точки зрения это ничем не оправдано). В результате значения турбулентной вязкости в первичных вихрях быстро возрастают и становятся близкими к значениям в пограничном слое и во вторичных вихрях. Это в свою очередь приводит к гораздо более быстрой, чем в рамках модели I, диссипации первичных вихрей (падению их кинетической энергии и максимальной завихренности).

Завершая анализ результатов расчетов процесса отражения единичной вихревой пары, следует обратиться к фиг. 6, на которой изображены траектории первичных



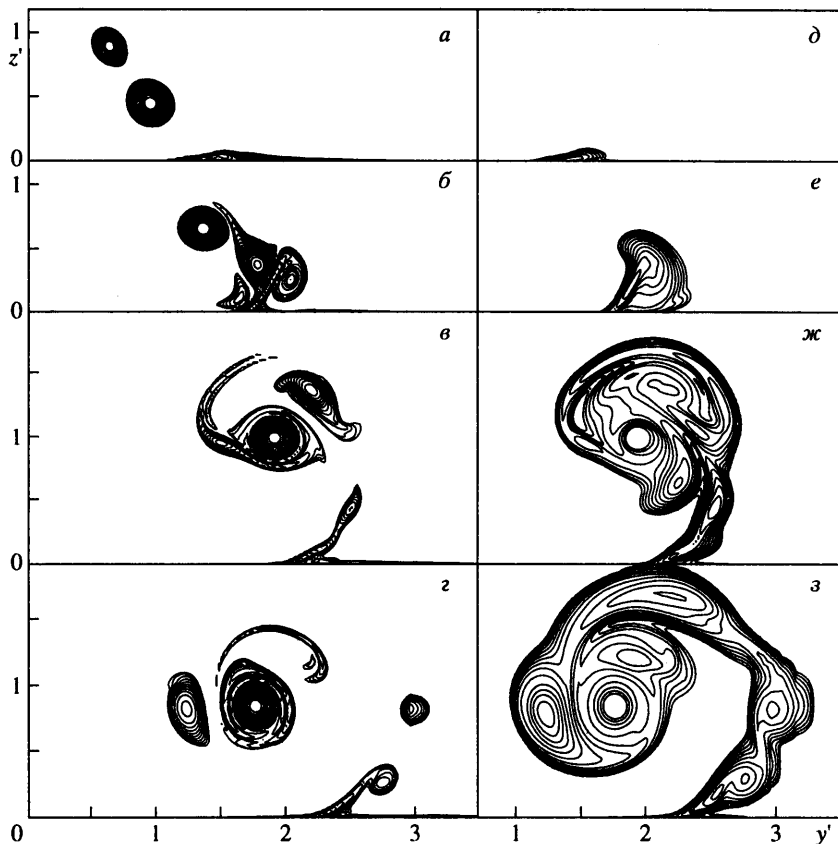
Фиг. 6. Траектории вихрей, рассчитанные по различным моделям турбулентности: 1-3 - модели I-III; 4 - модель для напряжений Рейнольдса [16], 5 - траектория для ламинарного режима

вихрей, определенные с использованием трех рассматриваемых моделей турбулентности, а также аналогичная траектория из [16], полученная по модели переноса напряжений Рейнольдса, и траектория, рассчитанная при $Re = 1,2 \cdot 10^3$ в предположении ламинарного режима течения. Как видно из этого сравнения, все турбулентные траектории на большей своей части весьма близки между собой, причем их расхождения проявляются в основном на поздней стадии процесса (после образования вторичного вихря и прохода нижней точки траектории) и связаны с различием соответствующих скоростей диссипации вихрей. В частности, из-за уже отмечавшейся завышенной скорости диссипации траектория, предсказываемая моделью III, не имеет "петли", характерной для траектории, рассчитанной по модели I.

