

УДК 532.546:532.711

© 2001 г. Ю.Н. ГОРДЕЕВ, В.М. ЕНТОВ

ОБ ОСМОТИЧЕСКОМ МЕХАНИЗМЕ РОСТА ТРЕЩИН В НАСЫЩЕННЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

В работе рассматривается рост трещин в насыщенных пористых телах под действием осмотического давления, развиваемого в трещине растворенным веществом, для которого поверхность трещины представляет собой полупроницаемую мембрану. Такой механизм роста трещин, непосредственно следующий из основных законов механики разрушения и физической химии, должен быть достаточно общим явлением, существенным для ряда геохимических и технологических процессов. В частности, на роль осмоса в процессах промывки и цементирования скважин указывалось в [1]; этот механизм кратко обсуждается в [2].

Математически сходная модель была предложена для объяснения водородного охрупчивания металлов в [3]. Наконец, в работе [4] обсуждается весьма близкий механизм развития трещин в полимерных материалах в результате осмотического расклинивания внутренних трещин выделяющимся в них веществом, растворенным в твердом полимере, и демонстрируются данные визуальных наблюдений таких трещин.

Вместе с тем центральное для данной работы свойство полупроницаемости поверхности трещины (проницаемость для воды и непроницаемость для растворенных солей) принимается здесь как основная гипотеза и далее не обсуждается. Можно было бы привести много доводов в пользу того, что в горных породах, особенно глинизированных, могут возникать естественные полупроницаемые мембраны. Все эти доводы, однако, не являются окончательными и явно лежат вне компетенции авторов. Задача данной заметки проследить возможные механические последствия наличия полупроницаемых мембран и привлечь к ним внимание специалистов.

1. Постановка задачи. Рассматривается плоская дискообразная щель радиуса l_0 в проницаемой пористой среде, насыщенной жидкостью, и находящейся в однородном поле сжимающих напряжений σ , действующих вдоль нормали к плоскости трещины. После давления поровой жидкости p_∞ в начальный момент предполагается также однородным. Кроме того, предполагается, что трещина заполнена минерализованным раствором, например, раствором поваренной соли NaCl. Рассматривается ситуация, когда вода может проникать из трещины в пласт, а вещество, растворенное в воде, не может. Непроницаемость пласта для вещества в растворе в соответствии с термодинамическими представлениями может быть описана введением бесконечно тонкого слоя (полупроницаемой мембраны) на поверхностях трещины [5]. При этом возникает скачок давления между давлением раствора в трещине p^- и давлением поровой жидкости в среде на поверхности трещины p^+ . Если количество растворенного вещества мало по сравнению с количеством растворителя, то справедливо уравнение Вант-Гоффа [5, 6]

$$p^- - p^+ = p_{os} = \phi cRT/\mu_p \quad (1.1)$$

где c – концентрация растворенного вещества; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура; μ_p – молекулярный вес растворенного вещества; ϕ – осмотический коэффициент, поправка в уравнении Вант-Гоффа, близкая к единице для не слишком концентрированных растворов.

Осмотическое давление p_{os} может быть весьма значительным. Так, для 6%-ного раствора поваренной соли в результате диссоциации полная концентрация ионов ~ 2 г-моль/л и полное осмотическое давление ~ 5 МПа. При этом раствор еще остается достаточно разбавленным, чтобы можно было использовать формулу Вант-Гоффа с $\phi = 1$.

Напомним также характерные значения осмотического давления в живых организмах: 0.78 МПа – в крови человека; 0.5 + 2 МПа – в растениях и кустарниках; ≈ 10 МПа – у растений в пустыне [7].

Таким образом, в равновесии давление жидкости в трещине может значительно превышать поровое давление. Если оно окажется выше сжимающего внешнего напряжения в среде, трещина может начать расти. В процессе роста существенны процессы перераспределения давления в среде (фильтрация) и деформирующейся трещине, а также динамика изменения концентрации растворенного вещества в трещине.

Следовательно, формально речь идет о сопряженной нестационарной задаче теории разрушения и переноса в пористой среде.

Итак, рассмотрим осесимметричный дефект (трещину) радиуса l_0 и объема $V_0 = \pi l_0^2 \delta$ (δ – характерная величина раскрытия дефекта), в поле однородного сжимающего напряжения σ . Предполагается, что трещина заполнена минерализованным раствором соли концентрации $c = M/V$, где M – масса растворенного вещества в трещине; V – ее объем, а начальное давление в дефекте $p^- = p_\infty$. Здесь и далее рассматривается модель "идеальной трещины". В этой модели предполагается, что в ходе процесса давление и концентрация соли остаются равномерно распределенными по длине трещины, хотя и могут изменяться во времени.

