

УДК 532.517.4.013.2

© 2001 г. С.А. ДЕНИСОВ, В.И. НОСКОВ, А.Н. СУХАНОВСКИЙ, П.Г. ФРИК

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ТУРБУЛЕНТНЫЕ ВИНТОВЫЕ ТЕЧЕНИЯ В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ

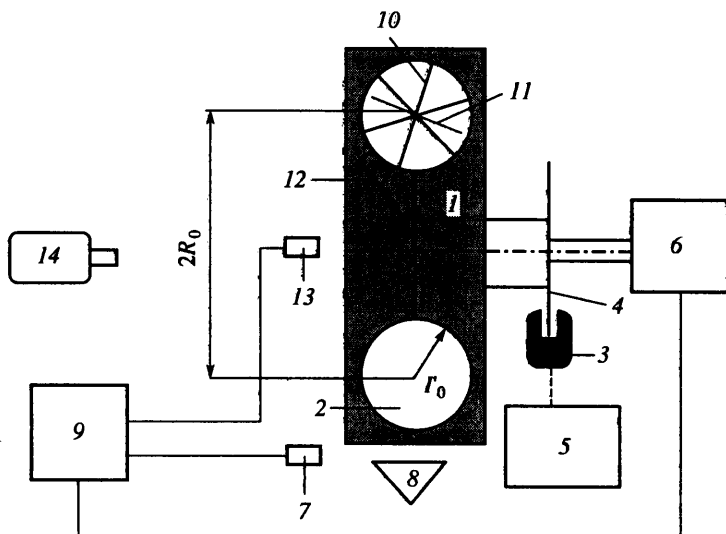
Проведено экспериментальное исследование турбулентных винтовых течений воды, возникающих в быстро вращающемся тороидальном канале после резкого торможения. Винтовая структура потока создается при этом неподвижно установленными в канале крыльчатками – диверторами, а числа Рейнольдса достигают значений 10^6 . Предложена простая модель для описания эволюции средних по сечению канала продольной и вращательной компонент скорости.

Впервые роль винтовых течений была осознана в задаче генерации магнитных полей потоками проводящей жидкости (задача о МГД-динамо), для которой было показано, что генерация возможна, только если величина $H = \langle \mathbf{v} \cdot \text{rot} \mathbf{v} \rangle$ существенно отлична от нуля [1]. Псевдоскалярная величина H , получившая название спиральности, характеризует общее преобладание винтовых структур одного знака (лево- либо правовинтовых).

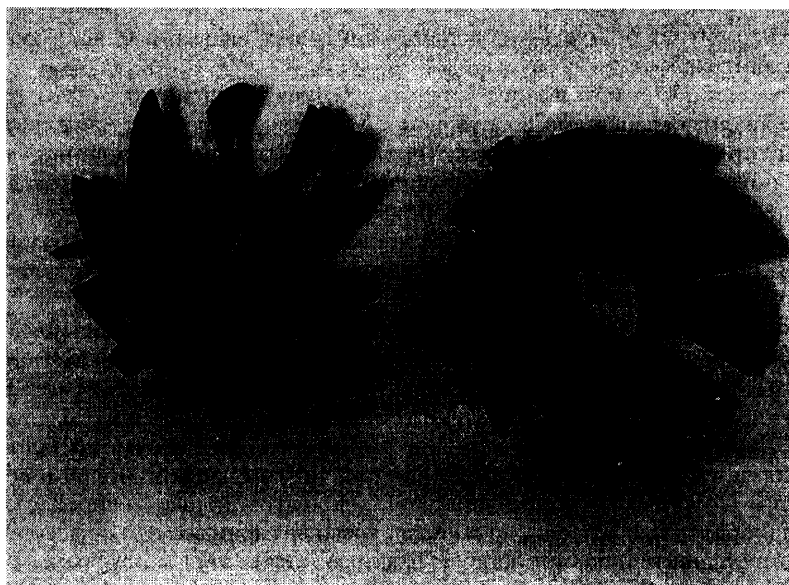
Успех теории гидромагнитного динамо стимулировал поиск чисто гидродинамического аналога механизма возбуждения МГД-структур. Действительно, удалось найти некоторые классы спиральных (правильнее, винтовых) течений, в которых возникает новая длинноволновая неустойчивость, стимулирующая развитие крупномасштабных вихревых структур (см., например, [2]). Такое "вихревое динамо" активно обсуждается в контексте задач о формировании крупномасштабных атмосферных вихрей [3]. Значительный интерес винтовые потоки вызывают и в ряде технологических приложений [4].

