

УДК 533.6.011

© 2001 г. В.И. ВЛАСОВ, А.Б. ГОРШКОВ

**СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ ГИПЕРЗВУКОВОГО  
ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ С ЛЕТНЫМ  
ЭКСПЕРИМЕНТОМ OREX**

Проведена верификация физико-химической модели гиперзвукового течения воздуха для условий траектории входа в атмосферу Земли экспериментального аппарата OREX в диапазоне высот  $H = 84\text{--}105$  км. Расчеты выполнены на основе уравнений вязкого ударного слоя и полных уравнений Навье – Стокса. Получено хорошее согласие полей температур и концентраций химических компонент, рассчитанных в рамках обеих моделей, для  $H \leq 100$  км ( $Re_\infty \geq 300$ ). Численные результаты для теплового потока в критической точке и электронной концентрации хорошо согласуются с данными, полученными в летном эксперименте, во всем рассмотренном диапазоне высот.

Физико-химические процессы, происходящие в ударном слое около аппарата при гиперзвуковом обтекании, включают диссоциацию молекул, ионизацию атомов и молекул, обменные реакции, релаксацию внутренних степеней свободы, реакции на поверхности. Данные по скоростям этих процессов обычно известны при температурах значительно более низких, чем те, которые реализуются в ударном слое. Поэтому важна проверка физических и расчетных моделей, используемых в численных методах, на основе имеющихся экспериментальных данных. Проведение параметрических расчетов таких течений на основе уравнений Навье – Стокса в рамках полной физико-химической модели является весьма трудоемкой задачей. Использование в этих целях приближения вязкого ударного слоя позволяет сократить время расчетов на порядок.

При числах Рейнольдса  $Re_\infty \leq 10^3$  ( $Re_\infty$  определено по параметрам набегающего потока и радиусу затупления тела) толщины пограничного слоя и ударной волны сравнимы с размерами ударного слоя. Однако приближение вязкого ударного слоя не учитывает химических реакций и процессов релаксации во фронте ударной волны.

Сравнение различных приближений для уравнений, описывающих течение вязкого газа, проводилось многими авторами. Например, в [1] выполнено сравнение решений, полученных с использованием уравнений вязкого ударного слоя, уравнений Навье – Стокса в локально-автомодельном приближении и метода Монте-Карло для неравновесного обтекания в однотемпературном приближении. Авторам известна только одна работа [2], где проведено сравнение решений полных уравнений Навье – Стокса и вязкого ударного слоя (для совершенного газа с постоянным показателем адиабаты). Целью данной работы является выяснение пределов применимости модели вязкого ударного слоя путем сравнения с результатами численных решений полных уравнений Навье – Стокса, а также проверка предложенной ранее многотемпературной модели химически реагирующего воздуха [3, 4] на основе данных летного эксперимента [5].

Рассматривается обтекание возвращаемого аппарата OREX [5], который представляет собой 50-градусный конус с радиусом притупления 1,35 м и радиусом миделя 1,7 м. Вдоль траектории были проведены измерения теплового потока в критической

точке и концентрации электронов около боковой поверхности аппарата. В работе кратко описаны методы численного расчета и физико-химическая модель воздуха, результаты сравнения с экспериментом и расчетными данными других авторов [6].

**1. Методы расчета.** Уравнения вязкого ударного слоя получаются из системы уравнений Навье – Стокса, записанных в криволинейной ортогональной системе координат, связанной с поверхностью. В этих уравнениях сохраняются только члены до первого порядка включительно по малому параметру  $\epsilon = 1/\sqrt{Re_s}$  ( $Re_s$  – число Рейнольдса, определенное по параметрам за ударной волной), и содержатся члены как уравнений Эйлера, так и пограничного слоя [7]. Ударная волна в модели вязкого ударного слоя рассматривается как бесконечно тонкий разрыв, на котором выполнены обобщенные условия Ренкина – Гюгонио, полученные путем интегрирования одномерных уравнений Навье – Стокса поперек ударной волны без учета продольных градиентов вдоль волны.

