

УДК 532.529.5:536.24

© 2001 г. Л.А. ЕГОРОВА, А.Н. ОСИПЦОВ, В.И. САХАРОВ

О ГРАНИЦАХ РЕЖИМА ИНЕРЦИОННОГО ОСАЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ И ТЕПЛООБМЕНЕ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ ВЯЗКИМ ЗАПЫЛЕННЫМ ГАЗОМ

Рассматривается стационарное обтекание затупленного тела сверхзвуковым запыленным потоком при умеренных и больших числах Рейнольдса Re . В диапазоне $10^2 \leq Re \leq 10^5$ с использованием полных уравнений Навье – Стокса для описания несущей фазы численно исследуется влияние эффектов вязкости на положение границы режима инерционного осаждения частиц и структуру двухфазного потока вблизи лобовой поверхности тела. Изучена зависимость границы режима инерционного осаждения от величины скоростного рассогласования фаз в набегающем потоке. Для больших Re течение вблизи критической точки исследуется в пограничном приближении. На основании расчетов в широком диапазоне чисел Рейнольдса и параметра инерционности частиц даны оценки предельного увеличения тепловых потоков в критическую точку, вызванного наличием дисперсной примеси в набегающем потоке.

Разнообразие структур двухфазного потока в пристеночной зоне делает описание теплообмена тела, обтекаемого запыленным потоком, комплексной и многопараметрической проблемой. Первые экспериментальные исследования обтекания тел высокоскоростными двухфазными потоками были выполнены с использованием достаточно крупных частиц и относились к диапазону параметров, соответствующему режиму инерционного осаждения частиц на обтекаемую поверхность. В этом режиме основными механизмами интенсификации теплообмена являются столкновения частиц с поверхностью и турбулизация пограничного слоя [1–2]. Малоинерционные частицы (размером менее нескольких микрон), как правило, не выпадают на обтекаемую поверхность (режим отсутствия инерционного осаждения), однако они накапливаются в пограничном слое [3], что также приводит к интенсификации теплообмена даже при очень малых концентрациях частиц в набегающем потоке [4].

Описание режимов обтекания с наличием и отсутствием инерционного осаждения частиц требует принципиально различных математических моделей, в связи с чем необходимо детальное исследование границ, разделяющих эти режимы в пространстве определяющих параметров. Ранее границы режима инерционного осаждения при сверхзвуковом обтекании затупленных тел были определены лишь в рамках модели невязкого ударного слоя [3]. При этом для описания параметров несущей фазы вне пограничного слоя использовались приближенные решения теории гиперзвуковых течений, а межфазный обмен импульсом и энергией описывался в предположении континуального режима обтекания частиц. В [3] также было отмечено резкое изменение структуры пристеночной зоны (появление узкой области аккумуляции частиц) при смене режима осаждения на режим отсутствия осаждения частиц.

Для условий движения аппаратов в запыленной атмосфере Земли и Марса представляют интерес как область больших Re , так и диапазон умеренных чисел Рейнольдса обтекания тела ($Re = 10^3 - 10^5$). В [5] при исследовании течений с несжимаемой несущей фазой в этом диапазоне Re отмечалось значительное влияние пограничного слоя на границу режима осаждения частиц. Однако для сверхзвукового обтекания

влияние эффектов вязкости на границы режима осаждения и распределение параметров частиц вблизи лобовой поверхности тела ранее не исследовалось (в литературе имеются лишь отдельные примеры расчетов вязкого двухфазного ударного слоя, соответствующие режиму инерционного осаждения [6–7]). Настоящее исследование нацелено на устранение указанного пробела. Ниже также изучена зависимость границы режима инерционного осаждения от величины рассогласования скоростей фаз в невозмущенном потоке и представлены расчеты предельного увеличения тепловых потоков в критическую точку, вызванного наличием дисперсной примеси, в широком диапазоне параметра инерционности частиц и чисел Рейнольдса обтекания тела. Для режима инерционного осаждения максимальные тепловые потоки со стороны частиц оцениваются как полные потоки энергии дисперсной фазы на обтекаемой поверхности (отраженными частицами пренебрегается), а для режима отсутствия осаждения частиц расчет тепловых потоков производится в рамках теории двухфазного пограничного слоя [3].

1. Постановка задачи. Используется модель запыленного газа с пренебрежимо малой объемной концентрацией частиц [8]. Рассматривается стационарное обтекание плоского или осесимметричного затупленного тела сверхзвуковым потоком однородно запыленного газа.

Вводится криволинейная система координат с началом в критической точке тела. Оси x и y направлены соответственно по образующей поверхности и по нормали к ней. Предполагается, что несущая фаза есть вязкий совершенный газ с постоянными теплоемкостями, а частицы – сферы одинакового радиуса σ и массы m . Ниже индекс s относится к параметрам дисперсной фазы, индекс ∞ отмечает параметры набегающего потока, а индекс c – значения параметров в гиперзвуковом торможении газа, соответствующие предельной ($M \rightarrow \infty$) гиперзвуковой скорости потока (здесь M – число Маха газа в невозмущенном потоке). Звездочкой отмечены размерные параметры, где их необходимо отличать от аналогичных безразмерных параметров.

Выражения для описания межфазного обмена импульсом и энергией (в расчете на одну частицу) можно записать в виде [3]

$$f_s = 6\pi\sigma\mu^*(V^* - V_s^*)G, \quad q_s = 4\pi\sigma\lambda^*(T^* - T_s^*)D$$

$$G = (1 + \frac{1}{6}Re_s^{2/3})\Phi_1(M_s, Re_s), \quad D = (1 + 0,3Pr^{1/3}Re_s^{1/2})\Phi_2(M_s, Re_s)$$

$$M_s = \frac{|V^* - V_s^*|}{a^*}, \quad Re_s = \frac{2\sigma|V^* - V_s^*|\rho^*}{\mu^*}$$

Здесь V^* – скорость, T^* – температура, μ^* и λ^* – вязкость и теплопроводность газа, a^* – скорость звука в газе, Pr – число Прандтля несущей фазы, Re_s и M_s – числа Рейнольдса и Маха обтекания частиц. Выражения для поправочных коэффициентов Φ_1 , Φ_2 приняты в виде [9]

$$\Phi_1 = (1 + \exp(-0,427M_s^{4,63} - 3Re_s^{-0,88})) / \varphi$$

$$\Phi_2 = \left(1 + 3,42 \frac{M_s}{Re_s} \frac{1 + 0,3Re_s^{1/2}Pr^{1/3}}{Pr} \right)^{-1}$$

$$\varphi = 1 + (M_s/Re_s)[3,82 + 1,28\exp(-1,25(Re_s/M_s))]$$

Функции φ и Φ_2 учитывают поправки на конечность чисел Кнудсена обтекания частиц ($Kn_s \approx 1,255\sqrt{\gamma}M_s/Re_s$ [10]), при континуальном обтекании частиц $\varphi = \Phi_2 = 1$. Зависимость μ^* и λ^* от температуры принята степенной с показателем ω .

