

УДК 532.517.4:533.6.011

© 2001 г. Ф.Р. СПАЛАРТ, М.Х. СТРЕЛЕЦ, А.К. ТРАВИН, М.Л. ШУР

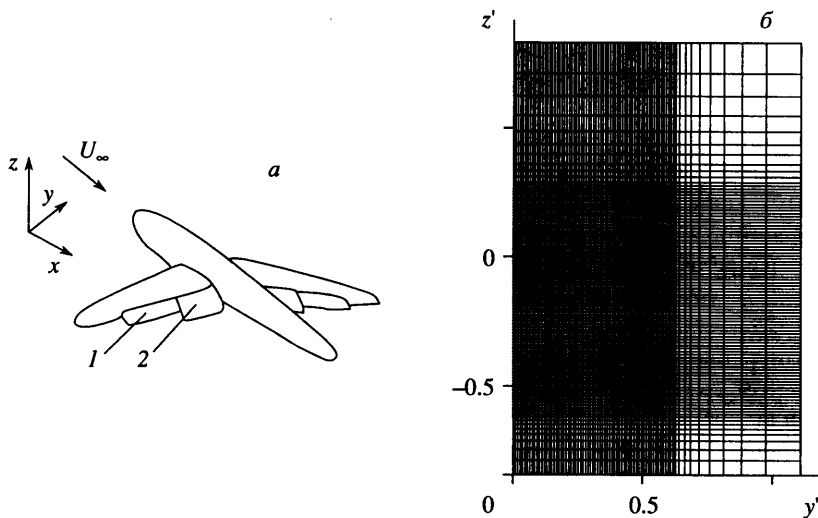
## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ВИХРЕВОГО СЛЕДА ЗА МЕХАНИЗИРОВАННЫМ КРЫЛОМ**

Представлены математическая модель и результаты численного исследования множественной вихревой структуры за механизированным (с выдвинутыми закрылками) крылом модели пассажирского самолета. Расчеты выполнены в рамках упрощенных с учетом специфики рассматриваемого течения трехмерных уравнений Рейнольдса с использованием трех моделей турбулентности. Проведено сопоставление полученных результатов с экспериментальными данными и показано существенное влияние кривизны линий тока, характерной для вихревых течений, не только на параметры турбулентности, но и на характеристики осредненного течения. В результате лишь одна из рассмотренных моделей турбулентности, учитывающая влияние на турбулентность кривизны линий тока и вращения, обеспечивает приемлемую точность определения основных характеристик следа.

Изучение процессов в вихревом следе самолета привлекает все большее внимание аэродинамиков, что обусловлено серьезной опасностью, которую представляют вихревые следы тяжелых пассажирских самолетов для движущихся за ними легких и средних самолетов. Эта опасность возрастает вблизи поверхности земли. Однако из-за отсутствия точных представлений о структуре, интенсивности и скорости диссипации вихревого следа минимальные расстояния между последовательно взлетающими или совершающими посадку самолетами, предписанные правилами безопасности полетов, являются достаточно произвольными и в зависимости от конкретных условий полета и типа самолета могут быть как заниженными (это может приводить к авариям), так и завышенными (это влечет за собой неоправданное снижение пропускной способности современных аэропортов).

В связи с этим большое значение приобретает разработка надежных методов расчета течений данного класса. С этой точки зрения наиболее важными особенностями вихревого следа являются значительная кривизна линий тока и интенсивное вращение, которые оказывают существенное воздействие на характеристики турбулентных потоков, но исключительно трудно поддаются моделированию. Поэтому надежды на достаточно точный расчет эволюции вихревого следа неразрывно связаны с прогрессом в области моделирования турбулентности.