В данной работе решение уравнений вязкого ударного слоя осуществляется методом глобальных итераций, состоящих из последовательных маршевых проходов расчетной области вдоль тела от критической линии до выходной границы. В основном данный метод аналогичен методам [8, 9], где получены решения уравнений вязкого ударного слоя. Уравнения 2-го порядка (продольного импульса, энергии, колебательной релаксации, диффузии) аппроксимируются центральными разностями в попечном направлении и решаются последовательно скалярными прогонками. Уравнения 1-го порядка (неразрывности, нормального импульса) записываются в полуцелых узлах с помощью односторонних разностей. Затем полученная система разностных уравнений вместе с соотношением для определения отхода ударной волны решается с помощью матричной прогонки. Для корректности маршевой процедуры в дозвуковой области наклон ударной волны полагается известным с предыдущей глобальной итерации, а для продольного градиента давления используется расщепление Виньёна [8]

$$\frac{\partial p}{\partial s} = \omega \frac{\partial p^{(n)}}{\partial s} + (1 - \omega) \frac{\partial p^{(n-1)}}{\partial s}, \quad \omega = \frac{\gamma M_s^2}{1 + (\gamma - 1) M_s^2}$$

где  $p$  – давление,  $M_s = u/a$  – продольное число Маха ( $0 < M_s < 1$ ). Член  $\partial p^{(n)}/\partial s$  рассчитывается на текущей итерации, а  $\partial p^{(n-1)}/\partial s$  берется с предыдущей.

В сверхзвуковой области наклон ударной волны рассчитывается вместе с параметрами течения внутри ударного слоя. Перед началом новой глобальной итерации дозвуковая часть ударной волны сглаживается, и по ней вычисляется новый наклон скачка.

При решении уравнений Навье – Стокса, записанных в консервативном виде в произвольной системе координат, использовалась неявная итерационная схема [10], представляющая вариант точечного метода Гаусса – Зейделя.

Уравнения Навье – Стокса записываются в виде

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \tau} + \mathbf{R} = 0$$

где  $\mathbf{Q}$  – вектор консервативных переменных. Численная схема имеет вид

$$\frac{\Delta \mathbf{Q}}{\Delta \tau} + \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Q}} \right)^n \Delta \mathbf{Q} \approx L D^{-1} U \Delta \mathbf{Q} = -\mathbf{R}^n, \quad \Delta \mathbf{Q} = \mathbf{Q}^{n+1} - \mathbf{Q}^n \quad (1.1)$$

где  $\Delta \mathbf{Q}$  – приращение вектора  $\mathbf{Q}$  на временном шаге  $\Delta \tau = \tau^{n+1} - \tau^n$ ,  $L$ ,  $U$  – нижняя и верхняя треугольные матрицы соответственно,  $D$  – диагональная матрица. В якобиан  $\partial \mathbf{R} / \partial \mathbf{Q}$  не входят члены, содержащие перекрестные производные по координатам. Левая неявная часть (1.1) аппроксимируется схемой против потока первого

порядка точности, а затем приближенно факторизуется. Правая явная часть (1.1) записывается с помощью обычных центральных разностей второго порядка точности, для которых схемная вязкость равна нулю. Поэтому при достаточно высоких числах  $Re_\infty \geq 10^3$  для устойчивости счета в разностные уравнения добавлялась искусственная диссипация вида [10]. Для стационарного решения точность разностной схемы определяется порядком аппроксимации правой части (1.1). Подробнее численный метод решения уравнений Навье – Стокса описан в [11].

Расчетная область ограничена поверхностью тела, осью симметрии, входной (ударная волна для уравнений вязкого ударного слоя, линия в невозмущенном потоке для уравнений Навье – Стокса) и выходной границами.

**2. Термохимическая модель воздуха.** Для расчетов гиперзвуковых течений воздуха около тел используется многотемпературная термохимическая модель [3, 4]. Полагается, что ионизованный реагирующий воздух состоит из девяти компонент ( $N_2$ ,  $O_2$ ,  $NO$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $NO^+$ ,  $N_2^+$ ,  $O_2^+$  и  $e^-$ ), вращательная и поступательная температуры равны, каждая молекула ( $O_2$ ,  $N_2$ ,  $NO$ ) обладает собственной колебательной температурой, а электронная температура равна колебательной температуре молекулы  $N_2$ . Рассматривается следующая система химических реакций: 1)  $O_2 + M = O + O + M$ , 2)  $N_2 + M = N + N + M$ , 3)  $NO + M = N + O + M$ , 4)  $O + N_2 = N + NO$ , 5)  $O + NO = N + O_2$ , 6)  $O + N = NO^+ + e^-$ , 7)  $N + N = N_2^+ + e^-$ , 8)  $O + O = O_2^+ + e^-$

