

УДК 533.72

© 2001 г. А.Б. ПОДДОСКИН, А.А. ЮШКАНОВ, Ю.И. ЯЛАМОВ

**О СКОЛЬЖЕНИИ И СКАЧКАХ
МАКРОПАРАМЕТРОВ МНОГОАТОМНОГО ГАЗА
С ВРАЩАТЕЛЬНЫМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ
НА СЛАБО ИСКРИВЛЕННОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ
ПОВЕРХНОСТИ**

Решена граничная задача о скольжении неоднородного по температуре многоатомного газа вдоль сферической поверхности малой кривизны. Решение получено методом полупространственных моментов на основе предложенного кинетического модельного уравнения, в котором учтены вращательные степени свободы молекул многоатомного газа. Получены коэффициенты скольжения первого и второго порядка по числу Кнудсена, а также коэффициенты скачков макропараметров многоатомного газа на межфазной границе раздела. Указанные кинетические коэффициенты представлены в виде функций, зависящих от коэффициентов аккомодации тангенциального импульса, коэффициентов аккомодации трансляционной и ротационной составляющих энергии и числа Прандтля. Проведены вычисления этих кинетических коэффициентов для некоторых многоатомных газов.

При решении задач динамики неоднородных газов в так называемом режиме со скольжением необходимо знать граничные условия для макропараметров газа – скорости, температуры и др. В некоторых задачах газодинамики, в частности в теории термофореза умеренно крупных аэрозольных частиц [1], эффекты второго порядка по числу Кн в граничных условиях дают в термофоретическую силу такой же вклад, как, например, изотермическое скольжение. В связи с этим [2, 3] была решена граничная задача о скольжении простого газа вдоль сферической поверхности малой кривизны и получены коэффициенты скольжения и скачки макропараметров газа первого и второго порядка. Подобная граничная задача для двухатомного газа с вращательными степенями свободы решена в [4, 5].

В настоящей работе указанные газокинетические коэффициенты получены для многоатомного газа с вращательными степенями свободы. Для этого используется модельное кинетическое уравнение, которое является обобщением модели, предложенной в [4]. Там же приведено обоснование и аргументы в пользу этой модели.

1. Модельное кинетическое уравнение. Как и в случае двухатомного газа, будем предполагать, что средняя объемная температура газа T_0 такова, что можно рассматривать вращательные степени свободы на основе классической механики, а колебательные степени свободы "заморожены". Как показывают расчеты, для таких газов, как SO_2 , CH_4 и др., этим условиям соответствует диапазон температур 10–1000 К. В этом случае коэффициент Пуассона $\gamma = c_p/c_v = 4/3$ (c_v , c_p – удельные теплоемкости газа при постоянном объеме и постоянном давлении).

Ограничиваясь случаем стационарных течений и тем, что рассматривается граничная задача, макропараметры которой мало отличаются от равновесных значений,

функцию распределения можно представить в виде [6]

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\omega}) = f_0(1 + \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\omega})) \quad (1.1)$$

$$f_0 = n_0 \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \frac{(I_1 I_2 I_3)^{1/2}}{(2\pi k T_0)^{3/2}} \exp(-c^2 - c_\omega^2)$$

$$c = \sqrt{m/2kT_0} \mathbf{v}, \quad c_\omega^2 = I_\alpha \omega_\alpha^2 / (2kT_0)$$

где f_0 – максвелловская функция распределения, m , I_α и ω_α – масса, компоненты момента инерции и угловой скорости молекулы, n_0 , T_0 – равновесные концентрация и температура газа, \mathbf{v} – скорость поступательного движения молекулы, $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\omega})$ – функция, описывающая состояние газа в неравновесной области. Здесь и далее по повторяющимся греческим индексам проводится суммирование.