Система уравнений задачи состоит из уравнения пьезопроводности [8] (a – коэффициент пьезопроводности)

$$\frac{\partial p}{\partial t} = a \Delta p \quad (1.2)$$

описывающего распределение порового давления p в окрестности дефекта, уравнения баланса массы воды в трещине

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w^3}{12\mu} \frac{\partial p^-}{\partial r} \right) - 2\nu_L \quad (1.3)$$

и выражения для концентрации растворенного вещества в трещине.

В (1.3) w – локальное раскрытие трещины, μ – вязкость жидкости, ν_L – утечки жидкости из трещины в пористую среду.

Как будет видно из дальнейшего, на начальной стадии процесса имеет смысл учитывать сжимаемость жидкости в трещине, полагая

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 \beta_g (p^- - p_\infty)$$

Здесь β_g – сжимаемость жидкости, ρ – плотность воды, зависящая от местного давления.

Давление в трещине (с учетом ее деформируемости и сжимаемости жидкости) не может измениться мгновенно. При контакте заполненной соленой водой трещины с насыщенной пористой средой начинается приток воды в трещину, вызванный осмосом.

Предполагается, что берега дефекта типа трещины сжаты внешним сжимающим напряжением, однако они плотно не смыкаются, поскольку имеют микронеровности, которые и несут на себе эту нагрузку.

Тогда на первом этапе в силу (1.1) трещина начнет вбирать в себя воду, но объем трещины не изменится, пока давление в трещине меньше бокового сжимающего напряжения, $V = V_0 = \text{const}$, а давление в трещине меняется за счет сжимаемости жидкости.

Учитывая медленный характер процесса осмотической "накачки", будем считать процесс перераспределения давления в трещине мгновенным и предполагать, что давление в трещине однородно: $p^-(r, t) = p^-(t)$. Тогда из закона сохранения массы (1.3) получим

$$\pi l_0^2 \delta \beta_g \frac{dp^-}{dt} = Q_L, \quad p^-(0) = p_\infty \quad (1.4)$$

Здесь Q_L – суммарная скорость притока жидкости в трещину.

За исключением начальной стадии, приток жидкости в трещину может быть найден из решения квазистационарной задачи о течении в окрестности осесимметричной дискообразной трещины заданного радиуса l . При этом уравнение для давления поровой жидкости (1.2) сводится к уравнению Лапласа в верхней полуплоскости $z > 0$ при условиях, записанных в цилиндрической системе координат (r, z) :

$$\begin{aligned} \Delta p &= 0 \\ p &= p^+; \quad r < l, \quad z = 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} p &= 0, \quad r > l, \quad z = 0; \quad p \rightarrow p_\infty, \quad z \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (1.5)$$

учитывающих симметрию задачи относительно плоскости $z = 0$.

Краевая задача (1.5) может быть решена методом парных интегральных уравнений [9], и результат имеет вид

$$\left. \frac{\partial p(r, z)}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\lambda J_0(\lambda r) \int_0^l dt \cos(\lambda t) \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{s(p^+ - p_\infty) ds}{\sqrt{t^2 - s^2}}$$

При этом распределение потока жидкости по поверхности трещины и полный поток при $p^+ = \text{const}$ даются выражениями

$$\begin{aligned} q(r) &= -\frac{k}{\mu} \left. \frac{\partial p(r, z)}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{2k(p^+ - p_\infty)}{\pi \mu \sqrt{l^2 - r^2}} \\ Q_L &= -\frac{2k}{\mu} \int_0^l \left. \frac{\partial p(r, z)}{\partial z} \right|_{z=0} 2\pi r dr = \frac{8lk}{\mu} (p_\infty - p^+) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Здесь k – проницаемость среды; m – пористость.

Введем безразмерные переменные

$$P^\pm = \frac{p^\pm}{p_\infty}, \quad P_{os} = \frac{p_{os}}{p_\infty}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad L(\tau) = \frac{l(t)}{l_0}, \quad S = \frac{\sigma}{p_\infty} \quad (1.7)$$

где в качестве масштаба длины использован начальный размер дефекта l_0 , а масштаба времени – характерное время изменения давления в трещине $t_0 = \pi \mu \beta_g J_0 \delta / (8k)$.