Введем безразмерные переменные

$$x = \frac{x^*}{L}, \quad y = \frac{y^*}{L}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_\infty^*}, \quad n_s = \frac{n_s^*}{n_{s\infty}^*}, \quad \mu = \frac{\mu^*}{\mu_c^*}$$

$$p = \frac{p^*}{\rho_\infty^* U_\infty^2}, \quad T = \frac{2T^* c_p}{U_\infty^2}, \quad T_s = \frac{2T_s^* c_p}{U_\infty^2}$$

Здесь n_s – числовая концентрация частиц, L – радиус кривизны тела в критической точке, U_∞ – скорость набегающего потока, c_p – теплоемкость газа при постоянном давлении. Температуры фаз отнесены к предельной температуре торможения при гиперзвуковой скорости набегающего потока $U_\infty^2/2c_p$, а вязкость несущей фазы – к значению вязкости при данной предельной температуре. В предположении отсутствия пересечений траекторий частиц уравнения запыленного газа [8] запишем в безразмерном виде

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad \operatorname{div}(n_s \mathbf{V}_s) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho(\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} + \nabla p + \alpha \beta \mu n_s (\mathbf{V} - \mathbf{V}_s) G = \frac{2\varepsilon}{3} [-\nabla(\mu \operatorname{div} \mathbf{V}) + 3 \operatorname{Div} \mu \mathbf{S}],$$

$$(\mathbf{V}_s \nabla) \mathbf{V}_s = \beta \mu G (\mathbf{V} - \mathbf{V}_s)$$

$$(\mathbf{V}_s \nabla) T_s = \frac{2c_p}{3c_s \operatorname{Pr}} \beta \mu D(T - T_s)$$

$$\rho(\mathbf{V} \nabla) T = 2(\mathbf{V} \nabla) p + 2\varepsilon \left[2\mu S^2 - \frac{2}{3} \mu (\operatorname{div} \mathbf{V})^2 \right] + \frac{\varepsilon}{\operatorname{Pr}} \operatorname{div}(\mu \nabla T) + 2\alpha \beta \mu n_s G |\mathbf{V} - \mathbf{V}_s|^2 +$$

$$+ \frac{2}{3} \frac{\alpha \beta \mu}{\operatorname{Pr}} n_s D(T_s - T)$$

$$p = \frac{\gamma-1}{2\gamma} \rho T, \quad \mu = T^\omega, \quad \kappa = \frac{\gamma-1}{\gamma+1}, \quad \operatorname{Pr} = \frac{c_p \mu^*}{\lambda^*}$$

$$\operatorname{Re} = \frac{U_\infty \rho_\infty^* L}{\mu_\infty^*}, \quad \alpha = \frac{m n_{s\infty}^*}{\rho_\infty^*}, \quad \varepsilon = \frac{1}{\operatorname{Re}} \frac{\mu_c^*}{\mu_\infty^*}, \quad \beta = \frac{6\pi \sigma \mu_c^* L}{m U_\infty}$$

Здесь γ – показатель адиабаты газа, $1/\kappa$ есть "сжатие" (т.е. отношение ρ_c^*/ρ_∞^*) газа в ударном слое при гиперзвуковой скорости, S – тензор скоростей деформации несущей фазы, c_s – удельная теплоемкость вещества частиц, α – относительная массовая концентрация частиц, β – параметр инерционности частиц.

На поверхности обтекаемого тела задается температура T_w (полагаемая постоянной) и ставится условие прилипания несущей фазы. В набегающем потоке скорость и температура фаз, а также концентрация частиц приняты постоянными. Для практических приложений представляет интерес широкий диапазон изменения чисел Маха (от 2 до 10) и Рейнольдса (от 10^2 до 10^8). Учитывая, что в известных приложениях массовая концентрация частиц в набегающем потоке, как правило, не превосходит нескольких процентов, в разд. 2 будет рассмотрено обтекание тела в пренебрежении влиянием частиц на параметры несущего газа ($\alpha \ll 1$). Основной проблемой исследования будет влияние эффектов вязкости (конечности числа Рейнольдса) на границы режима отсутствия инерционного осаждения частиц и распределения параметров дисперсной фазы по обводу тела вблизи лобовой поверхности. Локальное влияние частиц на несущую фазу в приповерхностной зоне из-за накопления частиц учитывается в разд. 3 в приближении двухфазного пограничного слоя [3].

2. Стационарное обтекание сферы при конечных Re. Критические условия инерционного осаждения частиц. Как пример затупленного тела рассмотрим сферу радиуса L и пренебрежем влиянием частиц на параметры несущей фазы, полагая $\alpha \ll 1$. В этом случае задачи нахождения параметров фаз разделяются: сначала можно рассчитать параметры несущей фазы, а затем – движение дисперсной фазы в заданном поле скоростей и температур газа.

Параметры несущей фазы вблизи лобовой поверхности сферы находились из численного решения полных уравнений Навье – Стокса (без выделения ударной волны) на неоднородной сетке, сгущающейся к поверхности тела. Использовалась неявная разностная схема, построенная на основе метода конечного объема. Невязкие составляющие потоков через границы ячеек вычислялись на основе точного решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва, определяемой граничными значениями параметров в соседних ячейках. Для нахождения последних использовалось неосциллирующее одномерное восполнение исходных физических переменных: давления, температуры и декартовых составляющих скорости внутри ячеек по соответствующим координатным направлениям. Вязкие потоки через внутренние границы ячеек вычислялись с помощью центральных разностей, а потоки через границы, лежащие на поверхности тела, – по односторонним трехточечным формулам. Решение разностных уравнений находилось с помощью двухслойной неявной итерационной схемы. В неявной части конечно-разностного оператора использовались направленные разности в соответствии со знаками собственных значений матриц Якоби конвективных слагаемых. Система разностных уравнений записывалась в виде, удобном для применения итерационного процесса Гаусса – Зейделя по линиям; вдоль которых обращение неявного оператора проводилось векторными трехточечными прогонками. Более подробно используемый численный метод описан в [11].

