

УДК 533.6.011.8

© 2001 г. В.Ю. КАЗАКОВ

## ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ТЕРМОХИМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО ГАЗА ОКОЛО ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ

В рамках модели параболизированного вязкого ударного слоя для условий входа в атмосферу Земли исследуются параметры течения около затупленных тел, обтекаемых под углами атаки и скольжения, с учетом термической и химической неравновесности в потоке, многокомпонентной диффузии и гетерогенных каталитических реакций. Наряду с колебательно-диссоциационным взаимодействием учитывалось взаимное влияние реакций обмена и колебательной релаксации молекул. Проведен анализ влияния неравновесности течения на тепловые и силовые нагрузки на наветренной поверхности трехосных эллипсоидов.

Важнейшей особенностью обтекания тел при их движении в атмосфере Земли с гиперзвуковой скоростью является высокая температура газа в ударном слое (до 30 000 К), поэтому при исследовании силовых и тепловых нагрузок на поверхность на участке траектории входа выше 50–60 км при  $M \geq 5$ –6 необходимо учитывать то, что химические реакции в высокотемпературном воздухе неравновесные и протекают на фоне релаксации колебательных степеней свободы двухатомных молекул [1, 2]. Учет термохимической неравновесности в ударном слое приводит к усложнению математической модели течения и необходимости использования для ее замыкания результатов обработки большого количества экспериментальных данных как по характерным временам колебательной релаксации, так и по константам скоростей химических реакций [3–5].

Теория колебательно-диссоциационного взаимодействия [6] положена в основу большого числа исследований течений в ударном слое около затупленных тел как для моделей гиперзвукового и полного вязкого ударного слоя [7–10], так и для параболизированных уравнений Навье – Стокса [11, 12]. Установлено, что процессы колебательной релаксации значительно влияют на структуру течения в ударном слое (тепловой поток к поверхности тела увеличивается до 30% в зависимости от условий обтекания), а также подчеркивается необходимость дальнейшего уточнения механизмов колебательно-химического взаимодействия. При этом большинство результатов получено либо в окрестности точки торможения затупленного тела, либо в двумерной постановке.

В модели колебательно-диссоциационно-обменного взаимодействия [13] расширена номенклатура реакций, участвующих в процессе колебательно-химического взаимодействия, за счет реакций обмена. В ее рамках в [14] исследовалось обтекание затупленных тел под углами атаки и скольжения в приближении тонкого (гиперзвукового) вязкого ударного слоя.

В данной работе используется газодинамическая модель параболизированного вязкого ударного слоя, которая, будучи промежуточной между моделями тонкого и полного вязких ударных слоев, существенно расширяет размер области решения по маршевой координате по сравнению с тонким ударным слоем, сохраняя возможность использования маршевых методов для решения исходных уравнений [15, 16]. Используется эффективный маршевый метод расчета, имеющий повышенный порядок

точности по нормальной координате, не требующий предварительного разрешения соотношений Стефана – Максвелла относительно диффузионных потоков и позволяющий проводить расчеты течений, не обладающих плоскостями симметрии.

**1. Постановка задачи.** В предположении локально равновесного распределения энергии поступательных и внутренних степеней свободы частиц система уравнений параболизированного вязкого ударного слоя, описывающая пространственное течение вязкого, термохимически неравновесного, многокомпонентного газа между ударной волной и поверхностью тела, имеет следующий безразмерный вид:

$$\frac{\partial}{\partial x^i} \left( \rho u^i \sqrt{\frac{a}{a_{(ii)}}} \right) = 0, \quad \rho D c_i + \frac{\partial I_i}{\partial x^3} = \dot{\omega}_i, \quad i \leq N-1 \quad (1.1)$$

$$\rho (D u^\alpha + A_{\beta\delta}^\alpha u^\beta u^\delta) = -a^{\alpha\beta} \sqrt{a_{(\alpha\alpha)}} P_\beta + \frac{\partial}{\partial x^3} \left( \frac{\mu}{\text{Re}} \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^3} \right) \quad (1.2)$$

$$\rho (D u^3 + A_{\beta\delta}^3 u^\beta u^\delta) = -\frac{\partial p}{\partial x^3}, \quad \frac{\partial P_\alpha}{\partial x^3} = -\frac{\partial}{\partial x^\alpha} (\rho A_{\beta\delta}^3 u^\beta u^\delta) \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x^3} \left( \frac{\mu c_p^\circ}{\text{Pr}^\circ \text{Re}} \frac{\partial T}{\partial x^3} - \sum_{i=1}^{N_M} \frac{\mu}{\text{Re Sm}_i} \frac{\partial}{\partial x^3} (\epsilon_i^\circ - \epsilon_i) + \sum_{i=1}^{N_M} \frac{\epsilon_i^\circ - \epsilon_i}{\text{Sm}_i} Y_i \right) = \quad (1.4)$$

$$= -2Dp + \rho c_p^\circ DT - \rho \sum_{i=1}^N D(\epsilon_i^\circ - \epsilon_i) - \frac{2\mu B_{\alpha\beta}}{\text{Re}} \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^3} \frac{\partial u^\beta}{\partial x^3} + \sum_{i=1}^N h_i^\circ \dot{\omega}_i + \sum_{i=1}^N I_i c_{pi}^\circ \frac{\partial T}{\partial x^3}$$

$$\rho D \epsilon_i + \frac{\partial}{\partial x^3} \left( -\frac{\mu}{\text{Re Sm}_i} \frac{\partial \epsilon_i}{\partial x^3} + \frac{\epsilon_i}{\text{Sm}_i} Y_i \right) = \rho \frac{\epsilon_i^\circ - \epsilon_i}{\tau_i^{\text{VT}}} + \dot{E}_i^{\text{CV}}, \quad i \leq N_M \quad (1.5)$$

$$I_i = \alpha_i \frac{\partial c_i}{\partial x^3} + \beta_i c_i, \quad i \leq N-1 \quad (1.6)$$