В безразмерных переменных (1.7) решение задачи (1.4), (1.6) имеет вид

$$P^- = 1 + P_{os}(1 - e^{-\tau}) \quad (1.8)$$

Давление в трещине растет в соответствии с формулой (1.8). Если $P_{os} < S - 2$, то давление с течением времени стремится к предельному равновесному значению $P^- = P_{os} + 1$; при этом трещина не начинает раскрываться. В противном случае ($P_{os} > S - 2$) давление в трещине растет по формуле (1.8) до момента $\tau = \tau_1$, когда оно сравнивается с нормальным сжимающим давлением:

$$P^-(\tau_1) = S - 1; \quad \tau_1 = \ln \left(\frac{P_{os}}{P_{os} + 2 - S} \right) \quad (1.9)$$

Дальнейшее увеличение давления жидкости в трещине сопровождается увеличением ее раскрытия и объема, причем, в соответствии с законом сохранения массы

$$dV/dt = Q_L \quad (1.10)$$

При этом радиус трещины не меняется ($L(\tau) = 1$) до тех пор, пока коэффициент интенсивности напряжений в вершине трещины не превосходит модуль сцепления K (экспериментально определяемая для данного материала величина, играющая роль предела прочности материала по отношению к развитию в нем трещин), т.е. не достигается условие предельного равновесия [10]

$$[P^- - (S - 1)]\sqrt{L(\tau)} = \kappa; \quad \kappa = \frac{K}{2\rho_\infty\sqrt{l_0}} \quad (1.11)$$

Объем раскрытой трещины определяется выражением

$$V = 2 \int_0^l 2\pi r w dr \quad (1.12)$$

где w – полуоткрытие трещины, которое для однородного распределения внутреннего давления p^0 дается формулой Снеддона [11]

$$w = \frac{(1 - \nu)[p^0 - (\sigma - p_\infty)]\sqrt{l^2 - r^2}}{\pi G}$$

Подставляя это выражение в (1.12), получим

$$V = \frac{4\pi(1 - \nu)[p^0 - (\sigma - p_\infty)]}{3G} l^3 \quad (1.13)$$

На этой стадии эволюция трещины зависит от условий, которым подчинена концентрация соли в ней. Ниже рассматриваются два крайних случая, а именно: случай постоянной концентрации соли в трещине, который может реализоваться, например, на границе между пористой горной породой и пластом соли, и случай постоянной массы соли в трещине (например, развитие трещины от растворимого включения).

2. Постоянная концентрация соли в трещине. В этом случае $P_{os} = \text{const}$ и изменение давления в трещине находится из уравнения (1.10) при $\tau > \tau_1$ и начальном условии (1.9). В результате имеем

$$P^-(t) = (1 + P_{os})(1 - e^{-\alpha_1(\tau - \tau_1)}) + (S - 1)e^{-\alpha_1(\tau - \tau_1)}, \quad \alpha_1 = \frac{3\beta_g G \delta}{4(1 - \nu)} \quad (2.1)$$

Если $P_{os} < S - 2 + \kappa$, то давление в трещине возрастает до предельного значения $P^- = P_{os} + 1$ и система достигает равновесия, прежде чем начнется рост трещины.

Если же выполняется обратное неравенство, то избыточное давление в трещине в некоторый момент τ_2^C достигает величины, отвечающей условию предельного равновесия материала в вершине трещины

$$P^-(\tau_2^C) - (S - 1) = \kappa; \quad \tau_2^C = \tau_1 + \frac{1}{\alpha_1} \ln \left(\frac{2 + P_{os} - S}{2 + P_{os} - S - \kappa} \right) \quad (2.2)$$

и начинается квазистатический равновесный рост трещины. При этом, согласно (1.11), радиус и давление в ней связаны условием разрушения

$$L(t) = \frac{\kappa^2}{(P^- - (S - 1))^2}, \quad P^- = S - 1 + \frac{\kappa}{L(\tau)} \quad (2.3)$$

Подставляя (2.3) в (1.13), получим объем жидкости в трещине

$$V = \frac{2\pi(1-\nu)l_0^{5/2}K}{3G} L^{5/2}$$

Из (1.10) получим для безразмерной длины уравнение

$$\int_1^{\sqrt{L}} \frac{\rho^3}{\rho - \alpha} d\rho = \alpha_2^C (\tau - \tau_2^C) \quad (2.4)$$

$$\alpha_2^C = \frac{3G\beta_g\delta}{5(1-\nu)\kappa l_0}, \quad \alpha = \frac{\kappa}{P_{os} - (S-1)}$$

которое после вычисления интегралов приводится к виду

$$\alpha_2^C (\tau - \tau_2^C) = \frac{L^{3/2} - 1}{3} + \frac{3\alpha(L-1)}{2} + 3\alpha^2(\sqrt{L} - 1) + \frac{\alpha^3}{2} \ln L$$

Уравнение (2.4) разрешимо, если $\alpha < 1$.