1. Нестационарное МГД-динамо. Магнитогидродинамическое динамо (МГД-динамо) – это явление возбуждения магнитного поля движущимися потоками проводящей жидкости. По современным представлениям именно оно является основным источником магнитных полей в астрофизике (см. [5]). Впервые идея МГД-динамо была высказана Лармором в 1919 г., а активное развитие теории динамо началось четыре десятилетия назад после вывода уравнения для динамо средних полей в спиральном турбулентном потоке [6]. С этого же времени делаются попытки перенести исследования и в лабораторные условия, но до последнего времени все они оставались неудачными. Это не удивительно, так как МГД-динамо относится к пороговым явлениям и может возникнуть только при достижении параметрами течения критических значений. Определяющей характеристикой при этом является магнитное число Рейнольдса $Rm = \mu_0 \mu \sigma U L$, где L – характерный размер, U – характерная скорость потока, μ_0 – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость, σ – электрическая проводимость.

Наименьшим критическим магнитным числом Рейнольдса характеризуется так называемое динамо Пономаренко (винтовое твердотельное движение проводящего цилиндра в бесконечной проводящей среде) [7], для которого $Rm^* = 17.7$. Учет реального профиля скорости проводящей жидкости и конечной толщины проводящих стенок трубы несколько повышает значение критического числа ($Rm^* \approx 20-25$) [8, 9, 10, 11]. Однако достижение даже таких относительно низких магнитных чисел Рейнольдса в лабораторных условиях является сложной технической задачей.



Фиг. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – цилиндр из оргстекла, 2 – кольцевой канал, 3 – тормоз, 4 – тормозной диск, 5 – блок управления торможением, 6 – электродвигатель, 7 – датчик тахометра, 8 – осветители, 9 – компьютер, 10 – дивертор, 11 – полированные пластинки, 12 – световод, 13 – фотодатчик, 14 – видеокамера



Фиг. 2. Общий вид диверторов, создающих винтовой поток в канале: на левом видны свободновращающиеся пластинки для измерений угловой скорости вращения жидкости

Первая попытка осуществить МГД-динамо была предпринята в Институте физики в Риге [12]. Устройство, воспроизводящее винтовое динамо в трубе путем прокачки закрученного потока жидкого натрия, не удалось вывести на нужный режим из-за возникших в нем сильных вибраций (расход металла при этом составлял около $0.2 \text{ м}^3/\text{с}$). Два масштабных проекта по реализации динамо-эксперимента стартовали в 90-х годах и дали первые результаты на рубеже веков. Первый – в Риге, где

реализовали винтовое динамо в трубе и сумели обнаружить начальную стадию роста магнитного поля [13], второй – в Карлсруэ (Германия), где добились устойчивой генерации магнитного поля в пакете винтовых каналов общим диаметром 2 м [14]. В обеих установках насосы общей мощностью 300–400 кВт прокачивали сквозь рабочие каналы тонны жидкого натрия.

Идея эксперимента, который может явиться альтернативой проектам, требующим стационарной прокачки больших масс жидкого металла, была предложена в [15]: предлагается, оставаясь в рамках винтового динамо, отказаться от попытки реализовать стационарное динамо в пользу нестационарного, а нестационарное (импульсное) течение с необходимыми параметрами получить при резком торможении вращающейся тороидальной полости с жидким натрием.

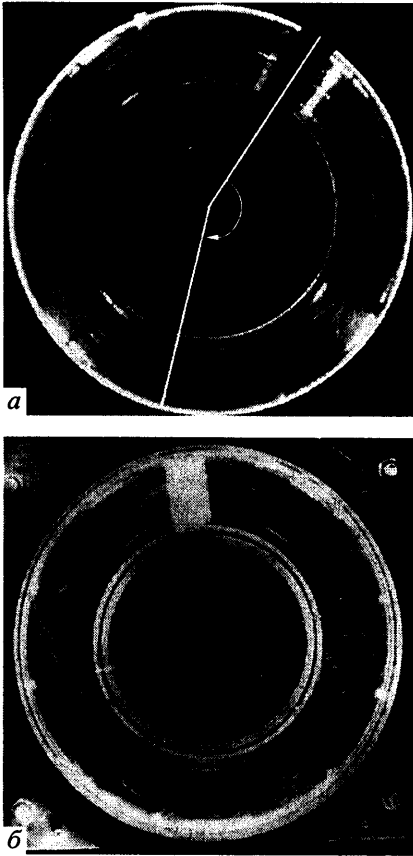
Приведенные в [15] оценки показывают, что в кольцевом канале радиусом 0.5 м и радиусом сечения 0.1 м, раскрученном до скорости 50 об/с, после резкого торможения можно получить магнитные числа Рейнольдса, превосходящие критическое значение, а время существования надкритического движения может быть достаточным для наблюдения эффекта динамо.