Следует также отметить, что такая важная для практики величина, как высота отражения пары h'_{min} , на удивление слабо чувствительна к используемой модели турбулентности: все модели предсказывают практически одинаковое значение 0,56 (разброс не превышает величины шага сетки). Однако этот вывод не означает, что турбулентность никак не влияет на характеристики процесса отражения вихревой пары: турбулентные траектории вихрей сильно отличаются от ламинарной, для которой $h'_{min} = 0,65$. Таким образом, совокупность полученных результатов позволяет высказать предположение о том, что высота отражения вихрей определяется главным образом параметрами пристенного пограничного слоя, индуцированного вихрями. Эти параметры достаточно точно предсказываются всеми рассмотренными моделями турбулентности (чем и объясняется близость соответствующих расчетных значений h'_{min}), но существенно расходятся для турбулентного и ламинарного режимов течения в пограничном слое.

Расчеты процесса отражения от поверхности земли системы вихрей, состоящей из двух вихревых пар, проводились для случая, когда размеры ядер меньшего и большего вихрей $r'_c(1)$ и $r'_c(2)$ равны 0,05 и 0,1 соответственно. При этом для ответа на вопрос, имеет ли данная система большую скорость диссипации, чем одиночная пара, полученные результаты расчетов сравнивались с аналогичными результатами для эквивалентной одиночной пары, имеющей ту же суммарную циркуляцию и кинетическую энергию (радиус ядра такой пары $r'_c = 0,186$).

Общий характер процесса взаимодействия системы двух вихревых пар с поверхностью иллюстрирует фиг. 7, на которой представлены изолинии завихренности ω'



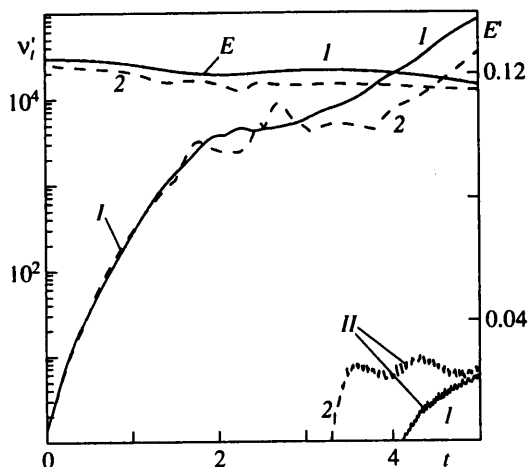
Фиг. 7. Эволюция полей абсолютной величины завихренности ω' (а – г) и турбулентной вязкости ν'_t (д – з) в процессе отражения от поверхности системы из двух вихревых пар: а, д – $t' = 1.5$; б, е – 2.5; в, ж – 3.5; г, з – 4.5; построены одинаковые с фиг. 4 линии уровней ω' и ν'_t ; значения ω'_{\max} : а – г – 124; 123; 121; 120

и турбулентной вязкости ν'_t в различные моменты времени, рассчитанные по модели I. На основе анализа этих данных предлагается следующий сценарий развития исследуемого процесса.

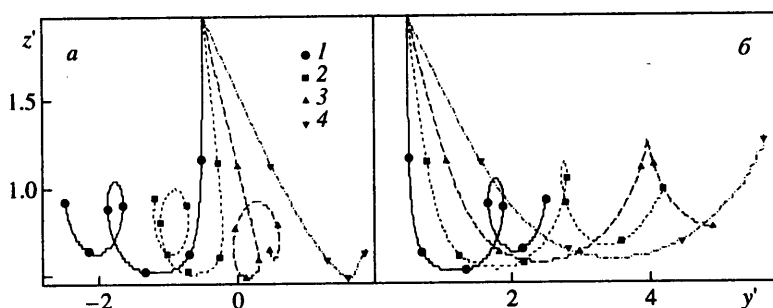
На начальной стадии (при $t' < 2,0-2,5$) слабый вихрь движется относительно сильного по круговой орбите подобно "спутнику", а вся система в целом опускается к поверхности земли. При этом турбулентная вязкость отлична от нуля только в пристенном пограничном слое.