Для пластичных пород $\sigma \approx p_{os}$ это условие принимает особенно простой вид

$$\alpha = \frac{K}{2\sqrt{l_0 p_{os}}} < 1$$

В случае постоянной концентрации соли трещина, начав расти, будет расти неограниченно. Так должно быть с достаточно большими начальными трещинами на контакте проницаемого водонасыщенного пласта с пластом соли (конечно, при условии, что действительно реализуется условие полупроницаемости и избыточное горное давление не слишком велико).

В частности, принимая характерные значения $K = 1 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, [12] $p_{os} = 5 \text{ МПа}$, находим, что трещина будет расти неограниченно, если ее начальный размер $l_0 > 0.01 \text{ м}$.

3. Постоянная масса соли в трещине. Для случая постоянной массы соли эволюция трещины оказывается иной, так как $P_{os} \neq \text{const}$, с ростом трещины осмотическое давление в ней убывает из-за разбавления раствора. Давление в трещине находится также из уравнения (1.10) с учетом (1.7), (1.13) при $\tau \geq \tau_1$ и начальном условии (1.9).

В данном случае решение (1.11) может быть представлено в неявной форме

$$\left(1 + \frac{a}{b}\right) \ln \left(1 + \frac{P^- - 2b}{a+b}\right) + \left(1 - \frac{a}{b}\right) \ln \left(1 - \frac{P^- - 2b}{a-b}\right) = 2\alpha_1 (\tau - \tau_1),$$

$$a = \sqrt{\beta^2 + b^2}, \quad b = \frac{S-1}{2}, \quad \beta = \frac{3p_{os}G\delta}{4(1-\nu)l_0 p_{os}^2} \quad (3.1)$$

Так же, как и в предыдущем случае, если выполняется неравенство $P_{os} < S - 2 + \kappa$, то давление достигает предельного значения $P^- = P_{os} + 1$ и система приходит в равновесие.

Если же выполняется противоположное неравенство, то избыточное давление в трещине растет и в некоторый момент времени τ_2^M достигает величины, когда коэффициент интенсивности напряжений в вершине трещины равен модулю сцепления породы:

$$P^-(\tau_2^M) - (S-1) = \kappa;$$

$$\tau_2^M = \tau_1 + \frac{1}{\alpha_1} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{a}{b}\right) \ln \left(1 + \frac{\kappa}{a+b}\right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{b}\right) \ln \left(1 - \frac{\kappa}{a-b}\right) \right] \quad (3.2)$$

При этом трещина растет согласно критерию разрушения (2.3) начиная с момента времени τ_2^M .

После подстановки (3.2), (1.7), (1.4) и (1.1) в (1.10) получим уравнение

$$\frac{5\pi(1-\nu)l_0^{3/2}\mu K}{24Gkmt_0} L^{1/2} \frac{dL}{d\tau} = \left[\frac{RTc}{\mu_p} - \frac{K}{2\sqrt{l_0}} \frac{1}{\sqrt{L}} - \sigma + p_\infty \right]$$

или, в безразмерных переменных,

$$\int_1^{\sqrt{L}} \frac{\rho^7}{1-a_1\rho^4-a_2\rho^5} d\rho = \alpha_2^M (\tau - \tau_2^M), \quad P^- = S - 1 + \frac{\kappa}{L(\tau)} \quad (3.3)$$

$$a_1 = \frac{(1-\nu)K^2}{3p_{os}G\delta}, \quad a_2 = \frac{S-1}{\kappa}, \quad \alpha_2^M = \frac{9G^2\beta_g p_{os}\delta^2}{5(1-\nu)^2 K^2 l_0}$$

Необходимым и достаточным условием подрастания трещин является условие $a_1 + a_2 < 1$.

Рассмотрим предельные случаи выражения (3.3). Если модуль сцепления мал, т.е. $S - 1 \gg \kappa$, выражение (3.3) упрощается:

$$\int_1^{\sqrt{L}} \frac{\rho^7}{1-a_2\rho^5} d\rho = \alpha_2^M (\tau - \tau_2^M) \quad (3.4)$$

Максимальный размер, до которого могут вырасти трещины при таком механизме их распространения, очевиден из (3.5): $L(\infty) = a_2^{-2/5}$.