Для нахождения параметров дисперсной фазы использовался полный лагранжевый метод [12]. Вводились лагранжевы переменные x_0, τ , где x_0 есть координата начала траектории частиц на внешней границе расчетной области $y = y_{sh0}$ (здесь y_{sh0} – константа, выбираемая так, чтобы указанная граница полностью лежала в невозмущенном потоке; y_{sh0} принималась равной максимальному отходу волны в пределах расчетной области $0 \leq x \leq 1$), а $\tau = t^* U_\infty / L$ – безразмерное время движения частиц от указанной граничной поверхности по траектории.

В выбранных лагранжевых переменных уравнения импульса и энергии частиц принимают вид

$$\frac{dx_s}{d\tau} = \frac{u_s}{1+y_s}, \quad \frac{dy_s}{d\tau} = v_s, \quad \frac{du_s}{d\tau} = \beta \mu G(u - u_s) - \frac{u_s v_s}{1+y_s}$$

$$\frac{dv_s}{d\tau} = \beta \mu G(v - v_s) + \frac{u_s^2}{1+y_s}, \quad \frac{dT_s}{d\tau} = \frac{2\beta c_p}{3c_s Pr} \mu D(T - T_s)$$

Выведем уравнение неразрывности среды частиц в лагранжевых переменных x_0, τ . Соответствующее уравнение в эйлеровой форме в безразмерных криволинейных координатах x, y имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} [n_s u_s (1+y) \sin(x)] + \frac{\partial}{\partial y} [(1+y)^2 \sin(x) n_s v_s] = 0$$

Введем функцию тока среды частиц $\Psi_s(x, y)$

$$\frac{\partial \Psi_s}{\partial x} = -(1+y)^2 \sin(x) n_s v_s, \quad \frac{\partial \Psi_s}{\partial y} = (1+y) \sin(x) n_s u_s$$

Функции тока в эйлеровых и лагранжевых координатах связаны соотношением $\Psi_s(x, y) = \Psi_s(x_0)$. Дифференцируя его по x_0 и учитывая граничные условия для параметров частиц на поверхности $y = y_{sh0}$,

$$n_s v_s (1+y_s)^2 \sin(x) \frac{\partial x_s}{\partial x_0} - n_s u_s (1+y) \sin(x) \frac{\partial y_s}{\partial x_0} = \cos(x_0) \sin(x_0) (1+y_{sh0})^2$$

Отсюда следует уравнение неразрывности среды частиц в лагранжевой форме

$$\frac{1}{n_s(\tau, x_0)} = \frac{(1 + y_s) \sin(x_s) [u_s(\partial y_s / \partial x_0) - v_s(1 + y_s)(\partial x_s / \partial x_0)]}{(1 + y_{sh0})^2 \sin(x_0) \cos(x_0)}$$

Для использования данного уравнения с целью определения концентрации частиц вдоль выбранной траектории частиц введем дополнительные искомые функции

$$w_1 = \frac{\partial x_s(\tau, x_0)}{\partial x_0}, \quad w_2 = \frac{\partial u_s(\tau, x_0)}{\partial x_0}, \quad w_3 = \frac{\partial y_s(\tau, x_0)}{\partial x_0}, \quad w_4 = \frac{\partial v_s(\tau, x_0)}{\partial x_0}$$

Уравнения для этих функций выводятся путем дифференцирования уравнений движения частиц по лагранжевой координате x_0

$$\frac{dw_1}{d\tau} = \frac{w_2}{1 + y_s} - \frac{u_s w_3}{(1 + y_s)^2}, \quad \frac{dw_2}{d\tau} = \beta \mu G \left(w_1 \frac{\partial u}{\partial x} + w_3 \frac{\partial u}{\partial y} - w_2 \right) +$$

$$+ \beta(u - u_s) \frac{\partial}{\partial x_0} (G\mu) - \frac{u_s w_4 + v_s w_2}{1 + y_s} + \frac{u_s v_s w_3}{(1 + y_s)^2}$$

$$\frac{dw_3}{d\tau} = w_4, \quad \frac{dw_4}{d\tau} = \beta \mu G \left(w_1 \frac{\partial v}{\partial x} + w_3 \frac{\partial v}{\partial y} - w_4 \right) + \beta(v - v_s) \frac{\partial}{\partial x_0} (G\mu) + \frac{2u_s w_2}{1 + y_s} - \frac{u_s^2 w_3}{(1 + y_s)^2}$$

Данные уравнения совместно с уравнениями движения частиц составляют замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений на фиксированной траектории частиц, решение которой позволяет рассчитать все параметры дисперсной фазы, включая концентрацию. Выражение для $\partial(\mu G)/\partial x_0$ не приводится из-за громоздкости.

На поверхности $y = y_{sh0}$ перед ударной волной для параметров дисперсной фазы задавались условия, соответствующие однородному потоку

$$\tau = 0: \quad x_s = x_0, \quad y_s = y_{sh0}, \quad u_s = \sin(x_0), \quad v_s = -\cos(x_0)$$

$$T_s = T_\infty, \quad w_1 = 1, \quad w_2 = \cos(x_0), \quad w_3 = 0, \quad w_4 = \sin(x_0)$$

Сформулированная система обыкновенных дифференциальных уравнений решалась для различных траекторий частиц методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности. При этом использовалась линейная интерполяция параметров газа, найденных из решения уравнений Навье – Стокса в узлах неоднородной сетки, сгущающейся к поверхности тела.

Наряду с расчетами в вязкой постановке для сравнения были проведены также численные расчеты обтекания сферы невязким гиперзвуковым двухфазным потоком в постановке, аналогичной [13] (что соответствует пределу больших чисел Рейнольдса и больших, но конечных чисел Маха). В этих расчетах параметры газа в ударном слое задавались аналитически из приближенного гиперзвукового решения Хейза [14], которое в используемых безразмерных переменных имеет вид

$$u(x, y) = \left(\frac{y}{x} + \sqrt{\frac{8x}{3}} - 4y \right) \sin(x)$$

$$v(x, y) = -\cos(x) \left[\frac{y^2}{x} + 2y \sqrt{\frac{8x}{3}} - 4y^2 \left(1 + \frac{y}{3x} \right) \right]$$

$$T = 1 + \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} - u^2 - v^2, \quad \rho = \frac{1}{x}$$

$$0 \leq y \leq y_{sh}, \quad y_{sh} = x \left(1 - \sqrt{\frac{8x}{3}} + 4x \right)$$

Здесь y_{sh} – безразмерный отход ударной волны, который в данном решении является постоянной величиной. Решение Хейза можно рассматривать как асимптотическое решение уравнений Эйлера для гиперзвуковых течений при $\kappa \ll 1$, которое справедливо с точностью до членов порядка $\kappa^{2/3}$. В выражении для температуры оставлены члены высшего порядка малости, существенные вблизи оси симметрии.