Скорости поступательно-колебательного и колебательно-колебательного энергобмена выбраны на основании экспериментальных и теоретических данных [12–14]. Экстраполяция в область высоких температур ( $T > 10000$  К) выполнена на основании теории Шварца – Славского – Герцфельда [12]. Диссоциация двухатомных молекул в условиях отсутствия поступательно-колебательного равновесия рассматривается в рамках модели Тринора – Маррона [15]. Основное предположение модели заключается в том, что относительная вероятность  $P_i$  диссоциации молекулы с  $i$ -го колебательного уровня с энергией  $E_i$  имеет вид

$$P_i \sim \exp\left(-\frac{E_D - E_i}{RU}\right)$$

где  $E_D$  – энергия диссоциации, а  $U$  – параметр модели. Тогда отношение двухтемпературной константы скорости диссоциации к равновесной (однотемпературной) можно записать в виде

$$\frac{k_d(T, T_v)}{k_d^{eq}(T)} = \frac{Q_v(T)Q_v(T_F)}{Q_v(T_v)Q_v(-U)}, \quad \frac{1}{T_F} = \frac{1}{T_v} - \frac{1}{T} - \frac{1}{U}$$

где  $Q_v$  – колебательная статистическая сумма.

Предложенная физико-химическая модель апробирована в [3, 4] на данных ряда лабораторных и летных экспериментов (RAM-C). Удовлетворительное согласование с измеренными значениями концентраций электронов получено при  $U = E_D/3R$ .

Коэффициенты вязкости и теплопроводности неравновесной смеси вычислялись по формулам Уилки и Майсона – Саксены [16]. Для расчета диффузионных потоков использовался закон Фика. Коэффициенты диффузии нейтральных компонентов  $D_i$  вычислялись из условия

$$\rho D_i = \mu / Sc$$

при постоянном числе Шмидта  $Sc = 0,7$ . Для коэффициентов амбиполярной диффузии ионов  $D_i^a$  использовалось выражение [17]

$$D_i^a = D_i(1 + T_e / T)$$

Коэффициент теплопроводности колебательной энергии молекул сорта  $m$  вычислялся по формуле

$$\lambda_{vm} = \rho D_m c_m c_{vm} = \frac{\mu}{Sc} c_m c_{vm}$$

где  $c_m$  – массовая концентрация и  $c_{vm}$  – колебательная теплоемкость.

В каждой точке течения решается  $N_c - 1$  уравнение диффузии, где  $N_c$  – число компонент смеси. Концентрация последней компоненты (максимальной в данной точке) находится из условия равенства суммы всех массовых концентраций единице.

**3. Граничные условия на поверхности.** В [3] показано, что для больших высот ( $H \geq 80$  км) полета граничные условия для концентраций ионов и электронной температуры на поверхности тела сильно влияют на форму профиля электронной концентрации во всем ударном слое. В данной работе использовались условия скольжения [18] для скорости  $U_s$  и поступательной температуры  $T_s$  на внешней границе кнудсеновского слоя (пренебрегая нормальным вязким напряжением и вязкими потоками вдоль поверхности)

$$U_s = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sum_i n_i \sqrt{m_i k T_s}} \left( 1 - \frac{\theta}{2} \right) \tau_{xy}$$

$$\frac{T_s}{T_w} = \left( \theta \sum_i n_i \sqrt{\frac{k T_s}{2\pi m_i}} + (1 - \frac{\theta}{2}) \sum_i \frac{J_i}{m_i} \right) \times \left( \theta \sum_i n_i \sqrt{\frac{k T_s}{2\pi m_i}} + \frac{5}{4} (1 - \frac{\theta}{2}) \sum_i \frac{J_i}{m_i} - (1 - \frac{\theta}{2}) \frac{\lambda}{2k T_s} \sum_i \frac{\partial T_s}{\partial y} \right)^{-1}$$