Локальная температура вычисляется по формуле

$$T = \frac{1}{3kn} \int f \left[\frac{m}{2} (\mathbf{v} - \mathbf{u})^2 + \frac{1}{2} I_\alpha \omega_\alpha^2 \right] d^3 v d^3 \omega$$

Запишем модельное кинетическое уравнение для многоатомного газа с вращательными степенями свободы в линеаризованном виде

$$\mathbf{c} \cdot \nabla \Phi = \varepsilon(v + (c^2 + c_\omega^2 - 3)\tau + 2\mathbf{c}\mathbf{G} + \xi\mathbf{Q}\mathbf{c}(c^2 + c_\omega^2 - 4) - \Phi) \quad (1.2)$$

$$\mathbf{v} = (n - n_0)/n_0, \quad \tau = (T - T_0)/T_0$$

где \mathbf{v} , τ – отклонения от равновесных значений безразмерной концентрации и температуры, \mathbf{G} , \mathbf{Q} – безразмерные скорость и поток тепла в слое газа, описываемом функцией Φ . Частота столкновения молекул ε и ξ – свободные параметры модели.

Введем обозначение

$$(\Phi, \Psi) = \int e^{-c^2 - c_\omega^2} \Phi \Psi \frac{d^3 c}{\pi^{3/2}} \frac{d^3 c_\omega}{\pi^{3/2}}$$

Тогда моменты \mathbf{v} , τ , \mathbf{G} , \mathbf{Q} могут быть представлены в виде

$$\mathbf{v} = (1, \Phi), \quad \tau = \frac{1}{3}((c^2 + c_\omega^2 - 3), \Phi)$$

$$\mathbf{G} = (\mathbf{c}, \Phi), \quad \mathbf{Q} = (\mathbf{c}(c^2 + c_\omega^2 - 4), \Phi)$$

Применяя процедуру Чепмена – Энскога к уравнению (1.2) и ограничиваясь разложением первого порядка, получим функцию распределения Чепмена – Энскога в виде

$$f_{\text{Ch}} = f_0 \left(1 + \mathbf{v} + (c^2 + c_\omega^2 - 3)\tau + 2c_\alpha G_\alpha - a_1 c_\alpha g_\alpha (c^2 + c_\omega^2 - 4) - \right. \\ \left. - b_1 \left(c_\alpha c_\beta - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} c^2 \right) \Pi_{\alpha\beta} \right) \quad (1.3)$$

$$b_1 = \frac{2}{\varepsilon}, \quad a_1 = \frac{1}{\varepsilon(1 - 2\xi)}, \quad \Pi_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{m}{2kT_0}} \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha}, \quad g_\alpha = \frac{\partial T}{T_0 \partial x_\alpha}$$

Вычисляя с помощью функции (1.3) тензор напряжений и вектор потока тепла, находим связь между параметрами кинетической модели (1.2) и коэффициентами переноса в виде

$$\xi = \frac{1}{2}(1 - \text{Pr}), \quad \varepsilon = \frac{\rho_0}{2\mu} \sqrt{\frac{2kT_0}{m}}$$

Здесь $Pg = c_p \mu / \kappa$ – число Прандтля (μ и κ – динамическая вязкость и теплопроводность газа). Легко проверить, что из кинетической модели (1.2) получаются законы сохранения массы, импульса и энергии.

2. Выбор моментов и газокинетические коэффициенты. Пусть сферическая частица радиуса R находится в многоатомном газе в поле постоянного градиента температуры $(\nabla T)_\infty = \text{const}$. Поместим начало сферической системы координат в центре частицы, а полярную ось направим вдоль градиента температуры. Будем считать, что условие линеаризации задачи $R|(\nabla T)_\infty| \ll 1$ выполнено. В этом случае скорость движения газа вдоль поверхности малой кривизны ($\lambda \ll R$) также будет мала по сравнению со скоростью теплового движения молекул.

Задачу удобно решать в сферической системе координат r, θ, φ . В виду осевой симметрии функция Φ не зависит от координаты φ . Как и в случае двухатомного газа [5], уравнение (1.2) записывается в сферической системе координат и оценивается порядок величин входящих в него слагаемых. Оставляются только линейные по Кп члены уравнения и далее задача решается методом полупространственных моментов (см., например, [5]). Функцию Φ ищем в виде

$$\Phi = \eta^+(\Phi_1^+ + \Phi_2^+) + \eta^-(\Phi_1^- + \Phi_2^-) \quad (2.4)$$

$$\eta^\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign } c_r), \quad \text{sign } c_r = \begin{cases} 1, & c_r > 0 \\ -1, & c_r < 0 \end{cases}$$

$$\Phi_1^{(k)\pm} = c_\theta a_0^{(k)\pm} + c_r c_\theta a_1^{(k)\pm} + c_\theta(c^2 + c_\omega^2 - 4)a_2^{(k)\pm}, \quad k = 0, 1$$

$$\Phi_2^{(k)\pm} = b_0^{(k)\pm} + (c^2 - 3/2)b_1^{(k)\pm} + (c_\omega^2 - 3/2)b_2^{(k)\pm} + c_r(c^2 + c_\omega^2 - 4)b_3^{(k)\pm}$$

Моменты $a_i^{(k)\pm}, b_i^{(k)\pm}$ являются функциями от переменных r и θ .