При фиксированных теплофизических свойствах несущей фазы (параметрах γ , Pr, ω) распределения концентрации и скорости частиц в невязком ударном слое зависят лишь от числа Маха и двух безразмерных определяющих параметров, в качестве которых удобно взять нормированный параметр инерционности частиц $\beta_0 = \beta\mu_1/(u_1\varphi_1)$ и параметр $Rb = Re_{s0}^{2/3}/6$, характеризующий отклонение закона сопротивления частиц от закона Стокса (здесь u_1 – безразмерный модуль градиента скорости газа в критической точке, для решения Хейза равный $2/3$); μ_1 – значение безразмерной вязкости газа в критической точке невязкого потока (при $M_\infty \rightarrow \infty$ $\mu_1 \rightarrow \mu_c = 1$), φ_1 – значение функции φ из (1.1) в критической точке невязкого потока при гиперзвуковой скорости, когда в выражении для φ

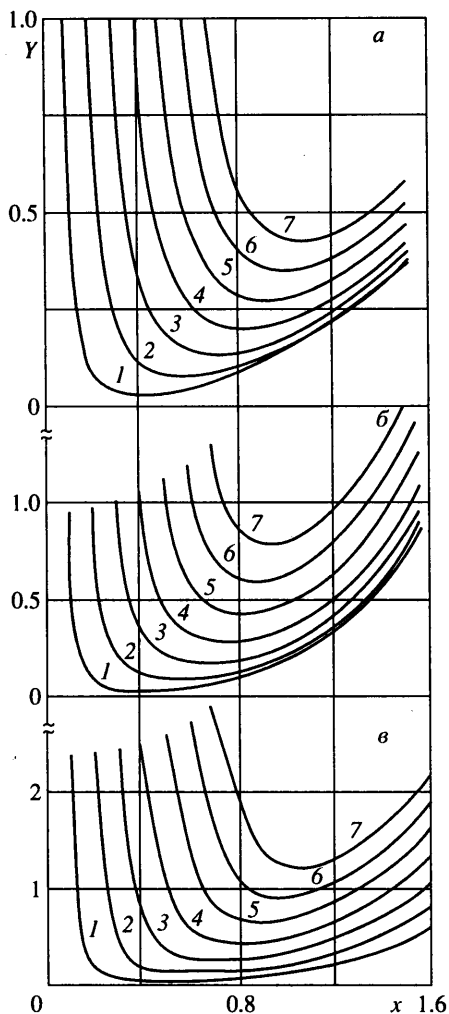
$$\frac{M_s}{Re_s} = Re_{s0}^{-1} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}}, \quad Re_{s0} = \frac{2\sigma_r^* U_\infty}{\mu_c^*}$$

Распределение температуры частиц зависит еще и от отношения теплоемкости фаз c_s/c_p . Введение таким образом нормированного параметра инерционности частиц удобно для представления границ режима инерционного осаждения частиц. Во всех расчетах были приняты следующие значения параметров газа: $\gamma = 1,4$, Pr = 0,7, $\omega = 0,5$.

Из численных расчетов в невязкой постановке (с использованием решения Хейза) следует, что с уменьшением инерционности частиц (увеличением параметра β_0) при достижении некоторого порогового значения $\beta^0(Rb)$ частицы перестают осаждаться на поверхность тела. При этом концентрация частиц неограниченно возрастает вблизи предельной (ближайшей к телу) траектории частиц, которая не совпадает с лобовой поверхностью тела из-за различия инерционных свойств фаз.

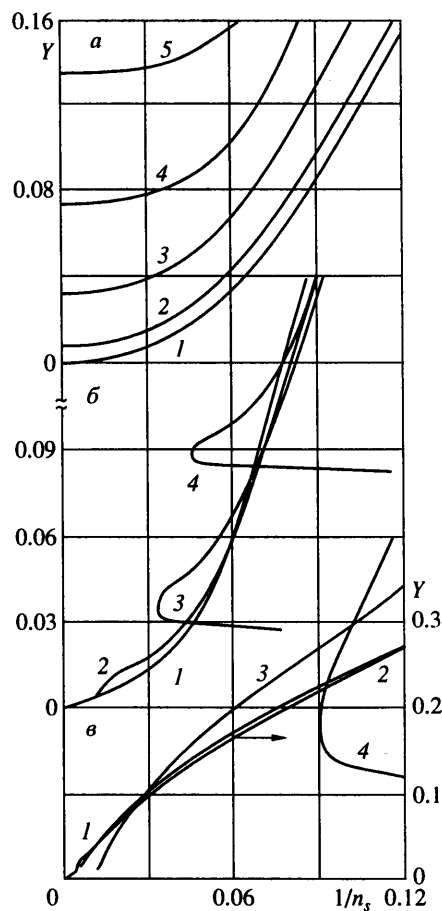
Фигуры 1, а и 2, а иллюстрируют результаты расчетов, проведенных в невязкой постановке (с использованием решения Хейза) при $M = 6$ и $\beta_0 = 8,1$, $Rb = 2,5$, что соответствует началу режима отсутствия инерционного осаждения частиц. На фиг. 1, а приведена типичная картина траекторий частиц, начинающихся на ударной волне. Вблизи поверхности тела образуется тонкая зона чистого газа, а вблизи предельной траектории трубка тока среды частиц резко сужается (вблизи тела первая приведенная на графике траектория практически совпадает с предельной). При этом формируется узкая зона накопления частиц (фиг. 2, а). На фиг. 2, а координаты точек пересечения кривых с осью y/y_{sh} соответствуют положениям предельной траектории. Концентрация частиц неограниченно возрастает вблизи предельной траектории, однако, как показано в [15], особенность концентрации интегрируема и модель невязкодействующих частиц остается применимой.