$$p = \rho T \frac{R_A T_0}{V_\infty^2} \sum_{k=1}^N \frac{c_k}{m_k}, \quad \sum_{i=1}^N I_i = 0, \quad \sum_{i=1}^N c_i = 1 \quad (1.7)$$

$$D = \frac{u^\alpha}{\sqrt{a_{(\alpha\alpha)}}} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} + u^3 \frac{\partial}{\partial x^3}, \quad P_\alpha \equiv \frac{\partial p}{\partial x^\alpha}, \quad \text{Re} = \frac{\rho_\infty V_\infty L}{\mu(T_0)}, \quad T_0 = 10^4 \text{ K}$$

$$A_{\alpha\beta}^i = \Gamma_{\alpha\beta}^i \frac{a_{(ii)}}{\sqrt{a_{(\alpha\alpha)} a_{(\beta\beta)}}}, \quad B_{\alpha\beta} = \frac{a_{\alpha\beta}}{\sqrt{a_{(\alpha\alpha)} a_{(\beta\beta)}}}, \quad \text{Sm}_i = \frac{\mu}{\rho} \sum_{k=1}^N \frac{c_k m}{m_k D_{ik}}$$

$$\frac{1}{\tau_i^{\text{VT}}} = \sum_{j=1}^N \frac{m c_j}{m_j \tau_{ij}^{\text{VT}}}, \quad Y_i = \sum_{j=1}^N I_j \frac{m}{m_j} \left( \text{Sm}_{ij} + \sum_{k=1}^N c_k \text{Sm}_{kj} \left( \frac{m_j}{m_k} - 1 \right) \right), \quad i \leq N_M$$

Здесь  $x^i$  – криволинейная система координат, нормально связанная с поверхностью тела. Предполагается суммирование по повторяющимся индексам, если они не заключены в круглые скобки. Если особо не оговорено, латинские индексы меняются от 1 до 3, греческие – от 1 до 2. Обозначено:  $V_\infty u^i$  – физические компоненты вектора скорости;  $V_\infty^2 \rho_\infty p$ ,  $\rho_\infty \rho$ ,  $T_0 T$  – давление, плотность и температура газовой смеси, состоящей из  $N$  компонент, включая  $N_M$  молекул;  $\mu_0 \mu$ ,  $V_\infty^2 c_p^\circ / (2T_0)$ ,  $\text{Pr}^\circ$ ,  $m$  – вязкость, удельная теплоемкость при постоянном давлении, число Прандтля и молекулярная масса смеси;  $c_i$ ,  $m_i$ ,  $V_\infty^2 h_i^\circ / 2$ ,  $V_\infty^2 \epsilon_i / 2$ ,  $V_\infty^2 c_{pi}^\circ / (2T_0)$ ,  $V_\infty \rho_\infty J_i$ ,  $V_\infty \rho_\infty \dot{\omega}_i / L$ ,  $V_\infty^3 \rho_\infty \dot{E}_i^{\text{CV}} / 2L$ ,

$\tau_{ij}^{VT} L / V_{\infty}$ ,  $Sm_{ij}$  – массовая концентрация, молекулярный вес, удельная энтальпия, удельная колебательная энергия молекул  $i$ -го сорта, отнесенная к единице массы смеси, удельная теплоемкость, нормальная компонента вектора диффузионного потока, скорость образования  $i$ -го компонента, скорость образования колебательной энергии молекул  $i$ -го сорта за счет химических реакций, характерное время колебательно-поступательной релаксации  $i$ -ой молекулы при столкновении с частицей  $j$ -го сорта и бинарные числа Шмидта;  $L$  – характерный линейный размер задачи;  $a_{\alpha\beta}$ ,  $b_{\alpha\beta}$ ,  $\Gamma_{\alpha\beta}^i$  – ковариантные компоненты первой и второй квадратичной формы поверхности тела и символы Кристоффеля.

Форма записи уравнения притока тепла (1.4) через величины, вычисленные при термодинамически равновесных условиях (с индексом  $^{\circ}$  вверху), позволяет легко модифицировать программы, разработанные для равновесных течений. Кроме того, представление уравнений баланса энергии колебательных степеней свободы в виде (1.5) для  $\epsilon_i$  (удельной колебательной энергии, отнесенной к единице массы смеси), позволяет избежать сингулярных возмущений в этих уравнениях при полной диссоциации молекул  $i$ -го сорта в потоке [17]. Обмен энергии при колебательно-колебательных взаимодействиях не учитывался. Для определения характерных времен колебательно-поступательной релаксации  $\tau_{ij}^{VT}$  использовались данные [3, 18, 19] с учетом поправки для высоких температур [20]. Коэффициенты  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  в соотношениях Стефана – Максвелла (1.6) приведены в [16].

В качестве граничных условий для уравнений (1.1)–(1.7) на ударной волне используется гиперзвуковое приближение обобщенных соотношений Ренкина – Гюгонно

$$x^3 = x_s^3(x^1, x^2): \quad \rho \left( u^3 - \frac{u^\alpha}{\sqrt{a_{(\alpha\alpha)}}} \frac{\partial x_s^3}{\partial x^\alpha} \right) = u_\infty^3, \quad p = (u_\infty^3)^2$$

$$P_\alpha = 2u_\infty^3 \frac{\partial u_\infty^3}{\partial x^\alpha}, \quad u_\infty^3(u^\alpha - u_\infty^\alpha) = \frac{\mu}{Re} \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^3} \quad (1.8)$$

$$\frac{\mu c_p^\circ}{Pr^\circ Re} \frac{\partial T}{\partial x^3} - \sum_{i=1}^{N_M} \frac{\mu}{Re Sm_i} \frac{\partial}{\partial x^3} (\epsilon_i^\circ - \epsilon_i) + \sum_{i=1}^{N_M} \frac{\epsilon_i^\circ - \epsilon_i}{Sm_i} Y_i =$$

$$= u_\infty^3 \left( \sum_{i=1}^N c_{i\infty} (h_i^\circ - h_{i\infty}^\circ) - \sum_{i=1}^{N_M} (\epsilon_i^\circ - \epsilon_i) - (u_\infty^3)^2 - B_{\alpha\beta} (u^\alpha - u_\infty^\alpha)(u^\beta - u_\infty^\beta) \right)$$

$$u_\infty^3 (c_i - c_{i\infty}) + I_i = 0, \quad i \leq N-1$$

$$\frac{\mu}{Re Sm_i} \frac{\partial \epsilon_i}{\partial x^3} - Y_i \frac{\epsilon_i}{Sm_i} = \epsilon_{i\infty} - \epsilon_i, \quad i \leq N_M$$