С другой стороны, все известные на сегодня расчеты для винтового динамо выполнены для стационарных течений в цилиндрических каналах. Кроме того, динамо-процесс чувствителен к тонкой структуре потока, которая в нестационарном случае может оказаться определяющей на ранних стадиях эволюции течения. Поэтому для расчетов и проектирования реальной МГД-установки требуется знать пространственно-временную структуру нестационарного винтового потока в тороидальном канале, изучение которой и составило цель данной работы.

2. Экспериментальная установка. Эксперименты проводились с водой, динамические свойства которой близки к свойствам жидкого натрия. В цилиндре из оргстекла 1 (фиг. 1), состоящем из двух половинок, был выточен кольцевой канал 2 с радиусом сечения $r_0 = 0.04$ м. Радиус тора R_0 равен 0.154 м. Цилиндр укреплялся на ступице колеса легкового автомобиля, снабженной дисковой тормозной системой 3–5, и приводился во вращение электродвигателем 6. На краю цилиндра были нанесены 80 черно-белых секторов, которые совместно с датчиком 7 позволяли фиксировать угловую скорость цилиндра. Цилиндр раскручивался до скорости вращения 25 об/с (скорость вращения ограничивалась прочностью оргстекла). Измерения скорости вращения цилиндра во время торможения показали, что движение близко к равнозамедленному, поэтому в качестве основной характеристики режима торможения (и вызываемого им течения) использовалось время торможения канала T_b , которое изменялось в интервале от 0.15 до 2 с.

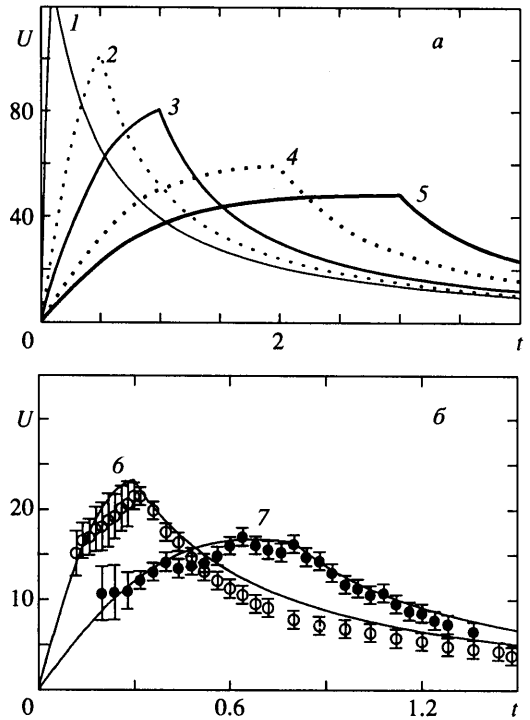
Для получения винтового течения в канале устанавливались восьмилопастные диверторы 10 (от одного до четырех штук), показанные на фиг. 2. Угол поворота лопастей пропорционален расстоянию от оси дивертора и составляет 45° на периферии. Для визуализации потока использовались полистироловые шарики диаметром 2–3 мм, которые предварительно засыпались в канал. Течение в полости регистрировалось при помощи видеокамеры 14. Продольная компонента скорости жидкости определялась по длине треклов от шариков на видеозаписи.

Для измерения азимутальной компоненты скорости на оси одного дивертора устанавливались две свободновращающиеся полированные пластинки 11 (одна на входе потока в дивертор, другая на выходе). Эти пластинки видны на левом диверторе на фиг. 2. При этих измерениях видеокамера заменялась мощным, почти точечным источником света. Напротив каждой пластинки в теле цилиндра имелся вход световода 12, другой конец которого выводился на ось вращения цилиндра. Неподвижный фотодатчик 13, расположенный на этой же оси, позволял регистрировать частоту вращения пластинок как в покое, так и во вращающемся канале по бликам источника света на пластинках.



Фиг. 3.

Фиг. 3. Общий вид течения в канале: *a* – кадр видеозаписи торможения при $T_b = 0.7$ с и выдержке $1/250$ с; белыми линиями отмечена спиральная зона; *b* – фотография течения на поздней стадии эволюции, выдержка 1 с



Фиг. 4.

Фиг. 4. Эволюция средней скорости течения жидкости в свободном канале (м/с): 1–5 – расчет для МГД-канала (*a*) и времен торможения $T_b = 0.1, 0.5, 1, 2, 3$ с; 6–7 – результаты измерений (точки) и расчета (линии) для реального канала (*b*) $T_b = 0.3$ и 0.8 с, $\Omega_0 = 157$ рад/с

Общую структуру винтового течения, возникающего в канале, иллюстрирует фиг. 3, на которой приведены кадр видеозаписи течения на стадии торможения канала (*a*) и фотография течения на стадии затухания (*b*).