При проведении расчетов в вязкой постановке к параметрам подобия добавляется число Рейнольдса Re обтекания тела, а также безразмерная температура стенки T_w . Для выяснения влияния вязких эффектов на положение границы режима отсутствия инерционного осаждения частиц была проведена серия расчетов при $M_\infty = 6$, $T_w = 0,14$ и значения Re, варьируемых в диапазоне $10^2 - 10^5$. В расчетах граница режима отсутствия инерционного осаждения частиц определялась из условия обращения скорости частиц в ноль в критической точке с точностью до 12-го знака после запятой. Результаты расчетов границ режима отсутствия инерционного осаждения показаны на фиг. 3 (область над кривыми соответствует отсутствию осаждения). При значениях Rb, близких к нулю, расчеты не проводились, поскольку в этом диапазоне используемые формулы для сопротивления частиц не пригодны, так как числа Кнудсена



Фиг. 1

Фиг. 1. Картина траекторий частиц в ударном слое (*a* – невязкий ударный слой, *б* – $Re = 10^5$, *в* – $Re = 10^2$, траектории 1–7 соответствуют $x_0 = 0,1-0,7$ с шагом 0,1); $Y = y/y_{sh}$

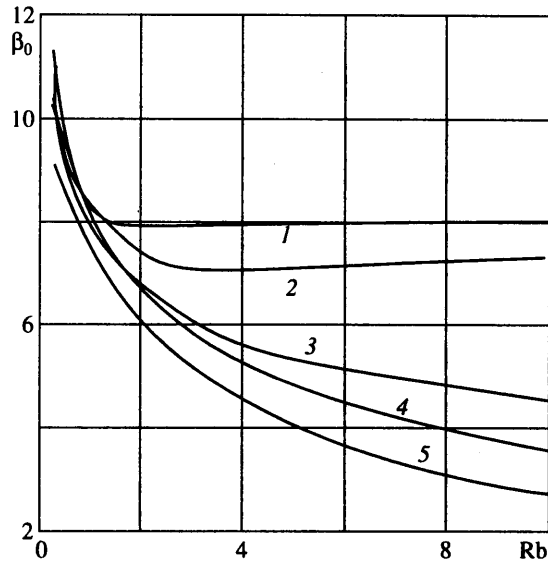


Фиг. 2

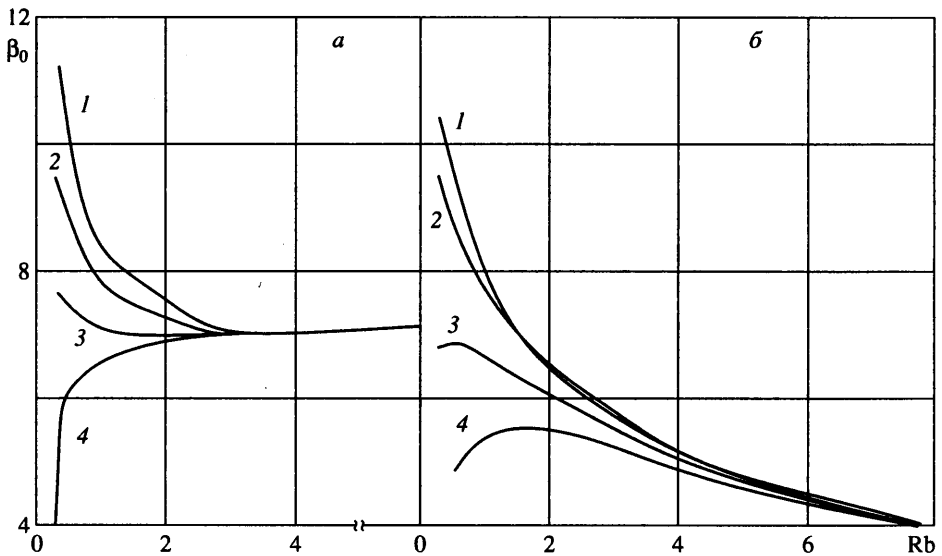
Фиг. 2. Распределения концентрации частиц $n_s(Y)$ в ударном слое (*a* – невязкий ударный слой, *б* – $Re = 10^5$, *в* – $Re = 10^2$, кривые 1–5 соответствуют сечениям $x = 0, 0,25, 0,5, 0,75, 1$); $Y = y/y_{sh}$

обтекания частиц уже очень велики. С уменьшением числа Рейнольдса границы режима отсутствия инерционного осаждения частиц существенно расширяются, что можно объяснить утолщением ударного слоя и перестройкой профиля скорости газа на оси симметрии. Вязкий пограничный слой "экранирует" лобовую поверхность тела от падающих частиц. Таким образом, учет вязких эффектов приводит к расширению диапазона размеров частиц, не выпадающих на тело, в сторону более крупных частиц.

При экспериментальных исследованиях обтекания тел запыленным потоком возможно значительное рассогласование скоростей фаз перед ударной волной [4]. В связи с этим была исследована зависимость границы режима инерционного осаждения частиц от параметра скольжения фаз перед волной $W = (v^* - v_s^*) / v^*$ (здесь имеются в виду скорости фаз на оси симметрии перед ударной волной).



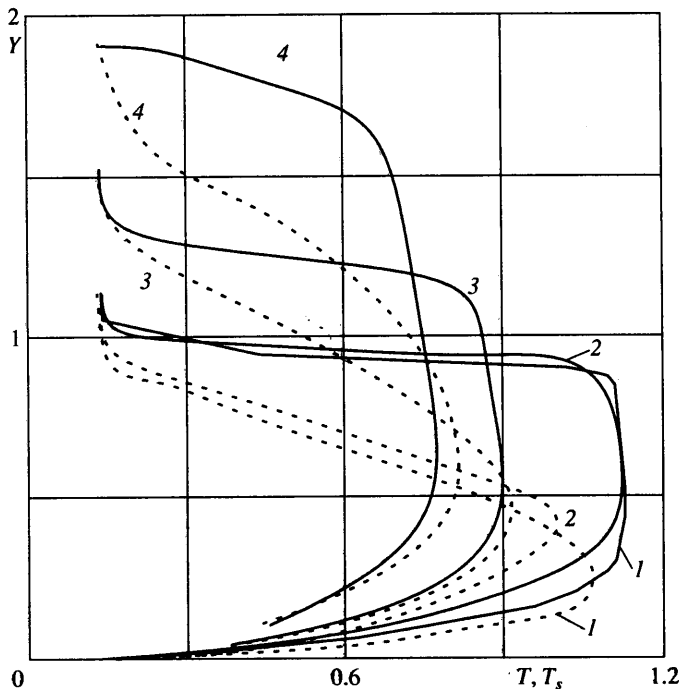
Фиг. 3. Границы режима отсутствия инерционного осаждения частиц (область над кривыми) (l – невязкий ударный слой, кривые 2–5 соответствуют $Re = 10^5, 10^4, 10^3, 10^2$); $\beta_0 = \beta_{\mu_1}/(u_1 \varphi_1)$, $Rb = Re_{50}^{2/3}/6$