Учитывая (2.4) и умножая кинетическое уравнение (1.2) последовательно на $\eta^\pm \exp(-c^2 - c_\omega^2), \eta^\pm(c^2 - 3/2) \exp(-c^2 - c_\omega^2), \eta^\pm(c_\omega^2 - 3/2) \exp(-c^2 - c_\omega^2), \eta^\pm c_r(c^2 + c_\omega^2 - 4) \exp(-c^2 - c_\omega^2), \eta^\pm c_\theta \exp(-c^2 - c_\omega^2), \eta^\pm c_\theta c_r \exp(-c^2 - c_\omega^2), \eta^\pm c_\theta(c^2 + c_\omega^2 - 4) \times \exp(-c^2 - c_\omega^2)$ и интегрируя по всему пространству скоростей ($\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega}$), получим систему уравнений для моментов $a_i^{(k)\pm}$ и $b_i^{(k)\pm}$. По структуре полученная система моментных уравнений имеет такой же вид, как и в случае двухатомного газа [5], поэтому, не выписывая эту довольно громоздкую систему уравнений, приведем только ее решение, которое проводится с использованием методики решения систем неоднородных дифференциальных уравнений. В результате будем иметь

$$b_k^{(0)\pm}(r_0, \theta) = B_1(\theta) \gamma_k^\pm \exp(-\rho_1 r_0) + B_2(\theta) \delta_k^\pm \exp(-\rho_2 r_0), \quad k = 0, \dots, 3 \quad (2.5)$$

$$\gamma_0^\pm = 1, \quad \gamma_0^- = 0,4235, \quad \gamma_1^+ = -2,0647, \quad \gamma_1^- = -0,9117$$

$$\gamma_2^+ = -4,6803, \quad \gamma_2^- = -0,9383, \quad \gamma_3^+ = 2,5973, \quad \gamma_3^- = -0,3634$$

$$\delta_0^+ = 1, \quad \delta_0^- = 0,3402, \quad \delta_1^+ = -1,5737, \quad \delta_1^- = -0,2541$$

$$\delta_2^+ = -0,4034, \quad \delta_2^- = -0,2252, \quad \delta_3^+ = 0,9242, \quad \delta_3^- = -0,1043$$

$$\rho_1 = 1,4688, \quad \rho_2 = 1,7817$$

$$a_k^\pm(r_0, \theta) = A_1^*(\theta) [\alpha_k^\pm(\varepsilon_0) - \varepsilon_0 r_0 \alpha_k^{(0)\pm}] \exp(-\sigma_1 r_0) + \varepsilon_0 \frac{\partial B_1}{\partial \theta} \mu_k^\pm \times$$

$$\times \exp(-\rho_1 r_0) + A_2^*(\theta) [\beta_k^\pm(\varepsilon_0) - \varepsilon_0 r_0 \beta_k^{(0)\pm}] \exp(-\sigma_2 r_0) + \varepsilon_0 \frac{\partial B_2}{\partial \theta} \nu_k^\pm \exp(-\rho_2 r_0)$$

$$\alpha_k^\pm(\varepsilon_0) = \alpha_k^{(0)\pm} + \varepsilon_0 \alpha_k^{(1)\pm}, \quad \beta_k^\pm(\varepsilon_0) = \beta_k^{(0)\pm} + \varepsilon_0 \beta_k^{(1)\pm}, \quad k = 0, 1, 2 \quad (2.6)$$