В настоящей работе делается оценка возможностей нескольких современных моделей турбулентности на примере численного исследования эволюции вихревого следа модели самолета с механизированным (с выдвинутыми закрылками) крылом. Он представляет собой сложную систему вихрей, сходящих с крыла и закрылков. Эти вихри интенсивно взаимодействуют между собой, вследствие чего правильная оценка их траекторий и "времени жизни" следа на основе решения уравнений Рейнольдса может быть получена лишь при условии достаточно точного моделирования процессов турбулентного переноса. Таким образом, данный пример, с одной стороны, является достаточно представительным с точки зрения тестирования моделей, а с другой – имеет важное практическое значение, так как позволяет изучить особенности развития множественной вихревой структуры, характерной для следа самолета при взлете и посадке.



Фиг. 1. Схема рассматриваемого течения (а) и пример расчетной сетки  $N_y \times N_z = 211 \times 261$  в плоскости  $yz$  (б), показана каждая вторая линия в обоих направлениях: 1, 2 – внешний и внутренний закрылки

Детальное экспериментальное исследование рассматриваемого течения на примере модели пассажирского самолета в аэродинамической трубе (см. схему эксперимента на фиг. 1, а) проведено в [1]. Полученные при этом результаты представляют собой достаточно надежную основу для оценки возможностей различных моделей турбулентности применительно к вихревому следу.

В данной работе расчеты, соответствующие условиям эксперимента [1], выполнены с использованием модели турбулентности Спаларта – Шура [2] (модель I). Эта модель представляет собой модификацию известной модели Спаларта – Аллмараса [3] (модель II) и, судя по первым результатам ее применения [4], обеспечивает достаточно точное описание эффектов кривизны и вращения. Полученные результаты сравниваются с экспериментальными данными [1], а также с аналогичными результатами расчетов в рамках стандартной версии модели II [3] и в рамках  $k - \omega$ -модели Ментера [5] (модель III), которая считается одной из наиболее точных моделей с двумя уравнениями для аэродинамических приложений.

К сожалению, из-за большой протяженности следа его расчет в рамках полных трехмерных уравнений Рейнольдса представляет собой исключительно трудоемкую задачу. Поэтому в первой части работы наряду с кратким описанием модели I представлены результаты методических исследований, свидетельствующие о возможности использования для этих целей упрощенных квазитрехмерных уравнений.

**1. Постановка задачи и метод расчета.** В качестве варианта для сравнения выбрана конфигурация механизированного крыла № 2 из [1] со следующими основными параметрами: скорость набегающего потока  $U_\infty = 60$  м/с, размах крыла  $b = 1.3565$  м, угол атаки крыла  $7.5^\circ$ , углы отклонения внешнего и двух внутренних закрылков  $5, 35$  и  $45^\circ$  соответственно. С учетом специфики рассматриваемого течения (см. фиг. 1) естественно предположить, что при его описании в исходных стационарных трехмерных уравнениях Рейнольдса можно пренебречь всеми членами, содержащими производные по продольной координате, за исключением соответствующих конвективных членов, т.е. членов типа  $u(\partial f/\partial x)$ , которые в свою очередь заменяются на  $U_\infty(\partial f/\partial x)$ . Следует подчеркнуть, что это не означает использования допущения о постоянстве продольной компоненты скорости, поскольку уравнения движения в проекции на ось  $x$  при

этом сохраняется. Таким образом, модель учитывает поперечные градиенты скорости  $\partial u/\partial y$  и  $\partial u/\partial z$ , которые вносят существенный вклад в порождение завихренности и, следовательно, в генерацию турбулентности в ближнем следе. В то же время с точки зрения численной реализации квазитрехмерная система уравнений, полученная в результате описанных упрощений, по существу совпадает с системой двумерных нестационарных уравнений Рейнольдса (роль времени  $t$  играет "маршевая" переменная  $x/U_\infty$ ), с той лишь разницей, что она содержит дополнительное уравнение переноса продольной составляющей скорости  $u$ .