Граничные условия на теле

$$x^3 = 0: \quad u^i = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

$$I_i = \dot{\eta}_i \quad (i \leq N - N_{el}), \quad I_j^* = 0, \quad N - N_{el} + 1 \leq j \leq N - 2 \quad (1.9)$$

$$\frac{\mu c_p^\circ}{Pr^\circ Re} \frac{\partial T}{\partial x^3} - \sum_{i=1}^N I_i h_i^\circ - \sum_{i=1}^{N_M} \frac{\mu}{Re Sm_i} \frac{\partial}{\partial x^3} (\epsilon_i^\circ - \epsilon_i) + \sum_{i=1}^{N_M} \frac{\epsilon_i^\circ - \epsilon_i}{Sm_i} Y_i = \frac{2\epsilon_b \sigma_b T_0^4}{\rho_\infty V_\infty^3} T^4$$

Здесь  $\dot{\eta}_i$  – скорость образования  $i$ -го компонента за счет гетерогенных реакций,  $\epsilon_b$  – коэффициент черноты поверхности,  $\sigma_b$  – константа Стефана – Больцмана,  $I_j^*$  – диффузионный поток  $j$ -го элемента,  $N_{el}$  – число элементов в смеси. Индексы  $w, \infty, s$

соответствуют значениям на поверхности тела, в набегающем потоке и за ударной волной. Предполагая, что гетерогенные реакции являются реакциями каталитической рекомбинации первого порядка, пренебрегая реакциями диссоциации на поверхности, граничное условие для энергии колебательных степеней свободы в форме балансового соотношения для потока колебательной энергии на поверхности [2] можно представить в виде

$$-\frac{\mu}{\text{ReSm}_i} \frac{\partial \epsilon_i}{\partial x^3} + \frac{\epsilon_i}{\text{Sm}_i} Y_i = K_{wi}^v \rho (\epsilon_i(T_w) - \epsilon_i) + \rho k_{wi} c_{Ai} \epsilon_R, \quad i \leq N_M \quad (1.10)$$

Здесь  $K_{wi}^v$  – константа гетерогенной дезактивации колебательных степеней свободы молекул  $i$ -го сорта,  $k_{wi}$  – константы каталитической рекомбинации,  $c_{Ai}$  – концентрация атомов, составляющих молекулу  $i$ -го сорта,  $\epsilon_R$  – среднее изменение колебательной энергии в результате единичного акта гетерогенной рекомбинации. Вследствие существующей в настоящее время неопределенности для  $K_{wi}^v$  и  $\epsilon_R$  рассматривались варианты с некаталитической и идеально каталитической поверхностью в комбинации с предельными выражениями для (1.10)

$$\epsilon_{iw} = \epsilon_{iw}^0, \quad (K_{wi}^v \rightarrow \infty) \quad (1.11)$$

$$\left. \frac{\partial \epsilon_i}{\partial x^3} \right|_w = 0, \quad K_{wi}^v = 0, \quad \epsilon_R = 0, \quad i \leq N_M \quad (1.12)$$

Воздух моделировался пятикомпонентной смесью N, O, NO, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, в которой протекают реакции диссоциации-рекомбинации O<sub>2</sub> + M = 2O + M, N<sub>2</sub> + M = 2N + M, NO + M = N + O + M и реакции обмена N + O<sub>2</sub> = NO + O, O + N<sub>2</sub> = NO + N, где M – символ третьей частицы N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, NO, N, O. Зависимости констант прямой и обратной реакции от поступательно-вращательной температуры взяты из [21]. Для вычисления коэффициентов переноса и термодинамических величин использованы данные [22–24].

Удельная колебательная энергия молекул  $i$ -го сорта, отнесенная к единице массы смеси  $\epsilon_i$ , для модели гармонического осциллятора, обрезанного на уровне  $N_i$ , имеет вид

$$\epsilon_i = c_i \frac{R_A \theta_i}{m_i} \left( \frac{1}{\exp(\theta_i / T_i) - 1} - \frac{N_i}{\exp(N_i \theta_i / T_i) - 1} \right), \quad i \leq N_M$$

где  $T_i$  – колебательная температура молекул  $i$ -го сорта,  $\theta_i$  – характеристическая колебательная температура.

Представление констант скоростей диссоциации молекул с использованием фактора взаимодействия  $V_{Di}(T, T_i)$  [6, 25] позволяет учесть влияние колебаний на кинетику химических реакций в виде

$$k_{fi}^* (T, T_i) = V_{Di}(T, T_i) k_{fi}(T), \quad V_{Di}(T, T_i) = \frac{Q^{N_{Di}}(T) Q^{N_{Di}}(T_{fi})}{Q^{N_{Di}}(T_i) Q^{N_{Di}}(-U_{Di})}$$

$$Q^{N_{Di}}(T) = \frac{1 - \exp(-N_{Di} \theta_i / T)}{1 - \exp(-\theta_i / T)}, \quad \frac{1}{T_{fi}} = \frac{1}{T_i} - \frac{1}{T} - \frac{1}{U_{Di}}$$

$$N_{Di} = \text{int} \left( \frac{\theta_{Di}}{\theta_i} \right) + 1$$

Здесь  $Q^{N_{Di}}(T)$  – статистическая сумма по состояниям колебательной энергии для гармонического осциллятора, обрезанного на уровне  $N_{Di}$ ;  $\theta_{Di}$  – характерная температура диссоциации молекулы;  $U_{Di}$  – параметр модели, выражающий вероятность диссоциации с определенного колебательного уровня энергии.