Численные значения параметров $\alpha_k^{(i)\pm}$, $\beta_k^{(i)\pm}$, σ_1 , σ_2 зависят от числа Прандтля. Например, для метана (CH₄) Pr = 0,75 [7] соответственно

$$\begin{aligned} \alpha_0^{(0)\pm} &= 1, & \alpha_0^{(0)-} &= 0,4340, & \alpha_1^{(0)+} &= -0,4627, & \alpha_1^{(0)-} &= 0,1727 \\ \alpha_2^{(0)+} &= -0,6675, & \alpha_2^{(0)-} &= -0,0495; & \beta_0^{(0)+} &= 1, & \beta_0^{(0)-} &= 0,1936 \\ \beta_1^{(0)\pm} &= -1,0800, & \beta_1^{(0)-} &= 0,0984, & \beta_2^{(0)+} &= 0,1316 & \beta_2^{(0)-} &= 4,5252 \\ \sigma_1 &= 1,3921, & \sigma_2 &= 2,0604 \\ \alpha_0^{(1)+} &= 0, & \alpha_0^{(1)-} &= -2,3579, & \alpha_1^{(1)+} &= -4,3010, & \alpha_1^{(1)-} &= -0,6127 \\ \alpha_2^{(1)+} &= 4,7416, & \alpha_2^{(1)-} &= 0,7479; & \beta_0^{(1)+} &= 0, & \beta_0^{(1)-} &= -2,6950 \\ \beta_1^{(1)+} &= -0,6096, & \beta_1^{(1)-} &= -2,4441, & \beta_2^{(1)+} &= -0,3215, & \beta_2^{(1)-} &= -0,3442 \\ \mu_0^+ &= 49,3309, & \mu_0^- &= 17,7972, & \mu_1^+ &= -34,3774, & \mu_1^- &= 7,7430 \\ \mu_2^+ &= -18,6110, & \mu_2^- &= -1,0195; & \nu_0^+ &= 9,8006, & \nu_0^- &= 2,2805 \\ \nu_1^+ &= -9,4268, & \nu_1^- &= 1,1218, & \nu_2^+ &= -0,6955, & \nu_2^- &= 0,0173 \end{aligned}$$

Параметры $A_1^*(\theta)$, $A_2^*(\theta)$, $B_1(\theta)$, $B_2(\theta)$ находятся из кинетических граничных условий.

В качестве граничных условий для функции распределения воспользуемся зеркально-диффузионной моделью [8, 9]

$$f^+(c_r, c_\theta, c_\varphi; \omega, R) = qf_M + (1-q)f^-(c_r, c_\theta, c_\varphi; \omega, R) \quad (2.7)$$

$$f_M = f_0(1 + \nu_M + (c^2 - 3/2)\tau_{Mt} + (c_\omega^2 - 3/2)\tau_{Mr})$$

$$\nu_M = (n_0 - n_M)/n_0, \quad \tau_{Mt} = (T_0 - T_{Mt})/T_0, \quad \tau_{Mr} = (T_0 - T_{Mr})/T_0$$

Здесь f^+ , f^- – функции распределения отраженных и падающих на поверхность молекул, q – коэффициент диффузности, который в условиях данной задачи совпадает с коэффициентом аккомодации тангенциального импульса [8]; ν_M , τ_{Mt} , τ_{Mr} – свободные параметры модели граничных условий, которые можно определить, воспользовавшись условием непротекания поверхности (т.е. должны быть равны потоки падающих и отраженных молекул), через коэффициенты аккомодации трансляционной α_t и ротационной α_r составляющих потоков энергии [9]

$$\alpha_t = \frac{E_t^- - E_t^+}{E_t^- - E_{st}}, \quad \alpha_r = \frac{E_r^- - E_r^+}{E_r^- - E_{sr}} \quad (2.8)$$

где E_t^\pm – трансляционные составляющие потоков энергии падающих и отраженных от стенки молекул, E_r^\pm – ротационные составляющие потоков энергии падающих и отраженных молекул, E_{st} и E_{sr} – трансляционная и ротационная составляющие потока энергии отраженных молекул при условии, если бы газ находился при полном равновесии со стенкой (и $q = 1$), т.е. когда $T_{Mt} = T_{Mr} = T_s$. Необходимо отметить, что коэффициенты (2.8) здесь определены иначе, чем в [5]. В настоящей работе потоки энергии E_{st} , E_{sr} вычисляются с помощью максвелловской функции распределения

$$f_{Ms} = f_0(1 + \nu_s + \tau_s(c^2 + c_\omega^2 - 3))$$

Воспользовавшись функциями распределения, получим потоки числа частиц N^\pm , N_M , N_s и потоки энергии E_t^\pm , E_{Mt} , E_{st} , E_r^+ , E_{Mr} , E_{sr} . Не выписывая эти довольно громоздкие выражения и используя граничные условия для моментов, можно представить скачок температуры ΔT и скорость скольжения многоатомного газа u_θ . Здесь приведем только газокинетические коэффициенты.