Фиг. 4. Влияние скоростного отставания частиц на границы режима отсутствия инерционного осаждения; $a - Re = 10^3$, $b - Re = 10^5$, $W = 0, 0,5, 0,75, 1$ (кривые 1–4)

На фиг. 4 приведены расчеты границ режима инерционного осаждения при $Re = 10^3$ (a) и 10^5 (b) и значениях $W = 0; 0,5; 0,75, 1$ (кривые 1–4). С увеличением скоростного отставания частиц в набегающем потоке граница режима отсутствия осаждения в области малых Rb ($Rb < 3$) заметно расширяется в сторону диапазона более инерционных частиц.

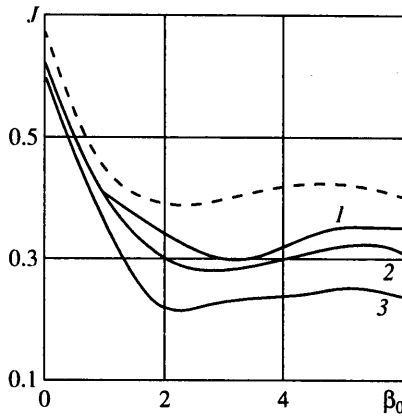
Перейдем к рассмотрению влияния эффектов вязкости на распределения параметров частиц по обводу тела. Во всех расчетах, описанных ниже в данном разделе,



Фиг. 5. Профили температуры газа (сплошные линии) и частиц (штриховые линии) в ударном слое при $Re = 10^3$; кривые 1–4 соответствуют $x = 0, 0,3, 0,75, 1$; $Y = y/y_{sh}$

значения параметров, относящихся к дисперсной фазе, были приняты следующими: $\beta_0 = 8,1$, $Rb = 2,5$, $c_s/c_p = 1$. Влияние числа Рейнольдса обтекания тела на картину траекторий частиц в ударном слое продемонстрировано на фиг. 1, б и в ($Re = 10^5$ и 10^2 соответственно). Начальные точки траекторий (с шагом $\Delta x_0 = 0,1$) соответствуют условному положению ударной волны (при конечных Re ударная волна "размазывается" на несколько расчетных ячеек). На графиках координата y отнесена к отходу ударной волны на оси симметрии y_{sh} , определенному из решения Хейза. Как видно, с уменьшением Re ударный слой становится толще. Учет вязкости приводит к тому, что предельная траектория частиц отходит от тела и зона чистого газа утолщается. При дальнейшем уменьшении числа Рейнольдса толщина зоны чистого газа достигает максимума и затем снова уменьшается. Эффект накопления частиц вблизи предельной траектории становится менее выраженным по сравнению со случаем невязкого ударного слоя (фиг. 2, б, в). Особенность концентрации на предельной траектории исчезает, хотя локальная концентрация частиц на внешней границе зоны чистого газа увеличивается все же довольно значительно.

Влияние вязкости на профили температур фаз проявляется в довольно значительной по толщине пристеночной области ударного слоя (фиг. 5). Вблизи волны в ударном слое температура частиц отстает от температуры газа. По мере приближения к телу частицы нагреваются, достигают локальной температуры газа и входят в область пограничного слоя, имея температуру выше температуры газа. Превышение температуры частиц над температурой газа в пристеночной зоне в совокупности с эффектом локального накопления частиц объясняют механизм значительного увеличения тепловых потоков на лобовой поверхности тела при конечных массовых концентрациях частиц.



Фиг. 6. Зависимость функции J от параметра инерционности частиц β_0 при $Rb = 1$. Кривые 1–3 соответствуют $Re = 10^5, 10^4, 10^3$, штриховая линия – расчет в рамках модели "невязкое решение Хейза плюс пограничный слой"

3. Оценка максимальных тепловых потоков в критической точке. Оценим максимально возможное увеличение тепловых потоков в критической точке тела, вызванное наличием дисперсной примеси. Будем считать, что в режиме инерционного осаждения весь поток энергии осаждающихся частиц переходит в тепловую энергию обтекаемого тела (отраженными частицами пренебрегается). Тогда вклад в тепловой поток со стороны дисперсной фазы в критической точке есть

$$Q_s = -mn_{sw}^* v_{sw}^* [c_s (T_{sw}^* - T_w^*) + v_{sw}^{*2} / 2] \quad (3.1)$$

Тепловой поток со стороны несущей фазы есть

$$Q_0 = \lambda \left(\frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right)_w \quad (3.2)$$

Перейдя в (3.1)–(3.2) к безразмерным переменным, можно представить отношение тепловых потоков в запыленном и чистом газе в следующем виде:

$$\frac{Q_0 + Q_s}{Q_0} = 1 + \alpha \sqrt{Re} J \left(M, Re, \beta_0, Rb, \frac{c_s}{c_p}, T_w \right) \quad (3.3)$$

В правой части для удобства представления результатов выделен множитель \sqrt{Re} , поскольку при больших Re , когда применимо погранслоинное приближение, функция J принимает вид

$$J = - \frac{Pr(n_{sw} u_{sw}) [v_{sw}^2 + (c_s / c_p)(T_{sw} - T_w)] T_\infty^{1/4}}{T_w^{1/2} (\partial T / \partial y_1)_w}, \quad y_1 = y \sqrt{Re}$$

и перестает зависеть от числа Re (здесь параметры частиц на стенке (с индексом w) находятся из решения задачи в невязкой постановке).

Наибольший интерес представляет зависимость функции J от параметра инерционности частиц и числа Рейнольдса тела, численные расчеты которой представлены на фиг. 6. Штриховой линией показан расчет в рамках модели "невязкое решение Хейза плюс пограничный слой", при этом для рассмотренной области значений β_0

изменением параметров частиц внутри пограничного слоя пренебрегалось (уравнения пограничного слоя на оси симметрии приведены ниже). Видно, что зависимость J от Re не очень значительна. Область малых значений β_0 соответствует крупным (инерционным) частицам, которые движутся в ударном слое, практически сохраняя значения параметров невозмущенного потока. Расчеты ограничены значением $\beta_0 = 6$, так как с приближением к критическим значениям параметра инерционности β^0 , соответствующим границе режима инерционного осаждения, вблизи лобовой поверхности тела формируется слой повышенной концентрации частиц и используемый метод расчета тепловых потоков теряет смысл. Для околокритических и закритических значений β_0 корректный расчет тепловых потоков может быть проведен только с учетом влияния частиц на параметры несущей фазы даже при малой массовой концентрации частиц в набегающем потоке. Такой учет был произведен для значений $\beta_0 > \beta^0$, соответствующих режиму отсутствия инерционного осаждения частиц. В этом диапазоне изменения параметра инерционности был рассмотрен случай больших чисел Рейнольдса, когда для расчета тепловых потоков можно использовать теорию двухфазного пограничного слоя [3].