Остановимся далее кратко на описании модели  $I$ , которая представляет модификацию модели  $II$ , учитывающую влияние эффектов кривизны линий тока и/или вращения потока на характеристики турбулентности. Она базируется на предложенном в [2] едином, инвариантном по отношению к преобразованию Галилея чисто кинематическом критерии кривизны линий тока и интенсивности вращения, равном производной по времени от угла между главными осями тензоров скоростей деформаций и завихренности. Единственное отличие предложенной в [2] с использованием этого критерия модели  $I$  от исходной модели  $II$  состоит в том, что ее генерационный член умножается на эмпирическую вращательную функцию

$$f_{r1}(r^*, r^{**}) = (1 + c_{r1}) \frac{2r^*}{(1 + r^*)} [1 - c_{r3} \arctg(c_{r2} r^{**})] - c_{r1} \quad (1.1)$$

$$c_{r1} = 1, \quad c_{r2} = 12, \quad c_{r3} = 1$$

В рассматриваемом здесь случае инерциальной (невращающейся) системы координат выражения для  $r^*$  и  $r^{**}$  из (1.1) принимают вид [2]

$$r^* = \frac{S}{\omega}, \quad r^{**} = 2\omega_{ik} S_{jk} \frac{DS_{ij}}{Dt} D^{-4}$$

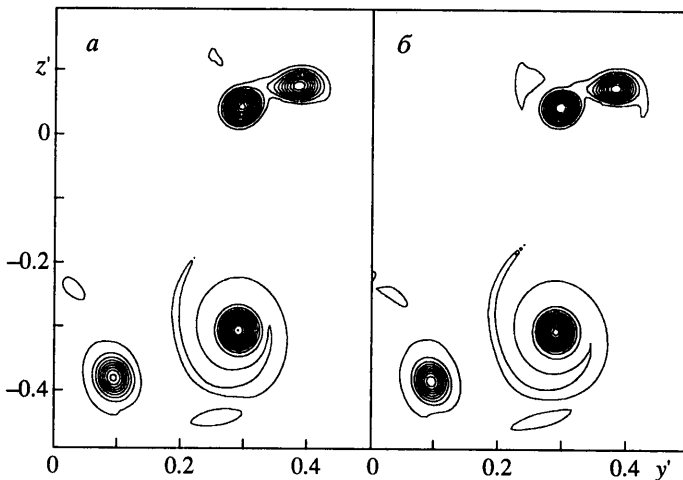
$$S_{ij} = 0.5 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \omega_{ij} = 0.5 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$S^2 = 2S_{ij} S_{ij}, \quad \omega^2 = 2\omega_{ij} \omega_{ij}, \quad D^2 = 0.5(S^2 + \omega^2)$$

Здесь  $DS_{ij}/Dt$  – компоненты лагранжевой производной от тензора скоростей деформаций.

Отмеченное выше сходство квазитрехмерной системы уравнений с двумерными нестационарными уравнениями Рейнольдса позволяет использовать для ее численного интегрирования нестационарную версию неявной противопоточной схемы расщепления разностей потоков [6]. В рамках этой схемы вязкие составляющие потоков аппроксимируются с пятым порядком точности, а вязкие составляющие и производные по времени – со вторым порядком. Для решения конечно-разностных аналогов уравнений движения и неразрывности используется метод Гаусса – Зейделя (с релаксацией по линиям), а для решения уравнений переноса турбулентных характеристик потока ( $v, k, \omega$ ) – метод приближенной факторизации (переменных направлений) с диагональным преобладанием (см., например, [7]).