Коэффициент скачка температуры C_t имеет вид

$$C_t = \frac{1}{\text{Pr}} \left[\frac{(2-\alpha_t)}{\alpha_t} C_{t1} + \frac{(2-\alpha_r)}{\alpha_r} C_{t2} + (2-q)C_{t3} \right] \quad (2.9)$$

$$C_{t1} = \frac{5}{8} \left[1 + \{A_\gamma[\delta_3^+ + (1-q)\delta_3^-] - A_\delta[\gamma_3^+ + (1-q)\gamma_3^-]\} \frac{2}{\Delta_{01}} \right]$$

$$C_{t2} = \frac{1}{2} \left[1 - \{A_\gamma[\delta_3^+ + (1-q)\delta_3^-] - A_\delta[\gamma_3^+ + (1-q)\gamma_3^-]\} \frac{2}{\Delta_{01}} \right]$$

$$C_{t3} = \frac{2}{\sqrt{\pi}\Delta_{01}} \{A_\gamma(\delta_r - \delta_t) - A_\delta(\gamma_r - \gamma_t)\}$$

$$\gamma_t = \left(\gamma_0^- + \frac{3}{2}\gamma_1^- - \frac{5\sqrt{\pi}}{8}\gamma_3^- \right) + \frac{1}{\alpha_t} \left[(\gamma_0^+ - \gamma_0^-) + \frac{3}{2}(\gamma_1^+ - \gamma_1^-) + \frac{5\sqrt{\pi}}{8}(\gamma_3^+ + \gamma_3^-) \right]$$

$$\gamma_r = \left(\gamma_0^- + \frac{1}{2}\gamma_1^- + \gamma_2^- - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\gamma_3^- \right) +$$

$$+ \frac{1}{\alpha_r} \left[(\gamma_0^+ - \gamma_0^-) + \frac{1}{2}(\gamma_1^+ - \gamma_1^-) + (\gamma_2^+ - \gamma_2^-) - \frac{\sqrt{\pi}}{2}(\gamma_3^+ + \gamma_3^-) \right]$$

$$\delta_t = \left(\delta_0^- + \frac{3}{2}\delta_1^- - \frac{5\sqrt{\pi}}{8}\delta_3^- \right) + \frac{1}{\alpha_t} \left[(\delta_0^+ - \delta_0^-) + \frac{3}{2}(\delta_1^+ - \delta_1^-) + \frac{5\sqrt{\pi}}{8}(\delta_3^+ + \delta_3^-) \right]$$

$$\delta_r = \left(\delta_0^- + \frac{1}{2}\delta_1^- + \delta_2^- - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\delta_3^- \right) +$$

$$+ \frac{1}{\alpha_r} \left[(\delta_0^+ - \delta_0^-) + \frac{1}{2}(\delta_1^+ - \delta_1^-) + (\delta_2^+ - \delta_2^-) - \frac{\sqrt{\pi}}{2}(\delta_3^+ + \delta_3^-) \right]$$

$$A_\gamma = \frac{1}{q} \left\{ [\gamma_0^+ - (1-q)\gamma_0^-] + \frac{1}{2}[\gamma_1^+ - (1-q)\gamma_1^-] \right\} - \frac{1}{2}(\gamma_t + \gamma_r)$$

$$A_\delta = \frac{1}{q} \left\{ [\delta_0^+ - (1-q)\delta_0^-] + \frac{1}{2}[\delta_1^+ - (1-q)\delta_1^-] \right\} - \frac{1}{2}(\delta_t + \delta_r)$$

$$\Delta_{01} = \{(\delta_r - \delta_t)[\gamma_3^+ + (1-q)\gamma_3^-] - (\gamma_r - \gamma_t)[\delta_3^+ + (1-q)\delta_3^-]\}$$