В момент времени $t' \approx 2.5$ поле завихренности становится весьма сложным и характеризуется одновременным наличием вблизи поверхности земли по крайней мере трех отдельных (двух первичных и одного вторичного) вихрей. Примерно в этот момент вторичный вихрь начинает отделяться от поверхности (судя по картине течения, представленной на фиг. 7, б, в рассматриваемом конкретном случае это происходит под воздействием более слабого из первичных вихрей).

На отрезке времени $2,5 < t' < 3,5$ все три вихря интенсивно взаимодействуют между собой (они как бы обволакивают друг друга) и с пограничным слоем, в результате чего от поверхности отрывается новый вторичный вихрь. После этого процесс развивается аналогично тому, как это имеет место в подробно рассмотренном выше случае одиночной пары.



Фиг. 8. Сравнение зависимостей кинетической энергии E' , максимальных значений v'_i (I) и величин v'_i в ядре первичного вихря (II) от времени для одиночной вихревой пары (I) и для системы из двух пар (2)



Фиг. 9. Влияние бокового ветра на траектории наветренного (а) и подветренного (б) вихрей: 1-4 - $V'_w = 0; 0.25; 0.5; 1$; символами отмечены равные временные интервалы $\Delta t' = 1$

Что касается турбулентной вязкости, то она появляется в более сильном первичном вихре только при $t' = 3.5$ (главным образом за счет диффузии из турбулизированных вторичных вихрей - фиг. 7, ж). Поэтому вплоть до конца расчета ($t' = 5$) максимальное значение турбулентной вязкости намного превышает ее величину в ядре первичного вихря (см. фиг. 8). В результате, как хорошо видно из представленных на фиг. 8 зависимостей интегральной кинетической энергии вихрей от времени, скорость диссипации следа, образованного системой из двух вихревых пар, практически совпадает со значением для одиночной пары.

Как известно, слабый боковой ветер усиливает опасность, создаваемую самолетом при взлете и посадке, так как при определенной скорости он может приводить к "зависанию" вихревого следа над взлетно-посадочной полосой. Исследованию данного явления посвящены, например, [17-19], однако в использовавшихся моделях турбулентности эффекты кривизны линий тока по существу не учитывались, что, как показано выше, может приводить к заметным количественным неточностям и даже к качественному искажению результатов.

Как показывают выполненные расчеты (см. фиг. 9), основным эффектом бокового ветра связан с появлением асимметрии наветренного и подветренного вихрей. В частности, наличие ветра приводит к более раннему отрыву наветренного вторичного вихря и, как следствие, к более раннему отражению соответствующего первичного вихря от поверхности земли. Кроме того, наветренный вихрь имеет большую, чем подветренный, высоту отражения. Наконец, из анализа представленных на фиг. 9 траекторий следует, что, согласно модели 1, наиболее опасная (приводящая к завихрению наветренного вихря над взлетно-посадочной полосой) скорость ветра лежит в интервале $V'_w = 0,25-0,5$, т.е. существенно ниже значения $V'_w = 1$, получаемого в рамках модели идеальной жидкости.

Заключение. На основе нестационарных двумерных уравнений Рейнольдса проведен детальный анализ эволюции вихревой пары и системы двух пар в процессе их взаимодействия с поверхностью земли. Показано, что модификация модели Спаларта – Аллмараса, учитывающая влияние кривизны линий тока и вращения на характеристики турбулентности, позволяет качественно верно описать все стадии этого процесса, в то время как исходная модель Спаларта – Аллмараса и $k - \omega$ -модель Ментера, хотя и по совершенно различным причинам, приводят к значительному завышению скорости диссипации пары.