Для реакций обмена фактор взаимодействия для констант скоростей прямых реакций  $V_{Ei}(T, T_i)$  имеет вид [13]

$$V_{Ei}(T, T_i) = \frac{Q^{N_{Di}}(T) U_{Pi}}{Q^{N_{Di}}(T_i) Dn_i}, \quad \frac{1}{T_{Fi}} = \frac{1}{T_i} - \frac{1}{T} - \frac{1}{U_{Ei}}, \quad \alpha_i = \frac{\epsilon_{Ai}}{N_{Ai} \theta_i}$$

$$U_{Pi} = Q^{N_{Ai}}(T_{Fi}) \exp\left(-\frac{\epsilon_{Ai}}{U_{Ei}}\right) + Q^{N_{Di}-N_{Ai}}(T_i) \exp\left(\frac{\epsilon_{Ai}}{T} - \frac{\epsilon_{Ai}}{\alpha_i T_i}\right)$$

$$Dn_i = Q^{N_{Ai}}(-U_{Ei}) \exp\left(-\frac{\epsilon_{Ai}}{U_{Ei}}\right) + Q^{N_{Di}-N_{Ai}}(T) \exp\left(\frac{\epsilon_{Ai}}{T} - \frac{\epsilon_{Ai}}{\alpha_i T_i}\right)$$

Здесь  $N_{Ai}$  – число колебательных уровней в  $i$ -ой молекуле, которая рассматривается как гармонический осциллятор, обрезанный в соответствии с энергией активации  $\epsilon_{Ai}$ . Параметры модели приведены ниже.

Молекулы	$\theta$ , К	$\theta_D$ , К	$N_D$	$U_D$	$\epsilon_A$ , К	$N_A$	$U_E$
O <sub>2</sub>	2240	59 500	27	$\theta_D/6$	3020	2	$\epsilon_A/5$
N <sub>2</sub>	3354	113 200	34	$\theta_D/2$	37 750	12	$\epsilon_A/5$

Предполагается, что колебательная релаксация влияет только на константы прямых реакций (диссоциации и обмена) и молекулы NO находятся в термодинамическом равновесии.

В уравнении (1.7) скорость образования колебательной энергии за счет химических реакций можно представить в виде [6, 13]

$$\dot{E}_i^{CV} = \dot{E}_i^D + \dot{E}_i^E$$

$$\dot{E}_i^D = \frac{\dot{\omega}_i^{gD}}{\rho_i} e_i^{N_{Di}}(-U_{Di}) - \frac{\dot{\omega}_i^{ID}}{\rho_i} e_i^{N_{Di}}(T_{Fi}), \quad \dot{E}_i^E = \frac{\dot{\omega}_i^{gE}}{\rho_i} e_i^{gE} - \frac{\dot{\omega}_i^{IE}}{\rho_i} e_i^{IE}$$

Здесь  $\dot{\omega}_i^{gD}/\rho_i$  и  $\dot{\omega}_i^{ID}/\rho_i$  – скорости образования и исчезновения молекул O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> в первых двух реакциях диссоциации,  $e_i^{N_D}$  – удельная колебательная энергия молекул  $i$ -го сорта, отнесенная к единице массы  $i$ -го компонента и вычисленная для модели обрезанного на уровне  $N_D$  гармонического осциллятора,  $e_i^{IE}$  и  $e_i^{gE}$  – потери и прирост колебательной энергии в реакциях обмена, которые имеют вид

$$e_i^{IE} = \frac{A_1^{li} + A_2^{li}}{A_3^{li} + A_4^{li}}, \quad e_i^{gE} = \lim_{T_i \rightarrow T} e_i^{IE}$$

$$A_1^{li} = \exp\left(-\frac{\epsilon_{Ai}}{U_{Ei}}\right) Q^{N_{Ai}}(T_{Fi}) e_i^{N_{Ai}}(T_{Fi})$$

$$A_2^{li} = \exp\left(\frac{\epsilon_{Ai}}{T}\right) [Q^{N_{Di}}(T_i) e_i^{N_{Di}}(T_i) - Q^{N_{Ai}}(T_i) e_i^{N_{Ai}}(T_i)]$$

$$A_3^{li} = \exp\left(-\frac{\epsilon_{Ai}}{U_{Ei}}\right) Q^{N_{Ai}}(T_{Fi}), \quad A_4^{li} = \exp\left(\frac{\epsilon_{Ai}}{T} - \frac{\epsilon_{Ai}}{\alpha_i T_i}\right) Q^{N_{Di}-N_{Ai}}(T_i)$$

**2. Обсуждение результатов.** Метод численного решения системы уравнений (1.1) – (1.7) с граничными условиями (1.8)–(1.11) подробно изложен в [16]. Там же приведены результаты его апробации и представлены данные о точности и области применимости.