3. Эволюция невинтового потока. Рассматривается характер эволюции потока жидкости при торможении свободного канала (диверторы отсутствуют). Течение характеризуется гидродинамическим числом Рейнольдса $Re = Ur_0/\nu$, которое в начальный момент после торможения достигает величины 10^6 . Допуская, что возникающее течение совпадает с течением в прямолинейном канале (это безусловно справедливо в пределе тонкого тора $r_0/R_0 \rightarrow 0$), можно воспользоваться эмпирическим законом для турбулентных течений в гладких трубах для чисел Рейнольдса $Re > 10^5$ [16], согласно которому средняя скорость в канале равна

$$U = v_* \left(2.5 \ln \frac{rv_*}{\nu} + 1.75 \right) \quad (3.1)$$

где v_* – динамическая скорость, связанная с касательным напряжением на стенке τ

формулой $\tau = \rho \nu_*^2$ (ρ – плотность жидкости, ν – кинематическая вязкость). Выражая изменение средней относительно стенок скорости жидкости U в канале с напряжением на стенке и действием инерционных сил как

$$\frac{dU}{dt} = -R_0 \frac{d\Omega}{dt} - \frac{2\tau}{rp} \quad (3.2)$$

можно получить простую систему для описания эволюции средней скорости течения (Ω – угловая скорость вращения самого канала).

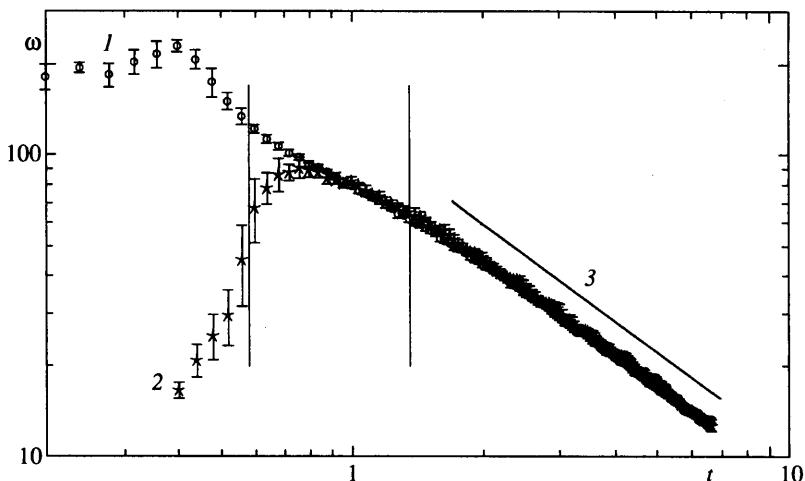
На фиг. 4, *а* показаны результаты решения системы (3.1)–(3.2) для предполагаемого МГД-канала ($R_0 = 0.5$, $r_0 = 0.1$ м) и различных времен торможения. Можно видеть, что уменьшение времени торможения значительно повышает максимальную скорость потока, однако время существования течения, скорость которого превосходит некоторое фиксированное значение U^* (например, $U^* \approx 30$ м/с), оказывается большим при более плавном торможении.

На фиг. 4, *б* приведены результаты экспериментальных измерений средней скорости жидкости в свободном канале для двух времен торможения и результаты решения уравнений (3.1)–(3.2) для соответствующих значений параметров, свидетельствующие о том, что эта простая модель удовлетворительно описывает эволюцию средней скорости течения. В расчетах использовались реально измеренные зависимости скорости вращения канала от времени. Результатом этого стали более плавные кривые $U(t)$ (пропали острые "носики", характеризующие окончание торможения на фиг. 4, *а*, где в расчетах принималось строго равнозамедленное торможение канала).

4. Винтовой нестационарный поток. С точки зрения динамо-эксперимента интерес представляет получение винтового потока, скорость которого как можно дольше превосходит надкритическое значение. К сожалению, полученный выше вывод об увеличении времени существования надкритического течения при более плавном торможении канала нельзя непосредственно перенести на винтовой поток.

В первых экспериментах винтовой поток создавался одним дивертором при относительно больших временах торможения (0.4–1 с). Обработка видеозаписей показала, что во время торможения винтовой поток существовал только в ограниченной области за дивертором. Угловой размер этой "спиральной зоны" (см. фиг. 3, *а*) приблизительно одинаков в течение всего времени торможения, несмотря на тот факт, что жидкость совершала за это время несколько оборотов по каналу. После полной остановки зона распространялась на весь канал. Как следствие, пластинка на входе в дивертор начинала вращаться лишь спустя некоторое время после полной остановки канала. Такая картина эволюции сохраняется и при очень медленном вращении канала до торможения (несколько оборотов в секунду), и при установке в канал дополнительных диверторов – пластинка на входе в дивертор остается практически неподвижной и приходит во вращение только после окончания торможения, когда фронт спиральной зоны от предыдущего дивертора достигает входа в следующий дивертор.