Начальная стадия процесса и, в частности, высота отражения вихревой пары от поверхности h'_{min} , являющаяся одной из наиболее важных с практической точки зрения характеристик процесса, слабо зависят от используемой модели турбулентности: все три рассмотренные модели предсказывают практически одну и ту же величину 0,56, которая, однако, существенно отличается от соответствующего ламинарного значения 0,65. Скорости диссипации системы из двух вихревых пар и эквивалентной одиночной пары практически совпадают между собой.

Влияние бокового ветра на процесс отражения вихревой пары проявляется главным образом в асимметрии течения. При этом различие высот отражения наветренного и подветренного вихрей в рассмотренном диапазоне изменения скорости ветра может достигать 20%. Наиболее опасная скорость ветра V'_w составляет 0,25–0,5 и оказывается значительно более низкой, чем значение $V'_w = 1$, определенное по модели идеальной жидкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке компании "Боинг" и при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 97-02-16492 и 00-02-17184).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Harvey J.K., Perry F.J. Flowfield produced by trailing vortices in the vicinity of the ground // AIAA Journal. 1971. V. 9. № 8. P. 1659–1661.
2. Ламб Г. Гидродинамика. М.; Л.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
3. Bilanin A.J., Teske M.E., Hirsh J.E. Neutral atmospheric effects on the dissipation of aircraft vortex wakes // AIAA Journal. 1978. V. 16. № 9. P. 956–961.
4. Ciffone D.L., Pedley B. Measured wake-vortex characteristics of aircraft in ground effect // J. Aircraft. 1979. V. 16. № 2. P. 102–109.
5. Peace A.J., Riley N.A. Viscous vortex pair in ground effect // J. Fluid Mech. 1983. V. 129. P. 409–426.
6. Orlandi P. Vortex dipole rebound from a wall // Phys. Fluids. A. 1990. V. 2. № 8. P. 1429–1436.
7. Corjon A., Poinso T. Wake vortices behavior near the ground // Proc. 2nd Intern. Workshop on Vortex Flows and Related Numerical Methods. Paris, 1995. P. 279–294.
8. Spalart P.R., Shur M.L. On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature // Aerospace Sci. and Technol. 1997. V. 1. № 5. P. 297–302.
9. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1992. № 92-0439. 21 p.

10. *Menter F.R.* Zonal two equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1993. № 93-2906. 21 p.
11. *Shur M., Spalart P.R., Strelets M., Travin A.* Turbulence modeling in rotating and curved channels – assessment of the Spalart-Shur correction term // AIAA Paper. 1998. № 98-0325. 16 p.
12. *Spalart P.R.* Airplane trailing vortices // Annu. Rev. Fluid Mech. 1996. V. 30. P. 107–138.
13. The Characterisation and Modification of Wakes from Lifting Vehicles in Fluids. AGARD Conf. Proc. 1996. V. 584. 428 p.
14. *Rogers S.E., Kwak D.* Upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier – Stokes equations // AIAA Journal. 1990. V. 28. № 2. P. 253–262.
15. *MacCormack R.W.* A new implicit algorithm for fluid flow // Proc. 13th AIAA Computational Fluid Dynamics Conf. Snowmass Village (USA), 1997. P. 112–119.
16. *Zheng Z.C., Ash R.L.* Study of aircraft wake vortex behavior near the ground // AIAA Journal. 1996. V. 34. № 3. P. 580–589.
17. *Robins E.R., Delisi D.P.* Potential hazard of aircraft wake vortices in ground effect with crosswind // J. Aircraft. 1993. V. 30. № 2. P. 201–206.
18. *Ash R.L., Zheng Z.C., Greene G.C.* Cross wind effects on the turbulent aircraft wake vortices near the ground // AIAA Paper. 1994. № 94-2381. 11 p.
19. *Corjon A., Rizzo F., Stoessel A., Poinot T.* Three-dimensional direct numerical simulations of wake vortices: atmospheric turbulence effects and rebound with crosswind // AGARD Conf. Proc. V. 584. 1996. P. 28-1–28-21.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
20.XII.1999