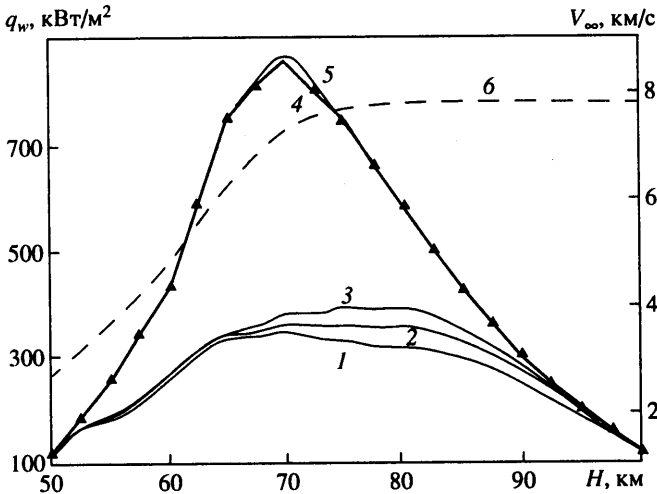
Система уравнений и граничные условия записываются в переменных типа переменных Дородницына. Это позволяет разрешить особенности в уравнениях в окрестности критической точки, сделать более плавным изменение параметров течения по продольной координате и автоматически сгустить координатные линии поперек течения в областях с большой плотностью. В качестве координатных линий на поверхности использовались линии пересечения поверхности тела и координатных поверхностей сферической системы координат (по угловым переменным), ось которой проходит через критическую точку и параллельна вектору набегающего потока, а центр находится внутри тела. С целью увеличения расчетной области используется нормировка продольной координаты в зависимости от угловой. Например, для эллипсоида продольная координата достигает единицы на линии, где нормаль к поверхности перпендикулярна вектору набегающего потока. Использование данной системы координат позволяет получить невырожденные уравнения для продольного и окружного градиентов давления и решить проблему замыкания на боковой поверхности тела. Оптимальность выбора системы координат обусловлена ее зависимостью от параметров набегающего потока (углов атаки и скольжения). Данная система координат имеет особенность, поэтому в окрестности критической точки решение получается в локальной системе координат, связанной с главными кривизнами поверхности, а затем пересчитывается в основную.

Используется маршевый алгоритм, основанный на неявной конечно-разностной схеме, с порядком аппроксимации  $O(\delta\xi^1) + O(\delta\xi^2)^2 + O(\delta\xi^3)^4$ , обобщающей на трехмерный случай схему [26]. Здесь  $\xi^1$ ,  $\xi^2$ ,  $\xi^3$  – маршевая, окружная и нормальная координаты в переменных Дородницына. Кроме того, сетка сгущается в области больших градиентов по поперечной координате. Общее время решения задачи определяется главным образом временем расчета физико-химических величин, связанных с каждой точкой сетки. Повышенный порядок точности по поперечной координате позволяет сократить число точек сетки поперек ударного слоя, а следовательно, и общее время решения. По продольной координате расчет проводился до точки отрыва с шагом  $\Delta\xi^1 = 0.033$ , по окружной  $\xi^2$  и поперечной  $\xi^3$  координатам использовалась сетка  $44 \times 20$ , что обеспечивало точность расчетов  $\sim 1-2\%$  по тепловому потоку во всей расчетной области [16]. Уравнения для концентраций решались на основе подхода [27], не требующего предварительного разрешения соотношений Стефана – Максвелла относительно диффузионных потоков. Практика расчетов показала, что данный метод устойчив, экономичен и позволяет получить решение задачи в широком диапазоне определяющих параметров.

Изучалось обтекание трехосных эллипсоидов (уравнение в декартовых координатах  $(x/a - 1)^2 + (y/b)^2 + (z/c)^2 = 1$ ). Параметрические исследования проводились для безразмерных значений полуосей в диапазоне  $a = 1$ ;  $3 \leq b \leq 0.03$ ;  $3 \leq c \leq 0.3$ ; углов атаки и скольжения  $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ ,  $0 \leq \beta \leq 90^\circ$ , скоростей набегающего потока  $2.7 \leq V_\infty \leq 8$  км/с, высот  $50 \leq H \leq 100$  км и характерных размеров  $0.5 \leq L \leq 1.5$  м.

В [2] отмечено, что эффект колебательно-диссоциационного взаимодействия может приводить к увеличению тепловых потоков до 25% и равновесной температуры поверхности до 100 К. На фиг. 1 для модели колебательно-диссоциационного взаимодействия с учетом реакций обмена представлены распределения теплового потока  $q_w$  вдоль планирующей траектории входа в критической точке сферы радиуса 0.5 м. Кривые 1–3 соответствуют некаталитической поверхности, 4, 5 – идеально каталитической, везде предполагается равенство поступательной и колебательных температур на стенке. Кривые 1, 5 соответствуют термодинамически равновесному обтеканию, 2 – модели колебательно-диссоциационного взаимодействия, 3 и 4 – модели колебательно-диссоциационного взаимодействия с учетом реакций обмена. Кривая 6 – зависимость скорости  $V_\infty$  от высоты  $H$ .

Видно, что влияние колебательно-диссоциационного взаимодействия на тепловой поток для идеально каталитической поверхности при данных условиях незначительно