Для оценки погрешности, вносимой при использовании квазитрехмерной приближенной модели, полученные на ее основе результаты сравнивались с соответствующими данными численного интегрирования полных трехмерных уравнений Рейнольдса (для этого применялась стационарная версия схемы [6]). Конечно-разностные сетки в обоих расчетах были идентичными. Типичный пример сетки в плоскости  $yz$ , покрывающей половину сечения аэродинамической трубы  $0 \leq y' \leq 1.10, -0.83 \leq z' \leq 0.83$  ( $y' = y/h, z' = z/b$ ), показан на фиг. 1, б. Граничные условия на входе в расчетную область (плоскость, расположенная на расстоянии одного размаха крыла,  $x' = x/h = 1$ ,



Фиг. 2. Сравнение полей абсолютной величины безразмерной завихренности  $\omega'$ , рассчитанных в рамках квазитрехмерной (а) и полной трехмерной (б) систем уравнений Рейнольдса (модель 1,  $x' = 3.5$ ):  $\omega'_{\min} = 1$ ;  $\omega'_{\max} = 30$ ; с шагом  $\Delta\omega' = 2.07$

вниз по потоку от модели самолета) также были одинаковыми и задавались в соответствии с экспериментальными данными (эти и другие используемые ниже данные были представлены авторами [1]).

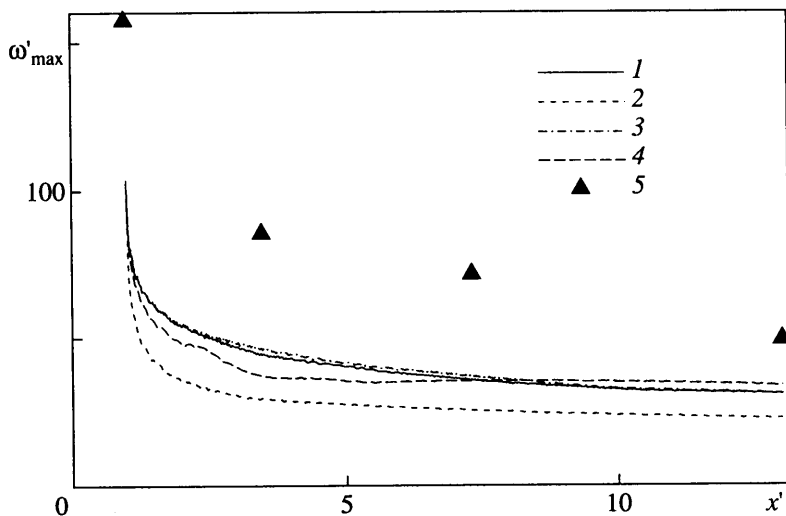
В частности, продольная составляющая скорости во входном сечении внутри экспериментального "окна" ( $-0.35 \leq z' \leq 0.25$ ,  $0 \leq y' \leq 0.62$ ) задавалась непосредственно из эксперимента, а вне его полагалась равной  $U_{\infty}$ . Что касается поперечных составляющих скорости, то они определялись через функцию тока, которая предварительно рассчитывалась путем решения уравнения Пуассона с использованием экспериментального распределения завихренности (вне экспериментального окна завихренность полагалась равной нулю). Отметим, что хотя такой способ может приводить к некоторой неточности из-за наличия ненулевых "островков" завихренности вне экспериментального окна, он представляется более предпочтительным, чем непосредственное задание поперечных составляющих скорости из эксперимента в связи со сложностью их доопределения в остальной части расчетной области.

Безразмерная (отнесенная к молекулярной кинематической вязкости  $\nu$ ) турбулентная вязкость на входе в расчетную область задавалась соотношением

$$v'_t = \max\{\alpha v'_{t_{\max}}, v'_{t_{\infty}}\} \quad (1.2)$$

Здесь  $\alpha = \exp[-(r' - r'_0)^2 / (r'_c)^2]$ ,  $v'_{t_{\max}}$  и  $v'_{t_{\infty}}$  – максимальное значение безразмерной турбулентной вязкости во входном сечении и ее величина во внешнем потоке,  $r'$  и  $r'_0$  – безразмерное расстояние от рассматриваемой точки до центра ближайшего вихря и координата точки, в которой  $v'_t$  достигает максимума (при проведении описываемых расчетов предполагалось, что  $v'_{t_{\infty}} = 10^{-5}$ ,  $v'_{t_{\max}} = 1$ ,  $r'_0 = 0.05$ ,  $r'_c = 0.02$ ).