где  $T_w$  – температура стенки,  $n_i$ ,  $m_i$ ,  $J_i$  – концентрация, молекулярная масса и массовый диффузионный поток  $i$ -й компоненты,  $\tau_{xy}$  – касательное напряжение,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности смеси,  $\theta$  – коэффициент аккомодации (в расчетах полагалось  $\theta = 1$ ). Поверхность полагалась абсолютно некатализической по отношению к реакциям гетерогенной рекомбинации атомов O и N. Что касается колебательной температуры, то обычно ее полагают равной температуре поверхности, что эквивалентно бесконечно большой скорости обмена колебательной энергии со стенкой. Однако экспериментальные данные [19] свидетельствуют, что дезактивация колебательных степеней свободы происходит с конечной вероятностью, т.е. имеет место неполная аккомодация колебательной энергии. Условие для колебательной температуры  $T_{vm}$  молекулы сорта  $m = O_2, N_2, NO$  при конечной величине вероятности дезактивации  $\gamma_v$  можно записать в виде [3]

$$\gamma_v \rho_m \sqrt{\frac{RT_s}{2\pi m_m}} (e_{vm} - e_{vm}(T_w)) = \lambda_{vm} \frac{\partial T_{vm}}{\partial n} + J_m (e_m^* - e_{vm})$$

где  $e_{vm}$ ,  $e_m^*$  – колебательные энергии молекул около стенки и образующихся в результате гетерогенной рекомбинации. Для гомоядерных молекул ( $O_2, N_2$ ) вероятность дезактивации на кварце  $\gamma_v \approx 10^{-4} - 10^{-3}$ , а для гетероядерных двухатомных молекул ( $CO, NO$ )  $\gamma_v \approx 10^{-2} - 10^{-1}$  [19]. Для режима полета аппарата OREX на высотах  $H \geq 80$  км рассмотренное условие практически эквивалентно равенству нулю градиента колебательной температуры.

Для заряженных частиц (ионов, электронов) обычно используемое в аэромеханике граничное условие  $c_{iw} = 0$  для диэлектрических поверхностей является физически необоснованным. Адекватные граничные условия в случае изолированного тела

| H, км | Re <sub>∞</sub> | c <sub>N<sub>2</sub></sub> | c <sub>O<sub>2</sub></sub> | c <sub>O</sub> | ρ <sub>∞</sub> , кг/м <sup>3</sup> | U <sub>∞</sub> , м/с | T <sub>∞</sub> , К | T <sub>w</sub> , К |
|-------|-----------------|----------------------------|----------------------------|----------------|------------------------------------|----------------------|--------------------|--------------------|
| 84    | 7300            | 0,763                      | 0,238                      | 0,0            | 1,095 · 10 <sup>-5</sup>           | 7416                 | 189                | 785                |
| 88,5  | 2890            | 0,763                      | 0,238                      | 0,0            | 4,29 · 10 <sup>-6</sup>            | 7444                 | 187                | 687                |
| 92,8  | 1310            | 0,226                      | 0,769                      | 0,005          | 1,94 · 10 <sup>-6</sup>            | 7454                 | 188                | 586                |
| 96,8  | 630             | 0,774                      | 0,212                      | 0,014          | 9,36 · 10 <sup>-7</sup>            | 7456                 | 190                | 485                |
| 101,1 | 320             | 0,779                      | 0,196                      | 0,025          | 4,83 · 10 <sup>-7</sup>            | 7455                 | 197                | 402                |
| 105   | 150             | 0,787                      | 0,176                      | 0,038          | 2,34 · 10 <sup>-7</sup>            | 7451                 | 211                | 332                |

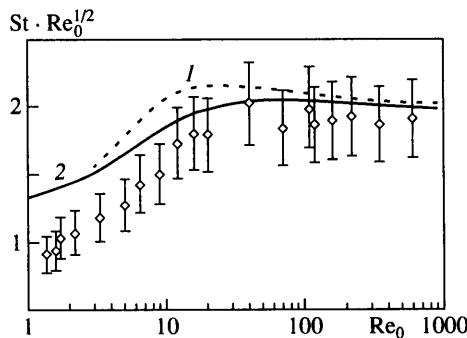
в потоке плазмы сформулированы в теории зондов Ленгмюра [17], где вероятность поверхностной рекомбинации полагалась равной единице. Вычисления, проведенные на основе модельного уравнения Больцмана с учетом тепловой энергии ионов, дают результат [20]