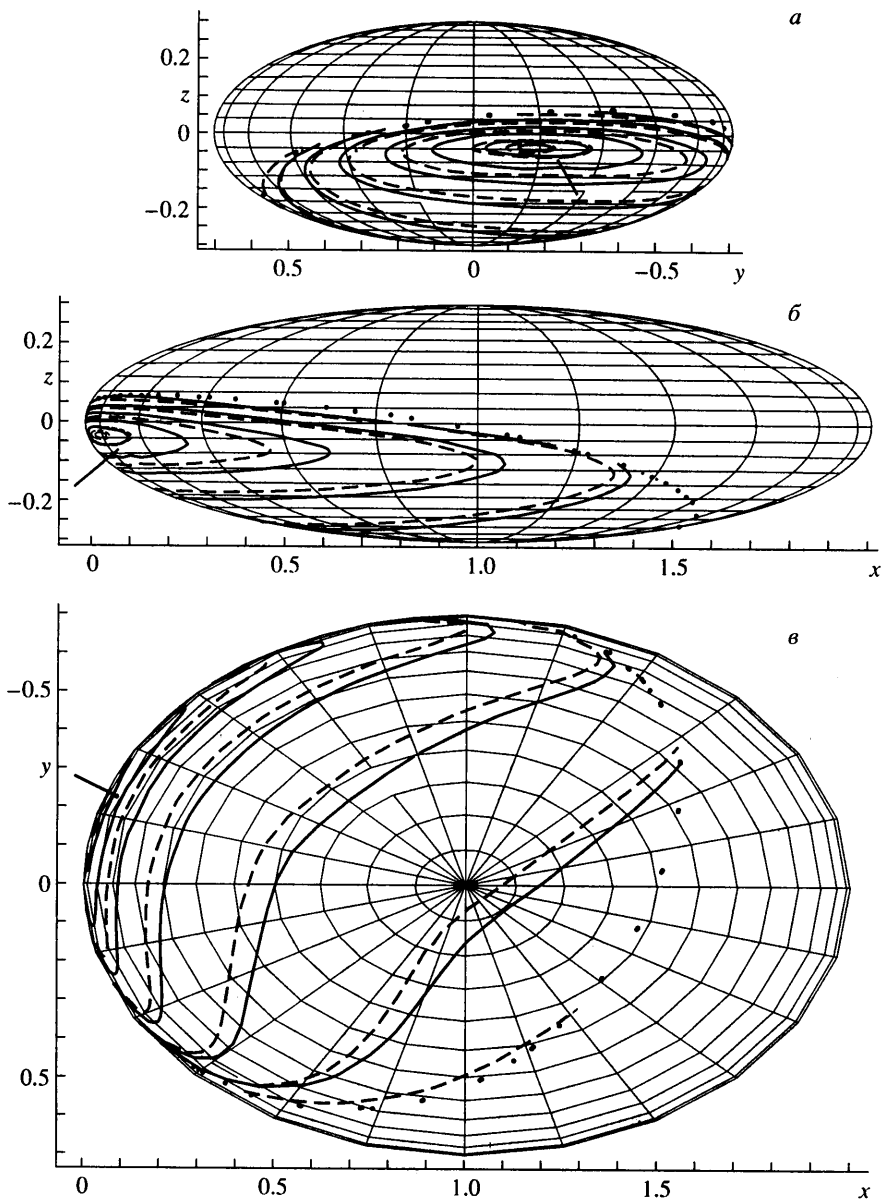


Фиг. 1. Распределения теплового потока  $q_w$  вдоль траектории входа в критической точке сферы радиуса 0.5 м

(кривые 4 и 5), для некаталитической поверхности оно достигает 20% (кривые 1 и 3), причем учет в этом процессе обменных реакций приводит к повышению теплового потока до 10% (кривые 2 и 3). Учет термодинамической неравновесности приводит к смещению максимума теплового потока в область больших высот (80 км для данной траектории) и расширению диапазона высот с тепловыми потоками, близкими к максимальным.

На фиг. 2 представлены изолинии равновесной температуры на теле для случая обтекания эллипсоида с некаталитической поверхностью, с соотношением полуосей  $1 : 0.7 : 0.3$  при  $L = 0.5$  м,  $H = 70$  км,  $V_\infty = 7.25$  км/с, угла атаки  $\alpha = 45^\circ$  и скольжения  $\beta = 60^\circ$  в трех проекциях. На теле использовалось условие термодинамического равновесия (1.11). Сплошные и штриховые кривые соответствуют модели колебательно-диссоциационного взаимодействия с учетом реакций обмена (изолинии 2280, 2250, 2150, 2000, 1800, 1600, 1400 и 1200 К, начиная от максимума) и равновесному течению (изолинии 2180, 2150, 2000, 1800, 1600, 1400 и 1200 К). Точками обозначена кривая на поверхности эллипсоида, до которой удалось провести расчеты. Показаны местоположение точки торможения и направление вектора набегающего потока. При качественном совпадении характера изолиний для модели колебательно-диссоциационного взаимодействия с учетом реакций обмена имеется значительное превышение ( $\sim 100$  К) в области максимального нагрева поверхности, которое постепенно сглаживается вниз по потоку. Отметим, что максимум тепловых потоков смещен относительно точки торможения в область больших кривизин поверхности.

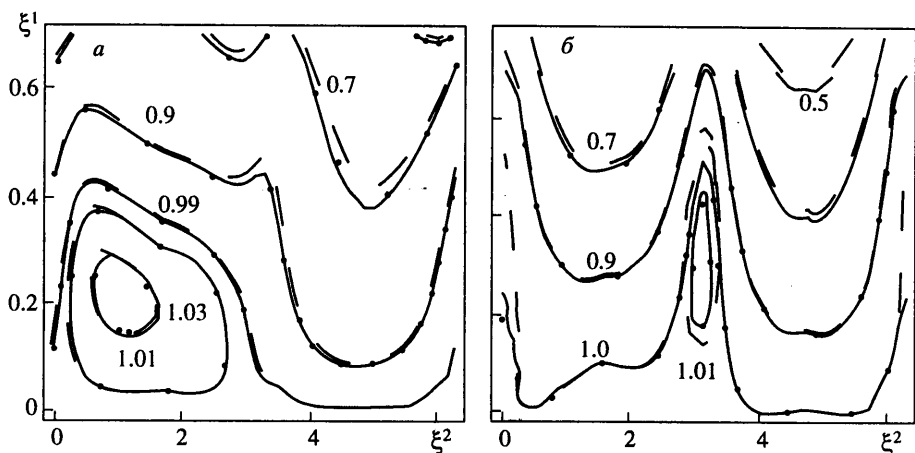
На фиг. 3 представлены изолинии равновесной температуры поверхности, отнесенной к ее значению в точке торможения. Здесь  $\xi^1$  – нормированная маршевая координата,  $\xi^2$  – окружная; сплошные и пунктирные кривые соответствуют модели колебательно-диссоциационного взаимодействия с учетом реакций обмена с граничными условиями (1.11) и (1.12) соответственно, штриховая кривая – результаты для термодинамически равновесного течения. Для фиг. 3, а  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ , остальные параметры обтекания совпадают с приведенными для фиг. 2. На фиг. 3, б показаны изолинии относительной равновесной температуры для эллипсоида с некаталитической поверхностью, с соотношением полуосей  $1 : 1.5 : 0.5$  при  $L = 1$  м,  $H = 80$  км,  $V_\infty = 7.8$  км/с,  $\alpha = 15^\circ$  и  $\beta = 60^\circ$ .