Как показали расчеты, различие решений полных и квазитрехмерных уравнений Рейнольдса наиболее сильно проявляется в поле завихренности  $\omega_x$ . Однако даже для этой величины погрешность, обусловленная использованием приближенной модели, очень мала (см. фиг. 2). Что же касается траекторий вихрей, рассчитанных с помощью двух моделей, то они практически полностью совпадают между собой. Таким образом, применение описанной выше упрощенной квазитрехмерной модели для расчета рассматриваемого течения представляется вполне оправданным.



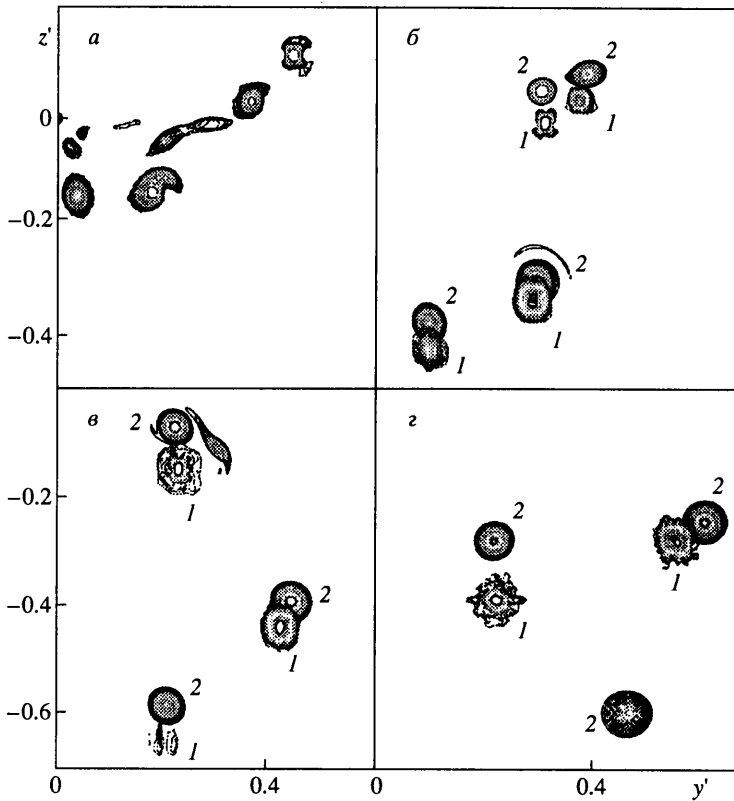
Фиг. 3. Влияние размеров сетки в плоскости  $yz$  и шага интегрирования по  $x$  на продольное распределение максимальной безразмерной завихренности: 1–4 – сетка  $211 \times 261$ ,  $\Delta x' = 0.025$ ;  $151 \times 181$ ,  $0.025$ ;  $211 \times 261$ ,  $0.0125$ ;  $211 \times 261$ ,  $0.05$ ; 5 – эксперимент [1]

**2. Сравнение расчета с экспериментом.** С целью определения приемлемых (обеспечивающих достаточную точность численного решения) шагов разностной сетки был проведен ряд предварительных расчетов. Наряду с этим, поскольку величина максимальной турбулентной вязкости во входном сечении (параметр  $v'_{t \max}$  в соотношении (1.2)) из эксперимента не известна, необходимо было оценить, насколько неопределенность в ее задании сказывается на получаемых результатах.

Основные характеристики всех проведенных расчетов представлены в таблице.