$$J_i = 0,5 n_{is} \sqrt{\frac{2kT_e}{m_i}} \left( 1 + \frac{T_s}{T_e} \right)$$

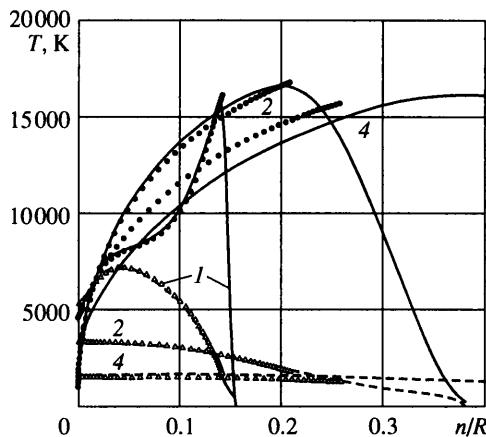
где  $n_{is}$  – величины концентраций ионов на внешней границе кнудсеновского слоя.

**4. Результаты.** С целью верификации вычислительных программ для гиперзвукового режима обтекания в широком диапазоне чисел Re проведено сравнение результатов расчетов с экспериментом [21], где исследовалась теплопередача в критической точке сферы в диапазоне изменения числа  $Re_0 = \rho_\infty U_\infty R / \mu_0$  от 0,36 ( $Re_\infty = 20$ ) до 600 ( $Re_\infty = 5 \cdot 10^4$ ). Здесь  $\rho_\infty$ ,  $U_\infty$  – плотность и скорость невозмущенного потока,  $R$  – радиус сферы,  $\mu_0$  – вязкость, вычисленная по температуре торможения  $T_0$ . Точность экспериментальных результатов составляла в среднем 10%. Число Маха  $M_\infty$  набегающего потока менялось от 20 до 30 при постоянном значении температурного фактора  $T_w/T_0 = 0,18$ . Испытания проводились в воздухе при температуре торможения  $T_0 = 1600$  К, поэтому газ в условиях эксперимента можно считать совершенным (с постоянным показателем адиабаты  $\gamma$ ).

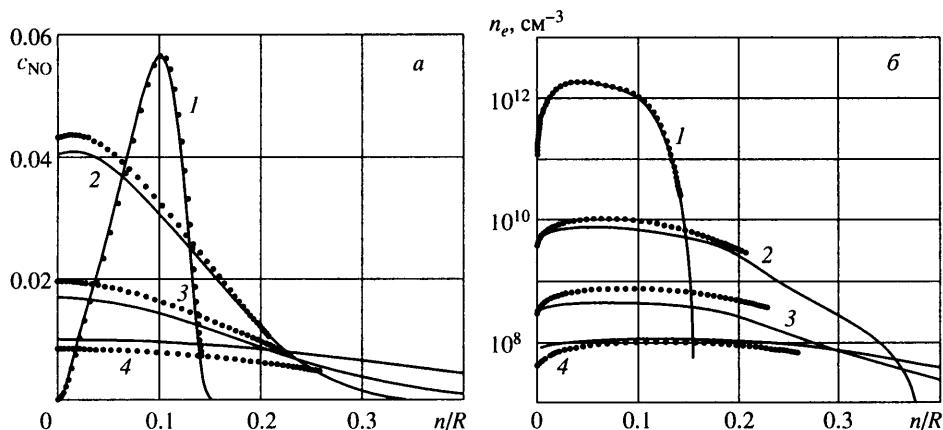
На фиг. 1 представлены экспериментальные данные по тепловому потоку в критической точке в виде зависимости числа Стантона  $St = q_w / [\rho_\infty U_\infty C_p (T_0 - T_w)]$  от числа  $Re_0$ . Представлены также расчетные данные, полученные по модели вязкого ударного слоя и из численного решения уравнений Навье – Стокса при  $M_\infty = 20$ . Видно хорошее согласие расчетных данных между собой и с экспериментом вплоть до значения  $Re_0 = 3$  ( $Re_\infty = 170$ ,  $Kn_\infty = \sqrt{\pi\gamma/2} M_\infty / Re_\infty = 0,174$ ). При меньших числах  $Re_0$  решение