Фиг. 2. Изолинии температуры поверхности. Сплошные кривые – обтекание при колебательно-диссоциационно-обменном взаимодействии, штриховые – термодинамически равновесное течение

Анализ приведенных данных позволяет сделать вывод о слабой зависимости относительной равновесной температуры  $T_w^\circ(\xi^1, \xi^2) = T_w(\xi^1, \xi^2)/T_w(0, 0)$  от термохимической модели течения для различных форм тела, чисел Рейнольдса, углов атаки и скольжения. При этом абсолютные величины  $T_w(\xi^1, \xi^2)$  различаются. Например, для параметров обтекания, соответствующих фиг. 2 и 3, а, равновесная температура  $T_w$  в точке торможения для модели колебательно-диссоциационного взаимодействия с учетом реакций обмена и с граничными условиями (1.11) – 2208 К, с граничными условиями (1.12) – 2170 К, а для термодинамически равновесного течения – 2116 К.





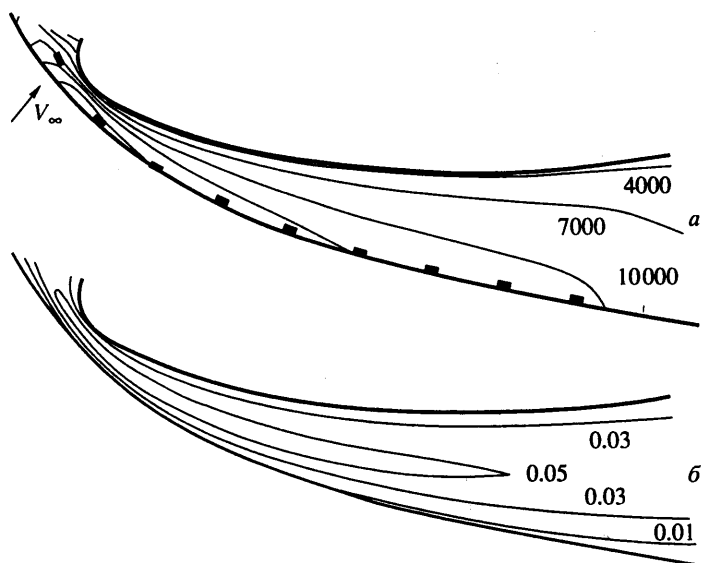
Фиг. 3. Изолинии относительной температуры поверхности. Сплошные и пунктирные кривые – модель колебательно-диссоциационно-обменного взаимодействия с граничными условиями (1.11) и (1.12), штриховые – результаты для термодинамически равновесного течения

Ранее консервативный характер относительного теплового потока  $q_w^\circ(\xi^1, \xi^2) = q_w(\xi^1, \xi^2)/q_w(0, 0)$  от механизма протекания гетерогенных каталитических реакций обнаружен в [28], что позволяет сделать вывод о существовании общей закономерности, основанной на сочетании ряда факторов: для гиперзвуковых течений распределение давления на теле и скоростей вдоль линий тока слабо зависит от физических свойств газа [29]; влияние эффектов реального газа на тепловой поток к телу максимально в области высоких температур, т.е. в окрестности точки торможения, и оно уменьшается вниз по потоку; вклад этих эффектов в тепловой поток  $\sim 10\text{--}20\%$ . При этих условиях, сравнивая относительные тепловые потоки к телу  $q_{w1}^\circ$  и  $q_{w2}^\circ$ , полученные для различных физико-химических моделей, можно записать

$$\frac{q_{w1}^\circ}{q_{w2}^\circ} = \frac{q_{w1}(\xi^1, \xi^2) q_{w2}(0, 0)}{q_{w2}(\xi^1, \xi^2) q_{w1}(0, 0)} \sim 1 \quad (2.1)$$

Действительно, если для одной из моделей получено повышение теплового потока по сравнению с другой, то первый и второй сомножители в (2.1) симметричны относительно единицы и взаимно компенсируются. Это позволяет экономить вычислительные ресурсы, используя упрощенную физико-химическую модель течения для исследования тепловых потоков на боковой поверхности тел.

На фиг. 4 представлены изолинии температуры  $T$ , К (а) и удельной колебательной энергии молекул  $2\varepsilon_{N_2} / V_\infty^2$  (б) в сечении ударного слоя плоскостью, проходящей через ось эллипсоида и его малую полуось. Параметры течения: эллипсоид с полуосями  $1 : 0.7 : 0.3$ ,  $H = 70$  км,  $V_\infty = 7.25$  км/с,  $\alpha = 45^\circ$  и  $\beta = 90^\circ$ . Направление вектора набегающего потока изображено на фиг. 4, а, отход ударной волны увеличен в 2,5 раза по нормали к телу для наглядности. Шаг изолиний 3000 К (а) и 0,02 (б). Отметим, что, хотя неравновесный ударный слой имеет более высокую температуру, чем равновесный, на форме ударной волны это отражается лишь в окрестности носка эллипсоида (пунктиром представлена форма ударной волны для равновесного ударного слоя). Удельная колебательная энергия имеет ярко выраженный максимум внутри ударного слоя.