Результаты измерений скоростей вращения измерительных пластинок для течения, возникающего при времени торможения $T_b = 0.36$ с приведены на фиг. 5. Экспериментальные данные для каждого случая получались путем усреднения результатов семи реализаций процесса. Процесс развития течения можно условно разделить на три этапа, границы которых отмечены на фиг. 5 вертикальными линиями: 1) формирование винтового потока, 2) рабочий этап, 3) вырождение. Рабочий этап определяется как отрезок времени, в течение которого энергия вращательного движения на входе в дивертор превосходит половину от своего максимального значения (т.е. $\omega > \omega_{\max}/\sqrt{2}$). График на фиг. 5 представлен в логарифмических координатах. Это позволяет увидеть, что на стадии вырождения течения



Фиг. 5. Эволюция скорости вращения жидкости в канале при $T_b = 0.36$ с: 1, 2 – скорости вращения пластинок на выходе и входе дивертора (рад/с); 3 – прямая, соответствующая степенному закону $\omega \sim t^{-1.07}$

скорость вращения убывает по закону, близкому к степенному, – прямая линия на графике имеет наклон "–1.07". Следовательно, энергия спадает по закону $E(t) \sim t^{-2.14}$.

Формирование спирального потока и его распространение в канале можно также описать с помощью простой модели, полученной на базе введенной выше модели эволюции неспирального потока. Для этого канал представляется в виде цилиндра длиной $L = 2\pi R_0$ с периодическими по z граничными условиями (координата z направлена вдоль оси канала) и рассматривается средний по заданному сечению z приведенный к массе (жидкость несжимаема) момент импульса

$$W(z, t) = (\pi r_0^2)^{-1} \int_0^{2\pi} \int_0^{\eta_0} (v_\varphi r) r dr d\varphi \approx \frac{\omega r_0^2}{2} \quad (4.1)$$

где ω – средняя угловая скорость вращения жидкости относительно оси канала, соответствующая угловой скорости вращения пластинок в канале. Момент W переносится вдоль оси z со средней скоростью U и затухает благодаря трению на стенках канала. Закон трения для вращательной моды неизвестен и в модели полагается, что трение ведет себя подобно трению для продольной составляющей скорости U . Вращательное движение подвержено также действию сил Кориолиса – именно они приводят к разрушению винтового потока во вращающемся канале. В результате эволюционное уравнение для момента $W(t, z)$ может быть записано в виде

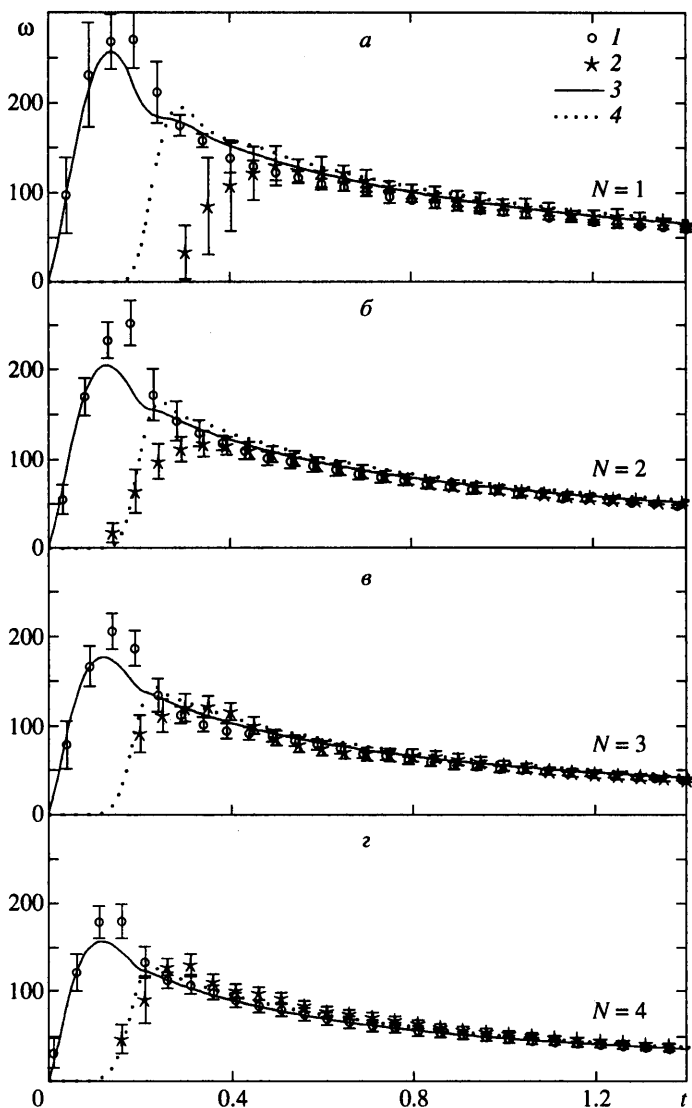
$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial z} = -\mu \left(\frac{2v_* W}{U r_0} \right)^2 - CW\Omega \quad (4.2)$$