Фиг. 1. Тепловой поток в критической точке сферы при  $M_\infty = 20$ ,  $T_0 = 1621$  К,  $T_w/T_0 = 0,18$ ,  $\gamma = 1,4$ . Точки – эксперимент [21], кривые 1 и 2 – расчеты по модели вязкого ударного слоя и уравнениям Навье – Стокса



Фиг. 2. Расчетные профили поступательной температуры и колебательной температуры азота по нормали к поверхности на луче  $S = 2$  м: 1 –  $H = 84$  км, 2 – 96.8, 3 – 101.1, 4 – 105 км. Точки – решения уравнений вязкого ударного слоя, кривые – решения уравнений Навье – Стокса (сплошные – поступательная температура, штриховые – колебательная температура азота)

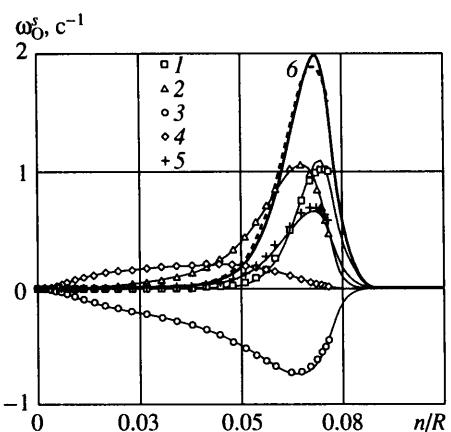


Фиг. 3. Расчетные профили массовой концентрации NO (а) и плотности электронов (б) по нормали к поверхности на луче  $S = 2$  м: 1 –  $H = 84$  км, 2 – 96.8, 3 – 101.1, 4 – 105 км. Точки – решения уравнений вязкого ударного слоя, кривые – решения уравнений Навье – Стокса

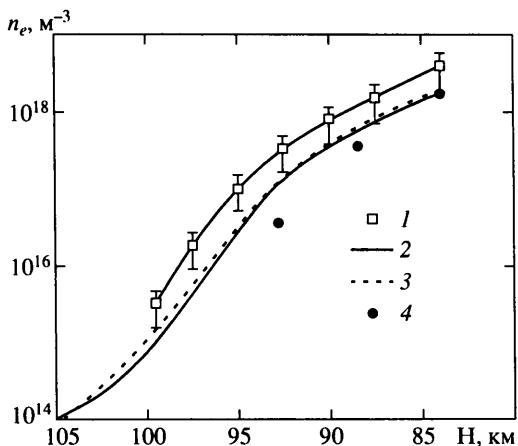
уравнений Навье – Стокса дает завышенные по сравнению с экспериментом значения теплового потока.

Для расчета неравновесного течения около передней части аппарата OREX [5] были выбраны четыре точки траектории в переходном режиме течения, параметры которых приведены в таблице.

На фиг. 2 для этих точек траектории приведены профили по нормали к поверхности поступательной и колебательной температур азота, рассчитанных обоими методами, на луче  $S = 2$  м в месте расположения электрических зондов ( $S$  – расстояние вдоль поверхности от критической точки). На фиг. 3 приводятся распределения массовых концентраций NO (а) и электронной плотности (б). Из представленных данных видно, что хотя размер возмущенной области, предсказываемый решением уравнений



Фиг. 4.



Фиг. 5.

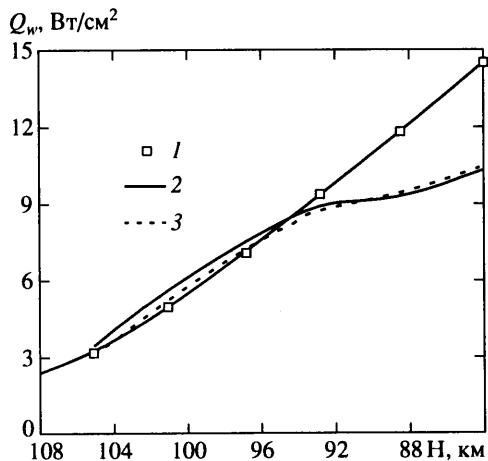
Фиг. 4. Профили скоростей образования атомарного кислорода на оси симметрии на высоте 84 км в газофазных реакциях: 1 –  $O_2 + M \rightarrow O + O + M$ , 2 –  $NO + M \rightarrow N + O + M$ , 3 –  $O + N_2 \rightarrow N + NO$ , 4 –  $N + NO \rightarrow O + N_2$ , 5 –  $N + O_2 \rightarrow O + NO$ , 6 – суммарная скорость по всем реакциям. Точки – решение уравнений вязкого ударного слоя, кривые – решение уравнений Навье – Стокса