Фиг. 4. Изолинии температуры  $T$ , К (а) и удельной колебательной энергии молекул  $2\varepsilon_{N_2} / V_{\infty}^2$  (б) в сечении ударного слоя

**Заключение.** Представлены результаты расчетов параметров пространственного неравновесного обтекания трехосных эллипсоидов под углами атаки и скольжения для верхнего участка планирующей траектории входа в атмосферу, полученные в рамках модели параболизированного вязкого ударного слоя для колебательно-диссоционного взаимодействия с учетом реакций обмена [13]. Термохимическая неравновесность течения с учетом влияния реакций обмена приводит к повышению тепловых потоков на теле на высотах  $\sim 80$  км до 10% по сравнению с термодинамически равновесным течением как в окрестности критической точки, так и на боковой поверхности. Относительная равновесная температура поверхности (отнесенная к ее значению в критической точке) слабо зависит от термохимической модели течения для различных условий обтекания.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гладков А.А., Полянский О.Ю., Агафонов В.П., Вертушкин В.К. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М.: Машиностроение, 1972. 344 с.
2. Тирский Г.А. Современные газодинамические модели гиперзвуковой аэродинамики и теплообмена с учетом вязкости и реальных свойств газа // Современные газодинамические и физико-химические модели гиперзвуковой аэродинамики и теплообмена. Ч. 1. М.: Изд-во МГУ, 1994. С. 9–43.
3. Millikan R., White D. Systematics of vibrational relaxation // Chem. Phys. 1963. V. 39. № 12. P. 3209–3213.
4. Ступоченко Е.В., Лосев С.А., Осипов А.И. Релаксационные процессы в ударных волнах. М.: Наука, 1965. 484 с.
5. Park C. Assessment of two-temperature kinetic model for dissociating and weakly ionizing nitrogen. // J. Thermophys. Heat Transfer. 1988. V. 2. № 1. P. 8–16.
6. Marrone P.V., Treanor C.E. Chemical relaxation with preferential dissociation from excited vibrational levels // Phys. Fluids. 1963. V. 6. № 9. P. 1215–1221.

7. Ладнова Л.А. Неравновесный вязкий ударный слой с произвольной каталитической активностью поверхности // Вестн. ЛГУ. Сер. Математика, механика, астрономия. 1969. № 13. Вып. 3. С. 105–112.
8. Залогин Г.Н. Колебательно-диссоциационная релаксация азота в гиперзвуковом ударном слое при умеренных числах Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 6. С. 105–109.
9. Тирский А.Г., Шелин С.В., Щербак В.Г. Моделирование химически и термодинамически неравновесных течений около тел, движущихся вдоль планирующих траекторий // Мат. моделирование. 1990. Т. 2. № 4. С. 28–38.
10. Тирский А.Г., Щербак В.Г. Влияние колебательной релаксации при обтекании тел химически неравновесным воздухом с учетом вязкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 1. С. 151–157.
11. Candler G.V., MacCormack R.W. The computation of hypersonic ionized flows in chemical and thermal non-equilibrium // AIAA Paper. 1988. № 88-0511. 13 p.
12. Netterfield M.P. Validation of Navier-Stokes code for thermochemical non-equilibrium flows. // AIAA Paper. 1992. № 92-2878. 19 p.
13. Seror S., Druguet M.-C., Schall E., Zeitoun D. A coupled vibration-dissociation-exchange reactions model for hypersonic air flow computations // AISS Journal. 1998. V. 36. № 4. P. 532–538.
14. Peigin S.V., Kazakov V.Yu., Druguet M.-C. et al. 3-D thermochemical nonequilibrium viscous gas flow over blunt bodies with catalytic surface at attack and slip angles // AIAA Paper. 1999. № 99-3628. 18 p.
15. Бородин А.И., Пейгин С.В. Модель параболизированного вязкого ударного слоя для исследования пространственного гиперзвукового обтекания тел потоком вязкого газа // Теплофизика высоких температур. 1993. Т. 31. № 6. С. 925–933.
16. Бородин А.И., Казаков В.Ю., Пейгин С.В. Моделирование многокомпонентных химически неравновесных течений в рамках модели параболизированного пространственного вязкого ударного слоя // Мат. моделирование. 1996. Т. 8. № 10. С. 3–14.
17. Тирский Г.А. Термодинамически неравновесные эффекты при гиперзвуковом обтекании тел вязким газом // Модели механики неоднородных систем. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1989. С. 66–89.
18. Breshars W.D., Bird P.F. Effect of oxygen atoms on the vibrational relaxation of nitrogen // J. Chem. Phys. 1968. V. 48. № 10. P. 4768–4773.
19. Kiefer J.H., Lutz R.W. The effects of oxygen atoms on the vibrational relaxation of oxygen // Proc. 11th Symp. Combust. Pittsburg; Combust. Inst. 1967. P. 67–74.
20. Park C. Problems of rate chemistry in flight regimes of aeroassisted orbital transfer vehicles // AIAA Paper. 1984. № 1730. 11 p.
21. Miner E.W., Lewis C.H. Hypersonic ionizing air viscous shock-layer flows over nonanalytic blunt bodies // NASA. CR-2550. 1975. 100 p.
22. Wilke C.R. A viscosity equation gas mixtures // J. Chem. Phys. 1950. V. 18. № 4. P. 517–519.
23. Mason E.A., Saxena S.C. Approximate formula for the thermal conductivity of gas mixtures // Phys. Fluids. 1958. V. 1. № 5. P. 361–369.
24. Гурвич Л.В., Вейц И.А., Медведев В.А. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Т. 1. Кн. 2. М.: Наука, 1978. 327 с.
25. Zeitoun D., Schall E., Burtshell Y., Druguet M.-C. Vibration-dissociation coupling in nonequilibrium hypersonic viscous flows // AIAA Journal. 1995. V. 33. № 1. P. 79–85.
26. Петухов И.В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964. С. 304–325.
27. Гершбейн Э.А. Ламинарный многокомпонентный пограничный слой при больших вдувах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 1. С. 64–73.
28. Бородин А.И., Казаков В.Ю., Пейгин С.В. Многокомпонентный пространственный вязкий ударный слой на затупленных телах с каталитической поверхностью, обтекаемых под углами атаки и скольжения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 1. С. 143–150.
29. Лунев В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 328 с.