где μ и C – безразмерные эмпирические константы. Сопоставление с результатами измерений приводит к значениям $\mu = 1$ и $C = 2$.

Уравнение (4.2) дополняется уравнением (3.2), в которое добавлены лобовое сопротивление диверторов и потери, связанные с передачей энергии поступательного движения во вращательное

$$\frac{dU}{dt} = -R_0 \frac{d\Omega}{dt} - \frac{2v_*^2}{r_0} - \eta \frac{NU^2}{L} - \frac{N}{r_0^2 L} (W^2(0) - W^2(L)) \quad (4.3)$$

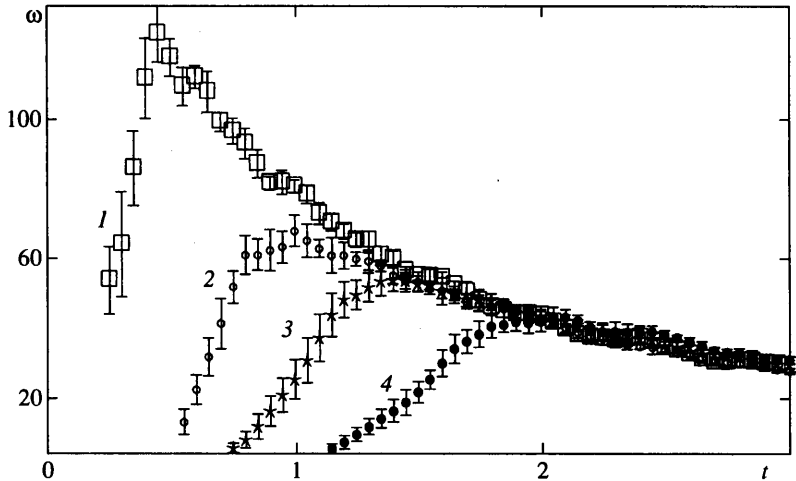
где N – количество диверторов в канале, η – безразмерный коэффициент, характеризующий лобовое сопротивление дивертора (используется значение $\eta = 0.1$).



Фиг. 6. Эволюция винтового потока при $T_b = 0.19$ с и различном количестве диверторов $a-g - N = 1, \dots, 4$: 1, 2 – скорость вращения пластинок на выходе и входе дивертора (рад/с) (эксперимент); 3, 4 – результаты расчета

Действие дивертора на вращательную моду задается граничными условиями $W(0) = W(L) + \sigma[U_{r0}/2 - W(L)]$, так как наклон лопастей дивертора составляет угол 45° у стенок канала. Эмпирический коэффициент $\sigma = 0.8$ описывает эффективность дивертора.

На фиг. 6 приведены результаты измерений средних угловых скоростей вращения жидкости на входе и выходе из дивертора для времени торможения $T_b = 0.19$ с и различного числа диверторов (от одного до четырех). На этой же фигуре показаны результаты расчетов с использованием системы уравнений (4.2)–(4.3). Кривые 3 соответствуют скорости вращения пластинки на выходе из дивертора, 4 – скорости вращения пластинки на входе.



Фиг. 7. Эволюция скорости вращения пластинки (рад/с) на входе в дивертор при различных режимах торможения: 1–4 – $T_b = 0.2, 0.5, 0.8, 1.3$ с