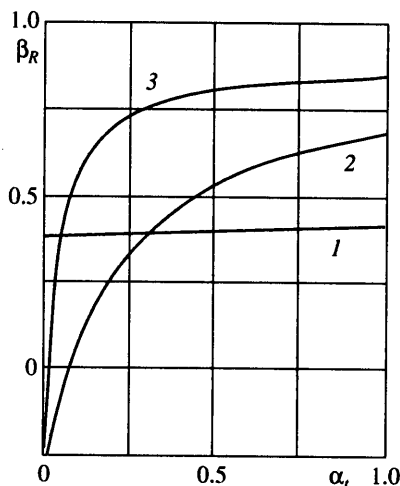
Коэффициенты изотермического и теплового скольжения имеют вид

$$C_m = C_m^{(0)}(1 + C'_m \text{Kn}), \quad K_{TS} = K_{TS}^{(0)}(1 + \beta'_R \text{Kn}) \quad (2.10)$$

где $C_m^{(0)}$, C'_m , $K_{TS}^{(0)}$, β'_R – довольно громоздкие функции, зависящие от числа Pr и q , поэтому приведем только их приближенные выражения при малых отклонениях от термодинамического равновесия $q \approx 1$ [8]. Раскладывая в ряд эти функции по малому параметру $\epsilon_q = 1 - q$ и ограничиваясь линейным членом, получим приближенные выражения в виде (при $\text{Pr} = 0,75$)

$$C_m^{(0)} = 1,153(1 + 1,883\epsilon_q), \quad C'_m = -0,948(1 - 0,482\epsilon_q) \quad (2.11)$$

$$K_{TS}^{(0)} = 1,053(1 - 0,310\epsilon_q), \quad \beta'_R = -0,546(1 - 0,042\epsilon_q) \quad (2.12)$$



Фиг. 1. Зависимости коэффициентов β_R многоатомного газа с вращательными степенями свободы ($Pr = 0,75$) от коэффициента аккомодации энергии α_e ($\alpha_e = \alpha_r = \alpha_e$) при $q = 1$ (1) от коэффициента аккомодации трансляционной составляющей энергии α_r при $\alpha_r = 0,3$ и $q = 1$ (2) и при $\alpha_r = 0,05$ и $q = 1$ (3)

Коэффициент скольжения β_R , являющийся функцией q , α_e , α_r , Pr , представлен на фиг. 1.

Граничные условия для нормальных составляющих макропараметров многоатомного газа получаются аналогично тому, как это сделано в случае простого [1] и двухатомного газа [5], поэтому здесь приведем только соответствующие газокинетические коэффициенты

$$C_v = \frac{q}{\sqrt{\pi} Pr \Delta_{02}} \left\{ \frac{1}{\sigma_1} [\beta_1^+ + \epsilon_q \beta_1^-] \left[\alpha_0^+ + \alpha_0^- + \frac{(\alpha_1^+ - \alpha_1^-)}{\sqrt{\pi}} \right] - \frac{1}{\sigma_2} [\alpha_1^+ + \epsilon_q \alpha_1^-] \left[\beta_0^+ + \beta_0^- + \frac{(\beta_1^+ - \beta_1^-)}{\sqrt{\pi}} \right] \right\} \quad (2.13)$$

$$C_q = \frac{q}{\sqrt{\pi} Pr \Delta_{02}} \left\{ \frac{1}{\sigma_2} [\alpha_1^+ + \epsilon_q \alpha_1^-] \left[\beta_2^+ + \beta_2^- + \frac{(\beta_1^+ - \beta_1^-)}{7\sqrt{\pi}} \right] - \frac{1}{\sigma_1} [\beta_1^+ + \epsilon_q \beta_1^-] \left[\alpha_2^+ + \alpha_2^- + \frac{(\alpha_1^+ - \alpha_1^-)}{7\sqrt{\pi}} \right] \right\} \quad (2.14)$$

$$\Delta_{02} = [\alpha_1^+ + \epsilon_q \alpha_1^-] [\beta_2^+ - \epsilon_q \beta_2^-] - [\alpha_2^+ - \epsilon_q \alpha_2^-] [\beta_1^+ + \epsilon_q \beta_1^-]$$

Раскладывая в ряд эти функции по малому параметру ϵ_q , получим приближенные выражения в виде (при $Pr = 0,75$)

$$C_v^* = 0,654(1 - 0,551\epsilon_q), \quad C_q = 0,437(1 - 0,911\epsilon_q)$$

$$C_v^* = C_v / K_{TS}^{(0)}$$

3. Обсуждение результатов. Результаты расчетов газокинетических коэффициентов для одноатомного, двухатомного и многоатомного газов представлены в таблице.