Если модуль сцепления велик и существенно влияет на кинетику роста трещины $S - 1 \ll \kappa$, выражение (3.3) принимает вид

$$\int_1^{\sqrt{L}} \frac{\rho^7}{1-a_1\rho^4} d\rho = \alpha_2^M (\tau - \tau_2^M)$$

Вычисляя интеграл, получим

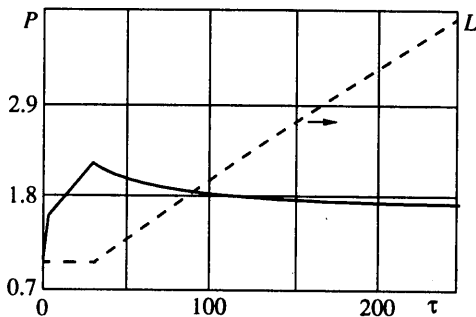
$$\tau = \tau_2^M + \frac{1-L^2}{2a_1\alpha_2^M} + \frac{1}{2a_1^2\alpha_2^M} \ln \frac{a_1L^2-1}{a_1-1} \quad (3.5)$$

Из (3.5) видно, что максимальный размер трещины в этом случае $L(\infty) = a_1^{-1/2}$.

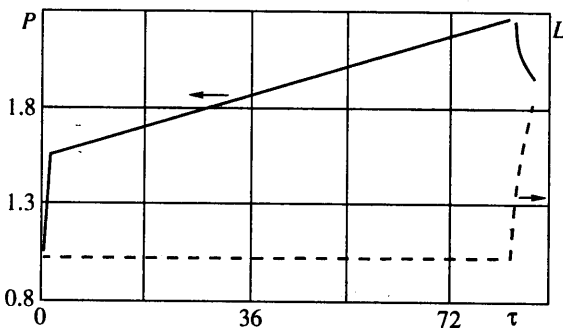
Для иллюстрации осмотического механизма распространения трещин гидроразрыва были взяты следующие типичные параметры задачи: фильтрационные параметры жидкости и пористой среды — $\mu = 10^{-3}$ Па · с, $m = 0.1$, $k = 10^{-14}$ м²; упругие параметры пористой среды — $\nu = 0.25$, $G = 10^4$ МПа, $\sigma = 4$ МПа; $p_\infty = 0.4\sigma = 1.6$ МПа, в качестве начального осмотического давления взято его значение, отвечающее концентрации 1 г-моль/л NaCl: $p_{os} = 4.86$ МПа; и начальные параметры дефекта — $l_0 = 1$ м, $\delta = 10^{-3}$ м.

Зависимости давления жидкости в трещине и ее длины в функции времени для постоянной концентрации и постоянной массы соли приведены соответственно на фиг. 1 и 2.

Заключение. Проведенный анализ показывает, что, если полупроницаемые мембраны образуются в природных условиях, то на границах насыщенных пористых пород с пластами каменной соли или соляными линзами могут развиваться медленно растущие трещины значительных размеров. Такие трещины будут оказывать заметное влияние на деформационные процессы в пластах и на условия разработки месторождений нефти и газа. Сходные явления могут иметь место на контакте цемента



Фиг. 1. Зависимости давления жидкости в трещине (сплошные кривые) и ее длины (штриховые кривые) от времени для постоянной концентрации



Фиг. 2. Зависимости давления жидкости в трещине (сплошные кривые) и ее длины (штриховые кривые) от времени для постоянной массы соли

с соледержащими породами. В этом случае осмотический рост трещин будет нарушать герметичность цементировки скважин. Представляется, что подобные явления заслуживают дальнейшего анализа.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-01-00486).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аветисян Н.Г. Выбор типа бурового раствора для бурения в неустойчивых породах // Обзорная информация. ВНИИОЭНГ. Сер. Бурение. 1983.
2. Мирзаджанзаде А.Х., Ентов В.М. Гидродинамика в бурении. М.: Недра, 1985. 196 с.
3. Гольдштейн Р.В., Ентов В.М., Павловский Б.Р. Модель развития водородных трещин в металле // Докл. АН СССР. 1977. Т. 237. № 4. С. 828–831.
4. Sargent J.P., Ashbee K.H.G. The contribution of osmosis to dimensional instability of adhesive joints // J. Adhesion. 1984. V. 17. P. 83–94.
5. Дытнерский Ю.И. Обратный осмос и ультрафильтрация. М.: Химия, 1978. 351 с.
6. Млодзеевский А.Б. Краткий учебник молекулярной физики (изд. 4). М.; Л.: Гостехиздат, 1934. 248 с.
7. Химическая энциклопедия.: Т. 3. М.: Сов. энциклопедия, 1992. 639 с.
8. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
9. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. М.: Наука, 1967. 402 с.
10. Баренблатт Г.И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении // ПМТФ. 1961. № 4. С. 3–56.
11. Снеддон И. Преобразования Фурье. М.: Изд-во иностр. лит., 1955. 668 с.
12. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика. М.: Недра, 1996. 447 с.

Москва

Поступила в редакцию
29.IX.2000