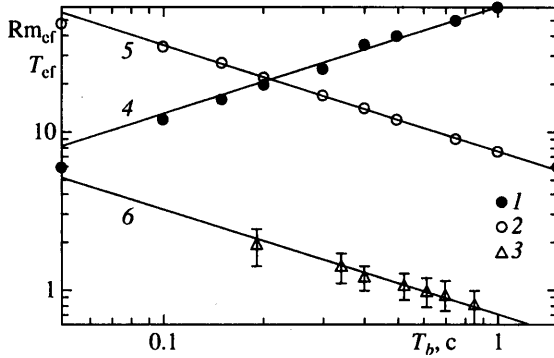
Анализ представленных результатов позволяет сделать следующие выводы. Во время относительно плавного торможения ($T_b \approx 0.4$ с) спиральная зона занимает приблизительно четвертую часть окружности, что подтверждает и покадровая обработка видеозаписи. Винтовое движение жидкости занимает весь канал только после полной его остановки. Более жесткое торможение, показанное на фиг. 6, приводит к удлинению спиральной зоны. В рамках модели (4.2)–(4.3) это означает, что слабое, описывающее действие сил Кориолиса, становится несущественным и распространение фронта спирального потока определяется только эволюцией продольной скорости течения U (пластинка на входе начинает вращаться, как только ее достигнет жидкость с выхода предыдущего дивертора). Экспериментальные данные хорошо подтверждают результаты расчетов для двух, трех и четырех диверторов, но в случае одного дивертора (фиг. 6, а) они показывают, что пластинка на входе начинает вращаться после того, как жидкость совершит полный оборот в канале. Это значит, что угловой размер спиральной зоны остается на практике существенно меньше 360° , хотя и превосходит 180° .

Сравнивая результаты на фиг. 6, а–г, полученные для различного числа N диверторов в канале, можно утверждать, что рост их числа существенно снижает максимальную скорость вращения потока на выходе из дивертора (эта скорость напрямую связана со скоростью поступательного движения вдоль канала) и в значительно меньшей степени сказывается на максимальной скорости вращения на входе.

Зависимость характера эволюции винтового потока от интенсивности торможения иллюстрирует фиг. 7. На ней показаны результаты измерения скорости вращения пластинки на входе в дивертор, выполненные при различных временах торможения цилиндра. Сравнивая фиг. 7 и 4, можно отметить, что в винтовом потоке снижение интенсивности торможения приводит к более поздней раскрутке потока и в результате не происходит заметного увеличения времени существования течения со скоростью выше заданной.

Для того чтобы проследить за влиянием времени торможения канала T_b на формируемое винтовое течение, в качестве характеристик рабочего этапа используются его продолжительность T_{ef} и эффективное число Рейнольдса

$$Re_{ef} = \sqrt{r_0^2 U^2 + 4W(L)^2} \nu^{-1} \quad (4.4)$$



Фиг. 8. Зависимости эффективного магнитного числа Рейнольдса Rm_{cf} и длительности рабочего этапа T_{cf} от времени торможения канала T_b : 1, 2 – Rm_{cf} и T_{cf} для МГД-установки (расчет); 3 – эксперимент на воде; 4, 5, 6 – степенные законы (4.5)

определенное по значениям скоростей на середине этапа. Учитывая, что отношение кинематической вязкости ν к магнитной $\nu_m = 1/(\mu_0 m i \sigma)$ составляет для жидкого натрия 10^{-5} , можно вычислить и значение эффективного магнитного числа Рейнольдса $Rm_{cf} = 10^{-5} Re_{cf}$. На фиг. 8 показаны значения эффективных чисел Рейнольдса Re_{cf} и времен T_{cf} для МГД-устройства с двумя диверторами ($N = 2$, $R_0 = 0.5$ м, $r_0 = 0.1$ м) при различных временах торможения T_b . Результаты представлены в логарифмических координатах и свидетельствуют о существовании степенных законов вида

$$Re_{cf} = AT_b^{-2/3}, \quad T_{cf} = BT_b^{2/3} \quad (4.5)$$

с коэффициентами $A = 7.5 \cdot 10^{-5}$ и $B = 0.6$ с. Эти степенные законы показаны на фиг. 8 прямыми линиями и приводят к выводу, что произведение $Rm_{cf}T_{cf} = \text{const}$ для данного канала и фиксированной начальной скорости вращения канала.

Результаты вычислений для того же канала с теми же начальными условиями, но с одним дивертором $N = 1$ показали, что получаются те же степенные законы, отличающиеся числовыми множителями: $A = 8.6 \cdot 10^{-5}$ и $B = 0.9$ с. Таким образом, переход к одному дивертору слегка повышает достижимые числа Рейнольдса, но существенно увеличивает время существования требуемого режима течения. Произведение $Rm_{cf}T_{cf}$ для $N = 1$ на 72% больше, чем для случая $N = 2$.

Для проверки полученных в вычислениях степенных законов были проведены измерения зависимости эффективных чисел Рейнольдса от времени торможения канала. Эти результаты также приведены на фиг. 8. Прямая *b* задает наклон $-2/3$ и подтверждает наличие соответствующего степенного закона.