Pr	$K_{TS}^{(0)}$	$C_m^{(0)}$	C_r	β'_R	β_R	C_v^*	C_q
Одноатомный газ							
S-модель; 2/3	1,194	1,155	2,219	-0,474	1,033	0,707	0,501
Двухатомный газ							
0,70	1,133	1,154	1,973	-0,528	0,438	0,680	0,464
0,74	1,068	1,154	1,866	-0,529	0,437	0,661	0,445
Многоатомный газ							
0,75	1,053	1,153	1,801	-0,546	0,417	0,654	0,437
0,93	0,837	1,152	1,452	-0,552	0,416	0,586	0,373
1,01	0,766	1,152	1,337	-0,555	0,416	0,562	0,351

Сравнение этих коэффициентов проводится для случая полной аккомодации ($q = 1$, $\alpha_i = 1$, $\alpha_r = 1$, $\alpha_e = 1$). В первой строке таблицы представлены результаты вычислений, выполненные таким же методом, как и в настоящей работе, на базе известной S-модели [10]. Газокинетические коэффициенты двухатомного газа взяты из [5], а многоатомного газа получены в настоящей работе.

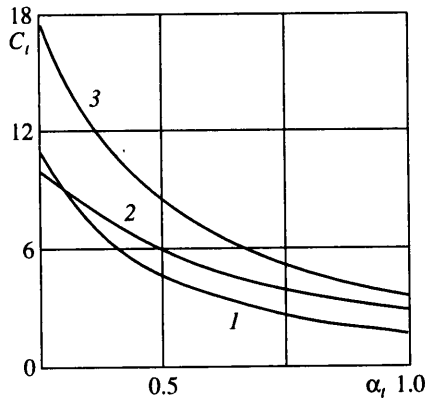
Из сравнения этих результатов видно, что коэффициенты скольжения двухатомного и многоатомного газа с близкими значениями числа Pr мало отличаются друг от друга, что и следовало ожидать. В то же время с ростом числа Pr наблюдается существенное изменение кинетических коэффициентов $K_{TS}^{(0)}$, C_r , β'_R , C_v^* , C_q . Коэффициент изотермического скольжения слабо меняется с изменением Pr.

В [3] аналогичные коэффициенты вычислены для простого газа в приближении линеаризованного уравнения Больцмана с молекулами в виде твердых сфер: $K_{TS}^{(0)} = 1,152$, $C_m^{(0)} = 1,146$, $C_v^* = 0,76$. Видно, что эти коэффициенты хорошо согласуются с результатами, полученными на основе S-модели (см. таблицу).

Коэффициент скачка температуры C_r (2.9) и коэффициент β_R являются функциями q , α_i , α_r , Pr. Коэффициенты аккомодации α_i , α_r могут существенно отличаться от единицы, поэтому на фиг. 1, 2 представлены графики зависимости указанных коэффициентов от α_i и α_r при $q = 1$.

Согласно [11], $\alpha_i < \alpha_r$. Поэтому на фиг. 1 представлены графики зависимости β_R от $\alpha_i = \alpha_r = \alpha_e$ и от α_i при заданном значении α_r и $q = 1$. Видно, что газокинетический коэффициент β_R существенно изменяется, а при некоторых значениях α_r зависимость β_R от α_i имеет знакопеременный характер.