Анализ полученных результатов свидетельствует о том, что расчетные траектории вихрей остаются практически постоянными в рассмотренном диапазоне изменения шагов сетки. В то же время про завихренности и прежде всего максимальная безразмерная (отнесенная к  $U_\infty/b$ ) завихренность в начальном сечении следа  $\omega'_{\max}(l)$  оказываются весьма чувствительными к шагам сетки в плоскости  $yz$  (см. фиг. 3) и даже при использовании самой мелкой из рассмотренных сеток с количеством узлов  $211 \times 261$  определяются недостаточно точно. В результате расчетные кривые  $\omega'_{\max}(x')$  при измельчении шагов сетки практически параллельно сдвигаются, что учитывается при их сопоставлении с экспериментальными данными.

Вариант	Модель турбулентности	$v'_{t \max}$	$N_y \times N_z$	$\Delta x'$
1	I	1	$151 \times 181$	0.050
2	I	1	$151 \times 181$	0.025
3	I	1	$211 \times 261$	0.025
4	I	1	$211 \times 261$	0.0125
5	I	1	$211 \times 261$	0.050
6	I	30	$211 \times 261$	0.025
7	I	100	$211 \times 261$	0.025
8	II	1	$211 \times 261$	0.025
9	III	1	$211 \times 261$	0.025



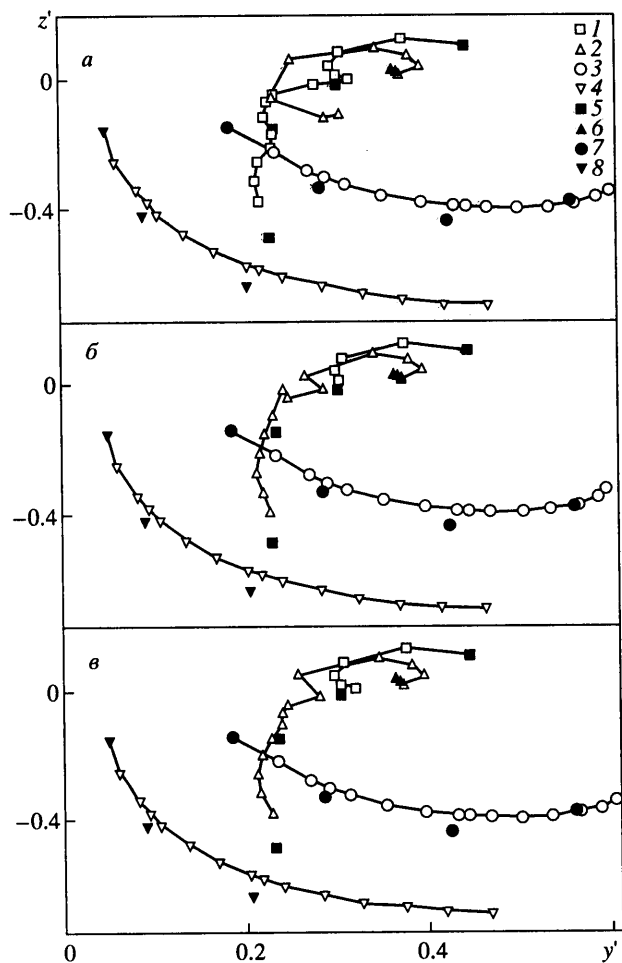
Фиг. 4. Сравнение экспериментальных и расчетных полей безразмерной завихренности  $\omega'$ :  $a-g - x' = 1$  (начальное сечение следа); 3.5; 7.3; 13; 1 – эксперимент [1]; 2 – расчет с использованием модели I

Что касается степени влияния параметра  $v'_{\max}$ , то, как показало сопоставление результатов расчетов вариантов 3, б и 7 из таблицы по крайней мере для модели I, им можно практически пренебречь. Это объясняется тем, что в рамках этой модели (как и в эксперименте) наблюдается подавление турбулентности в центральной части и ее генерация – на периферии вихрей.