Опишем коротко постановку задачи о двухфазном пограничном слое в режиме отсутствия инерционного осаждения частиц. Асимптотический анализ поведения параметров частиц вблизи критической точки осесимметричного потенциального потока показывает [15], что при $\beta_0 \geq \beta^0$ концентрация частиц n_s имеет сингулярность типа d/y^r , где r является известной функцией β_0 и изменяется в интервале $0 \leq r \leq 3 - \sqrt{6}$, а коэффициент d является функцией Rb и β_0 . Характерные значения d , рассчитанные для различных значений параметров β_0 и Rb с использованием решения Хейза, приведены в таблице. Указанная особенность концентрации частиц интегрируема, поэтому среднее расстояние между частицами остается конечным и модель несталкивающихся частиц по-прежнему применима [15]. В окрестности критической точки невязкого потока при малых x и y остальные параметры фаз представимы в виде

$$u = u_1 x, \quad v = -2u_1 y, \quad u_s = u_{s1} x, \quad v_s = v_{s1} y \quad (3.4)$$

$$T = 1 + \dots, \quad T_s = 1 + \dots, \quad \rho = 1/x$$

$$u_{s1} = -\frac{\beta}{2} + \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \beta u_1}, \quad v_{s1} = -\frac{\beta}{2} + \sqrt{\frac{\beta^2}{4} - 2\beta u_1}$$

Здесь индексом l отмечены константы при главных членах разложения, в выражении для температуры для простоты отброшены малые члены порядка $1/M^2$. Кроме того, здесь и ниже рассматривается только континуальный режим обтекания частиц, т.е. в законах сопротивления и теплообмена частиц положено $\phi = \Phi_2 = 1$.

Чтобы вывести уравнения пограничного слоя в окрестности оси симметрии, введем растянутую погранслоиную координату $z = y\sqrt{u_1}/\varepsilon$ и воспользуемся стандартной техникой метода сращиваемых асимптотических разложений [16]. Ищем внутреннее решение в пограничном слое в виде следующих асимптотических рядов по ε и по координате x :

$$u = u_1 x f(z) + \dots, \quad v = -\sqrt{\varepsilon u_1} z g(z) + \dots$$

$$u_s = u_{s1} x f_s(z) + \dots, \quad v_s = \sqrt{\varepsilon / u_1} v_{s1} z g_s(z) + \dots$$

$$T = \theta(z) + \dots, \quad T_s = \theta_s(z) + \dots$$

$$\rho = \frac{\Psi(z)}{g(z)}, \quad n_s = \varepsilon^{-r/2} \frac{d\Psi_s(z) u_1^{r/2}}{z^r g_s} + \dots$$

Подставляя эти разложения в уравнения (1.1) и оставляя главные члены, получаем следующую краевую задачу:

$$\begin{aligned} \theta^\omega \frac{d^2 f}{dz^2} + \omega \theta^{\omega-1} \frac{df}{dz} \frac{d\theta}{dz} - \frac{\psi f^2}{g} + z\psi \frac{df}{dz} + \frac{1}{\kappa} - A\beta_0 \theta^\omega (f - af_s) \frac{\psi_s}{z^r g_s} &= 0 \\ z \frac{d\psi}{dz} - \frac{2f\psi}{g} + \psi &= 0 \\ cz \frac{d\psi_s}{dz} - \frac{2af_s \psi_s}{g_s} - c(r-1)\psi_s &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\frac{\theta^\omega}{Pr} \frac{d^2 \theta}{dz^2} + \omega \theta^{\omega-1} \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 + \frac{2A\beta_0}{3Pr} \psi_s \theta^\omega \frac{\theta_s - \theta}{g_s z^r} + z\psi \frac{d\theta}{dz} = 0$$

$$aczg_s \frac{df_s}{dz} - (af_s)^2 + \beta_0 \theta^\omega (f - af_s) = 0$$

$$c^2 z g_s \frac{dg_s}{dz} - \beta_0 \theta^\omega (cg_s - g) + (cg_s)^2 = 0$$

$$czg_s \frac{d\theta_s}{dz} + \frac{2}{3} \frac{c_p}{c_s} \frac{\beta_0 \theta^\omega}{Pr} (\theta - \theta_s) = 0$$

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\theta\psi}{g}, \quad A = \frac{\alpha d u_1^{r/2}}{\varepsilon^{r/2}}, \quad a = \frac{u_{s1}}{u_1} = -\frac{\beta_0}{2} + \sqrt{\frac{\beta_0^2}{4} + \beta_0}$$

$$c = -\frac{v_{s1}}{u_1} = \frac{\beta_0}{2} - \sqrt{\frac{\beta_0^2}{4} - 2\beta_0}, \quad r = 1 - 2\frac{a}{c}$$

Здесь $\beta_0 = \beta/u_1$, так как значения μ_c и φ_1 приняты равными единице. Граничные условия и условия срачивания с внешним решением (2.3)–(2.4) имеют вид

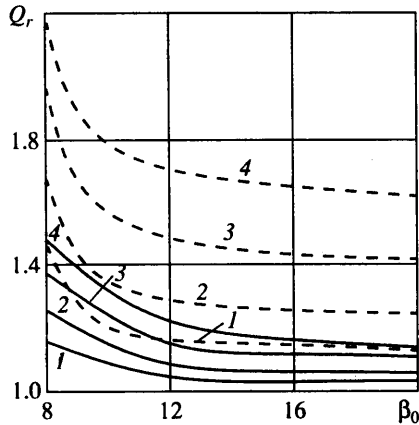
$$z = 0: \quad f = \psi = 0, \quad \theta = T_w \quad (3.6)$$

$$z \rightarrow \infty: \quad f = f_s = g_s = \theta = \theta_s = \psi_s = 1$$

Для фиксированного газа (фиксированных значений Pr , γ и ω) постановка задачи (3.5) зависит от следующих параметров подобия: A , β_0 , c_s/c_p и T_w .