Фиг. 5. Числовая плотность электронов в месте расположения зонда № 5 аппарата OREX вдоль траектории: 1 – летный эксперимент [5], 2, 3 – решения уравнений Навье – Стокса и уравнений вязкого ударного слоя, 4 – расчетные данные [6]

Навье – Стокса, может быть много больше отхода ударной волны, рассчитанного по модели вязкого ударного слоя, в области ударного слоя имеется довольно хорошее согласие результатов по всем сравниваемым параметрам. Такое же соответствие результатов наблюдается на линии торможения. Сравнение профилей в ударном слое, полученных по двум газодинамическим моделям, показывает, что температуры близки для высот  $H \leq 100$  км ( $Re_\infty \geq 300$ ), а концентрации – для высот  $H \leq 96$  км ( $Re_\infty \geq 600$ ). На высоте 105 км ( $Re_\infty = 150$ ) для поступательной температуры расхождение достигает 10%, а для концентраций – 20–30%.

В отличие от течений совершенного газа с постоянным  $\gamma$  для больших чисел  $Re_\infty$  вблизи ударной волны наблюдается конечное различие для всех параметров течения, рассчитанных по двум рассматриваемым моделям. По-видимому, это связано с протеканием химических реакций и процессов колебательной релаксации во фронте ударной волны, которые, однако, не учитываются при выводе обобщенных условий Ренкина – Гюгонио для уравнений вязкого ударного слоя. Это иллюстрирует фиг. 4, где приведена величина вклада отдельных химических реакций ( $\omega_O^s$ ,  $s$  – порядковый номер реакции) в скорость образования атомов О на линии торможения при  $H = 84$  км.

В полете аппарата OREX измерялись концентрации электронов с помощью пяти зондов, установленных в виде гребенки на боковой поверхности. Сравнение расчетных и экспериментальных данных [5] для зонда № 5, расположенного на расстоянии 5,8 мм от поверхности, вдоль траектории представлено на фиг. 5. Там же показаны расчетные данные [6], полученные с использованием модифицированной термохимической модели Парка [13]. Отметим, что на больших высотах  $H > 90$  км (в условиях сильной колебательной неравновесности) модель [13] дает более низкие значения электронной концентрации, чем модель Тринора – Маррона. По-видимому, это связано с тем, что модели Парка [13] и Лосева [14] в отличие от используемой



Фиг. 6. Тепловой поток в критической точке аппарата OREX вдоль траектории. 1 – летный эксперимент [5], 2, 3 – решения уравнений Навье – Стокса и вязкого ударного слоя

в данной статье не учитывают диссоциацию с нижних колебательных уровней. В условиях сильной колебательной неравновесности это приводит к занижению скорости диссоциации, а следовательно, и скорости ассоциативной ионизации, которая является основным механизмом образования электронов при  $U_\infty < 8$  км/с.

Измеренные тепловые потоки в критической точке вдоль траектории аппарата OREX приведены на фиг. 6. Там же показаны расчетные данные для абсолютно некаталитической поверхности, полученные обоими методами. Наблюдается хорошее согласие расчетных и экспериментальных данных при  $H > 92$  км. На меньших высотах различие можно объяснить конечной каталитичностью поверхности аппарата по отношению к реакциям гетерогенной рекомбинации атомов.

**Заключение.** Физико-химическая модель воздуха [3] удовлетворительно предсказывает тепловой поток и уровень электронной концентрации в условиях сильной колебательно-диссоционной неравновесности при гиперзвуковом полете на высотах, больших 90 км. Для теплового потока в критической точке (в случаях как совершенного газа, так и химически неравновесного воздуха) модель вязкого ударного слоя дает значения, согласующиеся с решением уравнений Навье – Стокса при  $Re_0 \geq 3$  ( $Re_\infty \geq 200$ ). Для расчета поступательной и колебательных температур, концентраций нейтральных и ионизованных компонент в ударном слое около затупленного конуса при гиперзвуковом обтекании потоком химически реагирующего воздуха модель вязкого ударного слоя применима вплоть до чисел  $Re_\infty \approx 300$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 00-01-00578).