5. Заключение. Проведенные эксперименты доказали возможность получения спирального потока в кольцевом канале. Показано, что винтовое течение во всем канале формируется только после полной остановки канала, а достигаемые значения числа Рейнольдса, характеризующего винтовой поток, зависят от времени торможения канала по закону $Re \sim T_b^{-2/3}$. Затухание энергии течения на поздней стадии вырождения описывается степенным законом $E \sim t^{-\beta}$ с показателем $\beta \approx 2.1$.

Предложенная теоретическая модель, несмотря на простоту, удовлетворительно подтверждает поведение усредненных характеристик реального потока практически во всех исследованных вариантах течения. Некоторые систематические расхождения наблюдаются в описании поведения потока на входе в дивертор на этапе формиро-

вания винтового потока. Процесс формирования и распространения спиральной зоны носит существенно неравновесный характер и не может быть смоделирован в рамках одномерной модели. Наблюдения за пластинкой на входе в дивертор показали, что перед началом ее устойчивого вращения на вход дивертора попадают отдельные разрозненные вихри, приводящие к нерегулярным поворотам пластинки (вплоть до смены направления вращения). Эти хаотические колебания сменяются коротким затишьем и лишь затем начинается регулярное вращение пластинки.

Модель работает лучше при больших скоростях и более интенсивных режимах торможения. Это позволяет провести расчеты для МГД-устройства, предназначенного для получения эффекта динамо. Расчеты показывают, что в заполненном жидким натрием кольцевом канале с $R_0 = 0.5$ и $r_0 = 0.1$ м можно выйти на критические значения магнитного числа Рейнольдса при достаточно интенсивном торможении ($T_b < 0.2$ с) и оптимальным является наличие в канале только одного дивертора.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 99-01-00362).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Моффат Г. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М.: Мир, 1980. 339 с.
2. Моисеев С.С., Сагдеев Р.З., Тур А.В. и др. Теория возникновения крупномасштабных структур в гидродинамической турбулентности // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. Вып. 6. С. 1979–1987.
3. Levina G.V., Moiseev S.S., Rutkevich P.B. Hydrodynamical alpha-effect in a convective system // Advances in Fluid Mechanics. Nonlinear Instability, Chaos and Turbulence. V. 2 / Ed. L. Debnath, D.N. Riaha. Southampton, WIT Press, 1999.
4. Alekseenko S.V., Kuibin P.A., Okulov V.L., Shtork S.I. Helical vortices in swirl flow // J. Fluid Mech. 1999. V. 382. P. 195–243.
5. Zeldovich Ya.B., Ruzmaikin A.A., Sokoloff D.D. Magnetic Fields in Astrophysics. N.Y.: Gordon and Breach, 1983. 386 p.
6. Steenbek M., Krause F., Rädler K.-H. Zur Berechnung der mittleren Lorenz-Feldstärke für ein elektrisch leitendes Medium in turbulenter, durch Coriolis-Kräfte beeinflusster Bewegung // Z. Naturforsch. Ser.e. 1966. B. 21. № 4. S. 369–376.
7. Пономаренко Ю.Б. К теории гидродинамического динамо // ПМТФ. 1973. № 6. С. 47–51.
8. Гайлитис А., Фрейберг Я. К теории винтового МГД-динамо // Магнит. гидродинамика. 1976. № 2. С. 3–6.
9. Соловьев А.А. Существование магнитного динамо для динамически возможного движения проводящей жидкости // Докл. АН СССР. 1985. Т. 282. № 1. С. 44–48.
10. Ruzmaikin A., Sokoloff D., Shukurov A. Hydromagnetic screw dynamo // J. Fluid. Mech. 1988. V. 197. P. 39–56.
11. Степанов Р.А., Фрик П.Г. Винтовое МГД-динамо в реальных потоках в трубах // Гидродинамика. Пермь: Изд-е Перм. ун-та, 1999. № 12. С. 240–251.
12. Гайлитис А., Карасев Б.Г., Кирилов И.Р. и др. Эксперимент с жидкометаллической моделью МГД-динамо // Магнит. гидродинамика. 1987. № 4. С. 3–7.
13. Gailitis A., Lielausis O., Dement'ev S. et al. Detection of a flow induced magnetic field eigen-mode in the Riga dynamo facility // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. № 19. P. 4365–4368.
14. Steglitz R., Müller U. Experimental demonstration of a homogeneous two-scale dynamo // Magneto-hydrodynamic at Dawn of Third Millenium, Proc. PAMIR Conf. Presqu'île de Giens, France, 2000. V. 1. P. 175–182.
15. Денисов С.А., Носков В.И., Соколов Д.Д., Фрик П.Г., Хрипченко С.Ю. О возможности лабораторной реализации нестационарного МГД-динамо // Докл. РАН. 1999. Т. 365. № 4. С. 478–480.
16. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука. 1969. 742 с.