Параметр Rb (от которого зависит величина d), массовая концентрация частиц α и число Рейнольдса потока вошли в некоторой комбинации в параметр A . Параметр A принимает конечные значения даже при очень малых массовых концентрациях частиц α . То, что именно этот параметр, а не α , в рассматриваемом приближении характеризует влияние частиц на теплообмен, является отражением эффекта накопления частиц в пограничном слое.

Была проведена серия расчетов уравнений (3.5)–(3.6) с целью нахождения зависимости отношения тепловых потоков в чистом и запыленном потоках от параметра инерционности частиц β_0 при $T_w = 0,14$, $c_s/c_p = 1$ и 4 и нескольких значениях параметра $A = 0,5; 1; 2; 3,5$. Решение находилось численно конечно-разностным методом, описанным в [3]. Результаты расчетов увеличения тепловых потоков $Q_r = (Q_0 + Q_s)/Q_0$ как функции β_0 приведены на фиг. 7. С уменьшением инерционности частиц (увеличением β_0) эффект усиления теплообмена ослабляется, хотя увеличение тепловых потоков за счет присутствия частиц существенно в значительном диапазоне значений β_0 , соответствующих режиму отсутствия инерционного осаждения частиц. Следует отметить сильную зависимость эффекта усиления теплообмена в режиме отсутствия инерционного осаждения частиц от отношения теплоемкостей вещества частиц и газа.



Фиг. 7. Отношение тепловых потоков в запыленном и чистом газе в режиме отсутствия инерционного осаждения частиц (штриховые линии – $c_s/c_p = 4$, сплошные линии – $c_s/c_p = 1$, кривые 1–4 соответствуют $A = 0,5; 1; 2; 3,5$)

Заключение. На основании численных расчетов исследована зависимость границ режима инерционного осаждения частиц от числа Рейнольдса при сверхзвуковом обтекании затупленного тела и вязким запыленным газом в диапазоне больших и умеренных значений Re . Показано, что по сравнению со случаем обтекания тела невязким газом при уменьшении Re до 10^2 диапазон безразмерных параметров, соответствующий отсутствию инерционного осаждения частиц, расширяется почти вдвое. В режиме отсутствия осаждения частиц с уменьшением Re происходят изменения в структуре потока в пристеночной области: эффект накопления частиц вблизи предельной траектории ослабевает, а толщина области чистого газа вблизи лобовой поверхности сферы сначала увеличивается, а затем уменьшается. Профили температур фаз значительно изменяются почти на половине толщины ударного слоя. Наличие скоростного отставания частиц в невозмущенном потоке приводит к смещению границы режима инерционного осаждения в сторону более инерционных частиц.

В широком диапазоне параметров инерционности частиц получены численные оценки и определены параметры подобия, характеризующие максимальное увеличение тепловых потоков в критическую точку тела, вызванное присутствием дисперсной примеси. Показано, что увеличение тепловых потоков существенно и для режима отсутствия инерционного осаждения частиц.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-00088), Государственного фонда естественных наук КНР (совместный грант РФФИ-ГФЕН КНР 99-01-39020ГФЕН-а), INTAS (проект 00-3090), а также грантов по программам "Ведущие научные школы" и "Интеграция".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dunbar L.E., Courtney J.F., McMillen L.D. Heating augmentation in erosive hypersonic environments // AIAA Journal. 1975. V. 13. № 7. P. 908–912.
2. Hove D.T., Taylor E. Stagnation region heat transfer in hypersonic particle environments // AIAA Journal. 1976. V. 14. № 10. P. 1486–1488.
3. Осипцов А.Н., Шаниро Е.Г. Влияние мелкодисперсной примеси на структуру пограничного слоя при гиперзвуковом обтекании затупленного тела // Изв. АН СССР. МЖТ. 1986. № 5. С. 55–62.

4. *Vasilevskii E.B., Osipov A.N.* Experimental and numerical study of heat transfer on a blunt body in dusty hypersonic flow // AIAA Paper. 1999. № 3563. 11 p.
5. *Циркунов Ю.М.* Влияние вязкого пограничного слоя на осаждение частиц при обтекании сферы газозвесью // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 1. С. 59–66.
6. *Golovachev Yu.P., Lun'kin Yu.P., Mymrin V.F., Schmidt A.A.* Supersonic motion of bodies in dusty gas // Acta Astronaut. 1980. V. 7. № 4–5. P. 575–581.
7. *Пейгин С.В.* Гиперзвуковой пространственный вязкий ударный слой в двухфазном потоке // ПММ. 1984. Т. 48. Вып. 2. С. 254–263.
8. *Marble F.E.* Dynamics of dusty gases // Ann. Rev. Fluid Mech. 1970. V. 2. P. 397–446.
9. *Carlson D.J., Hoglund R.F.* Particle frag and heat transfer in rocket nozzles // AIAA Journal. 1964. V. 2. № 11. P. 1980–1984.
10. *Гинзбург И.П.* Аэрогазодинамика. М.: Высш. шк., 1966. 404 с.
11. *Сахаров В.И., Громов В.Г., Фатеева Е.И.* Разработка алгоритмов и сравнительный анализ решений задач сверхзвукового химически неравновесного обтекания тел в рамках уравнений Навье – Стокса, модели частичного химического равновесия и уравнений вязкого ударного слоя // Отчет Ин-та механики МГУ. 1998. № 4507. 172 с.
12. *Osipov A.N.* Modified Lagrangian method for calculating the particle concentration in dusty-gas flows with intersecting particle trajectories // Proc. 3rd Intern. Conf. Multiphase Flow. Lyon, France. 1998. CD. 8 p.
13. *Осипов А.Н., Шаниро Е.Г.* Обтекание сферы запыленным газом с большой сверхзвуковой скоростью // Исследование газодинамики и теплообмена сложных течений однородных и многофазных сред. М.: Изд-во МГУ, 1990. С. 89–105.
14. *Hayes W.D., Probst R.F.* Hypersonic Flow Theory. N.Y.: Acad. Press, 1959. 464 p.
15. *Осипов А.Н.* Исследование зон неограниченного роста концентрации частиц в дисперсных потоках // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 46–52.
16. *Cole J.D.* Perturbation methods in applied mathematics. Waltham, Mass.: Blaisdell, 1968. 260 p.

Москва

Поступила в редакцию
30.XI.2000