Авторы выражают благодарность В.В. Луневу и Р.В. Ковалеву за полезное обсуждение результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gupta R.N., Simmonds A.L. Hypersonic low-density solutions of the Navier-Stokes equations with chemical nonequilibrium and multicomponent surface slip // AIAA Paper. 1986. № 86-1349. 18 р.
2. Глазков Ю.В., Сахаров В.И., Талипов Р.Ф. Решение задач сверхзвукового обтекания затупленных тел вязким газом на основе полных и упрощенных уравнений Навье–Стокса // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1996. № 2. С. 62–68.

3. Vlasov V.I., Gorshkov A.B., Kovalev R.V., Plastinin Yu.A. Theoretical studies of air ionization and NO vibrational excitation in low density hypersonic flow around re-entry bodies // AIAA Paper. 1997. № 97-2582.
4. Plastinin Yu.A., Vlasov V.I., Gorshkov A.B. et al. Analysis of nonequilibrium radiation for low density hypersonic flows at low to moderate velocities // AIAA Paper. 1998. № 98-2466.
5. Inouye Y. OREX flight – quick report and lessons learned // 2nd European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles. ESTEC, Noordwijk, The Netherlands. Europe Space Agency, 1995. P. 271–279.
6. Gupta R.N., Moss J.N., Price J.M. Assessment of thermochemical nonequilibrium and slip effects for orbital re-entry experiment // J. Thermophys. and Heat Transfer. 1997. V. 11. № 4. P. 562–569.
7. Davis R.T. Numerical solution of the hypersonic viscous shock layer equations // AIAA Journal. 1970. V. 8. № 5. P. 843–851.
8. Gupta R.N., Lee K.P., Zoby E.V. et al. Hypersonic viscous shock-layer solutions over long slender bodies. Pt I: High Reynolds number flows // J. Spacecraft and Rockets. 1990. V. 27. № 2. P. 175–184.
9. Васильевский С.А., Тирский Г.А., Уткинников С.В. Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 5. С. 741–750.
10. Jameson A., Yoon S. A LU-SSOR scheme for the Euler and Navier-Stokes equations // AIAA Paper. 1987. № 87-0600. 11 p.
11. Горшков А.Б. Расчет ламинарного донного теплообмена за телами в виде тонких конусов // Космонавтика и ракетостроение. 1997. № 11. С. 13–20.
12. Никитин Е.Е., Осинов А.И., Уманский С.Я. Колебательно-поступательный обмен энергией при столкновениях гомоядерных двухатомных молекул // Химия плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1989. Т. 15. С. 3–44.
13. Park C. Nonequilibrium Hypersonic Aerothermodynamics. N.Y.: Wiley, 1990. 358p.
14. Losev S.A., Makarov V.N., Pogosbekyan M.Yu., Shatalov O.P. Thermochemical non-equilibrium kinetic models in strong shock waves on Air // AIAA Paper. 1994. № 1990. 13 p.
15. Marrone P.V., Treanor C.E. Chemical relaxation with preferential dissociation from excited vibrational levels // Phys. Fluids. 1963. V. 6. № 9. P. 1215–1221.
16. Головачев Ю.П. Численное моделирование течений вязкого газа в ударном слое. М.: Наука, 1996. 374 с.
17. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1989. 591 с.
18. Scott C.D. Reacting shock layers with slip and catalytic boundary conditions // AIAA Journal. 1975. V. 13. № 10. P. 1271–1278.
19. Гершензон Ю.М., Розенштейн В.Б., Уманский С.Я. Гетерогенная релаксация колебательной энергии молекул // Химия плазмы. М.: Атомиздат, 1977. Т. 4. С. 61–97.
20. Bienkowski G.K. Electrostatic sheath in a weakly ionized gas // Phys. Fluids. 1967. V. 10. № 2. P. 381–391.
21. Гусев В.Н., Никольский Ю.В. Экспериментальное исследование теплопередачи в критической точке сферы в гиперзвуковом потоке разреженного газа // Учен. зап. ЦАГИ. 1971. Т. 2. № 1. С. 122–125.

Москва

Поступила в редакцию  
14.VI.2000