С учетом сделанных замечаний полученные результаты позволяют заключить, что используемые сетки обеспечивают возможность объективной сравнительной оценки рассматриваемых моделей турбулентности путем сопоставления расчетных и экспериментальных данных по траекториям вихрей и структуре поля завихренности.

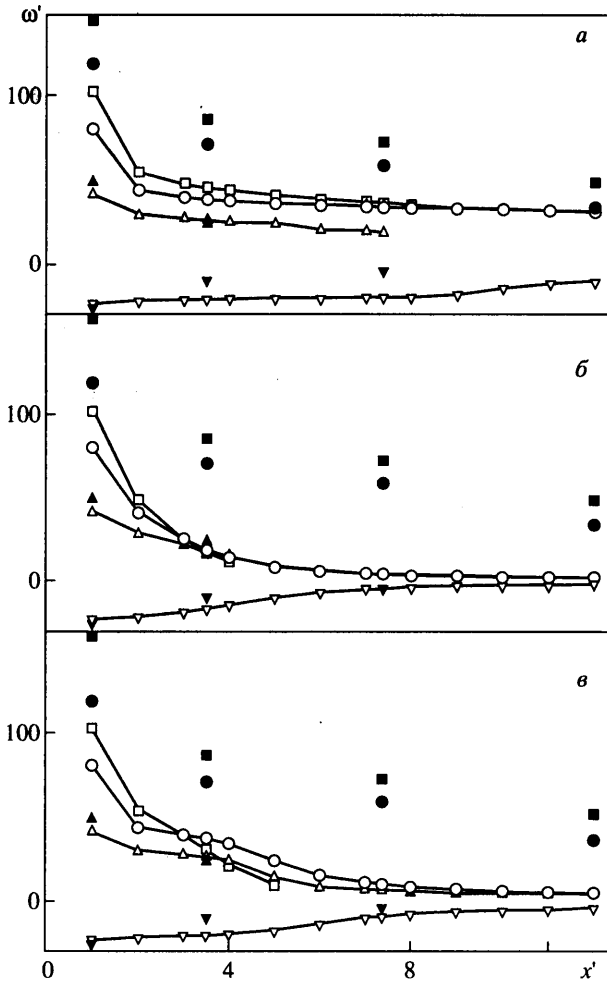
Результаты такого сравнения представлены на фиг. 4–6. В частности, фиг. 4 иллюстрирует характер эволюции вихревого следа (поля продольной компоненты завихренности) вниз по потоку от начального сечения  $x' = 1$  согласно модели I. Там же показаны соответствующие экспериментальные данные из [1]. На фиг. 5 сравниваются расчетные (полученные с использованием моделей I–III) и экспериментальные траектории отдельных вихрей системы в плоскости  $yz$ , а на фиг. 6 – кривые изменения завихренности  $\omega'$  в центрах отдельных вихрей. Наконец, фиг. 7 иллюстрирует степень и характер различия полей турбулентной вязкости, рассчитанных с использованием рассмотренных моделей турбулентности, в сечении следа  $x' = 7.36$ .

Анализ приведенных данных позволяет установить, что траектории вихрей слабо зависят от используемой модели турбулентности и в целом хорошо согласуются

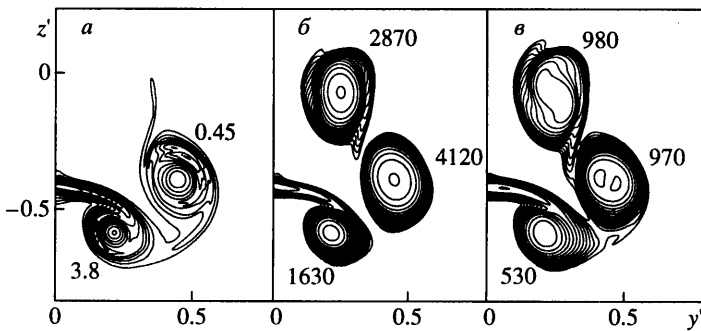


Фиг. 5. Сравнение экспериментальных и расчетных траекторий в плоскости  $yz$  отдельных вихрей системы при  $1 \leq x' \leq 13$ :  $a$ – $в$  – расчеты по моделям  $I$ – $III$ ;  $1$ – $4$  – расчет;  $5$ – $8$  – эксперимент [1];  $1, 5$  – концевой вихрь;  $2, 6$  – вихрь, сходящийся с внешнего закрутка;  $3, 7$  и  $4, 8$  – первый и второй вихри, сходящиеся с внутреннего закрутка