В отличие от одноатомных газов, для которых Pr = 2/3 в широком диапазоне температуры (практически от температуры конденсации газа – до $\sim 10^4$ K), для молекулярных газов число Pr зависит от температуры газа. Так, для аммиака NH₃ [7] в диапазоне температур от 300 до 500 K число Pr изменяется от 0,93 до 0,81, для водяного пара H₂O в диапазоне температур от 373 до 1000 K число Pr изменяется от 1,01 до 0,87. Таким образом, для каждого молекулярного газа газокинетические коэффициенты будут различными в зависимости от температурного режима. Например, для аммиака NH₃ ($q = 1$): при $T = 300$ K (Pr = 0,93) $C_m^{(0)} = 1,152$, $C'_m = -0,949$, $K_{TS}^{(0)} = 0,837$, $\beta'_R = -0,552$, $C_v = 0,490$, $C_q = 0,373$; при $T = 500$ K (Pr = 0,81) $C_m^{(0)} = 1,153$, $C'_m = -0,948$, $K_{TS}^{(0)} = 0,970$, $\beta'_R = -0,548$, $C_v = 0,610$, $C_q = 0,413$. Отсюда видно, что коэффициенты $K_{TS}^{(0)}$, C_v , C_q существенно изменяются в зависимости от температуры молекулярного газа.



Фиг. 2. Зависимости коэффициентов C_t многоатомного газа с вращательными степенями свободы ($\text{Pr} = 0,75$) от коэффициента аккомодации энергии α_e ($\alpha_t = \alpha_r = \alpha_e$) при $q = 1$ (1) от коэффициента аккомодации трансляционной составляющей энергии α_t при $\alpha_r = 0,3$ и $q = 1$ (2) и при $\alpha_r = 0,05$ и $q = 1$ (3)

Воспользовавшись определением коэффициента аккомодации энергии [8]

$$\alpha_e = \frac{E^- - E^+}{E^- - E_s}$$

и используя выражение (2.8), находим уравнение связи α_e с α_t и α_r в виде

$$\alpha_e = \frac{\alpha_t + \zeta \alpha_r}{1 + \zeta}, \quad \zeta = \frac{E_r^- - E_{sr}}{E_t^- - E_{st}}$$

Если $\alpha_t = \alpha_r$, то последние совпадают с коэффициентом аккомодации энергии α_e . Вычисляя потоки E_t^- , E_{st} , E_r^- , E_{sr} с помощью полученной функции распределения, можно показать, что для многоатомного газа $\zeta = 3\zeta_0/5$, причем расчеты дают $\zeta_0 \approx 1,1$. Таким образом, по известным экспериментальным данным α_e и α_t можно определить α_r .

Заключение. На базе кинетического модельного уравнения, в котором учтены вращательные степени свободы молекул многоатомного газа, решена граничная задача о скольжении и скачках макропараметров газа на сферической межфазной поверхности малой кривизны. Получены газокинетические коэффициенты, связанные со скольжением первого и второго порядка и скачками макропараметров, в зависимости от q , α_t , α_r , Pr . Вклад вращательных степеней свободы в некоторые коэффициенты оказывается существенным. Газокинетические коэффициенты зависят от температуры молекулярного газа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. Теория термофореза умеренно крупных аэрозольных частиц // Журн. техн. физики. 1982. Т. 52. № 11. С. 2253–2261.
2. Яламов Ю.И., Поддоскин А.Б., Юшканов А.А. О граничных условиях при обтекании неоднородно нагретым газом сферической поверхности малой кривизны // Докл. АН СССР. 1980. Т. 254. № 2. С. 343–346.
3. Маясов Е.Г., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. О термофорезе нелетучей сферической частицы в разреженном газе при малых числах Кнудсена // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 6. С. 498–502.

4. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А. Скольжение двухатомного газа вдоль плоской поверхности // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 5. С. 182–189.
5. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. О коэффициентах скольжения и скачках макропараметров двухатомного газа с вращательными степенями свободы на слабо искривленной сферической поверхности // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 1. С. 163–173.
6. Жданов В.М., Алиевский М.Я. Процессы переноса и релаксации в молекулярных газах. М.: Наука, 1989. 335 с.
7. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
8. Баранцев Р.Г. Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями. М.: Наука, 1975. 343 с.
9. Ларина И.Н., Рыков В.А. О граничных условиях для газов на поверхности тела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 141–148.
10. Шахов Е.М. Метод исследования движений разреженного газа. М.: Наука, 1974. 207 с.
11. Marsden D.J. Measurement of energy transfer in gas-solid surface interactions using electron beam excited emission of light // Rarefied Gas Dynamics: N.Y.; L.: Acad. Press, 1966. V. 2. P. 566–583.

Москва

Поступила в редакцию
7.XII.2000