с экспериментальными данными. Однако модель турбулентности оказывает существенное влияние на другие, не менее важные характеристики следа. Так, модели  $II$  и  $III$  значительно занижают время жизни следа: наклон кривых максимальной завихренности, полученных по этим моделям, намного выше, чем в эксперименте (см. фиг. 6). Это связано со слишком высоким уровнем турбулентной вязкости, предсказываемым этими моделями (см. фиг. 7). Модель  $I$ , наоборот, несколько завышает время жизни следа вследствие чрезмерного подавления турбулентной вязкости в ядрах вихрей. Тем не менее она обеспечивает заметно более точное описание процесса диссипации следа: наклон кривых  $\omega'(x')$  в рамках этой модели близок к эксперименту (см. фиг. 6). Кроме того, согласно модели  $I$ , так же как и в эксперименте, после "слипания" концевой вихря с вихрем, сходящим с внешнего закрутка, выживает концевой вихрь, в то время как расчет с использованием моделей  $II$  и  $III$  предсказывает противоположный эффект (см. фиг. 5).



Фиг. 6. Сравнение экспериментальных и расчетных кривых безразмерной завихренности в центрах отдельных вихрей; обозначения, как на фиг. 5



Фиг. 7. Сравнение полей турбулентной вязкости ( $a - v$ ), рассчитанных по моделям  $I - III$  в сечении  $x' = 7.36$  с максимальными значениями  $(v'_t)_{\max} = 100; 4120; 1020$ ; числа на фигурах — значения  $v'_t$  в центрах вихрей



**Закключение.** Основной вывод проведенного исследования состоит в том, что модель / может использоваться при расчете свободных вихревых течений, в которых эффекты кривизны линий тока оказывают определяющее влияние на характеристики турбулентности. Следует также отметить, что в сочетании с данными [4] об эффективности этой модели при расчете пристенных течений в криволинейных и вращающихся каналах полученные результаты подтверждают универсальность предложенного в [2] кинематического критерия кривизны линий тока и вращения.

Работа выполнена при финансовой поддержке компании "Боинг" и при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 97-02-16492 и 00-02-17184).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *De Bruin A.C., Hegen S.H., Rohne P.B., Spalart P.R.* Flow field survey in trailing vortex system behind a civil aircraft model at high lift // AGARD Conf. Proc. 1996. V. 584. P. 25–1–25–11.
2. *Spalart P.R., Shur M.L.* On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature // Aerospace Sci. and Technol. 1997. V. 1. № 5. P. 297–302.
3. *Spalart P.R., Allmaras S.R.* A One-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1992. № 92–0439. 21 p.
4. *Shur M., Spalart P.R., Strelets M., Travin A.* Turbulence modeling in rotating and curved channels – assessment of the Spalart–Shur correction term // AIAA Paper. 1998. № 98–0325. 16 p.
5. *Menter F.R.* Zonal two equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1993. № 93–2906. 21 p.
6. *Rogers S.E., Kwak D.* Upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier–Stokes equations // AIAA Journal. 1990. V. 28. № 2. P. 253–262.
7. *MacCormack R.W.* A new implicit algorithm for fluid flow // Proc. 13th AIAA Computational Fluid Dynamics Conf. Snowmass Village (USA), 1997. P. 112–119.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию  
10.XII.1999