

УДК 533.6.01

© 2001 г. Х.С. КЕСТЕНБОЙМ, Ю.Г. МАЛАМА, К. ХОРНУНГ

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО УДАРА
КОСМИЧЕСКОЙ ПЫЛИНКИ ПО ПРЕГРАДЕ**

Численно моделируется процесс высокоскоростного столкновения космической пылинки с полубесконечной преградой. Рассмотрены такие скорости взаимодействия, когда весь ударник, а также значительная по массе часть вещества твердой мишени переходят в газовую фазу. Для расчета осесимметричной задачи использован метод конечных объемов, опирающийся на распадную схему Годунова с повышенной разрешающей способностью. Выделены основные особенности: главные ударные волны, поверхности раздела между разными веществами и фазами одного вещества, а также границы с вакуумом. Проведено разбиение общей расчетной области на ряд отвечающих структуре течения подобластей, разделенных подвижными границами, и введены подвижные разностные сетки. Предложен алгоритм решения задачи о распаде разрыва на общих гранях смежных ячеек в случае сложного уравнения состояния. Включены в рассмотрение помеченные частицы (маркеры), наблюдение за которыми позволило полнее проанализировать численные данные и проконтролировать их точность. Обсуждены результаты расчета удара по мишени из серебра пористой (SiO_2) пылинки, движущейся со скоростью 80 км/с перпендикулярно к плоскости преграды.

Задача о высокоскоростном соударении твердых тел давно привлекает внимание исследователей, занимающихся различными космическими приложениями. Общеизвестно, что метеоритная бомбардировка планет и Луны – один из главных факторов, определяющих их современную структуру и морфологию. Эта же задача представляет значительный прикладной интерес в связи с обеспечением правильной интерпретации экспериментальных данных, получаемых на орбитальных зондах при прямом попадании космических пылинок на специальные приборы. Дело в том, что при скоростях соударения 40 км/с и выше весь материал пылинок и значительная часть материала мишени испаряются, причем испаренное вещество является ионизованным по крайней мере многократно. Этот эффект ионизации при высокоскоростном ударе используется в экспериментальной астрофизике для изучения элементного и изотопного состава космической пыли [1]. Так как по ряду параметров высокоскоростное соударение не поддается лабораторному моделированию, численный подход является здесь единственным средством исследования.

Первые подробные численные расчеты задачи об ударе проведены в [2–4]. Математическая постановка базировалась на системе уравнений Эйлера, причем давление, входящее в соотношения для импульса и энергии, было заменено более общим тензором напряжений. Девиаторы тензоров напряжений и деформаций определялись в соответствии с моделью упругопластического тела, предложенной Уилкинсом [5]. Для вычисления гидростатического давления привлекалось обобщенное уравнение состояния Тиллотсона, включающее данные экспериментов и асимптотические соотношения, выполняющиеся при предельных значениях термодинамических параметров.

Однако применение в [2–4] вычислительной схемы эйлера типа с фиксированной разностной сеткой было причиной плохого разрешения контактных границ. Кроме

того, в зоне фазовых переходов проявился характерный для данных схем счетный эффект перемешивания вещества в ячейках с общей границей: если вещество в соседних ячейках находилось в разных фазовых состояниях, то эта диффузия вызывала нефизические процессы испарения или конденсации.

Для устранения указанного недостатка в [6] была сделана попытка реализовать численную методику эйлерово-лагранжевого типа, где была использована схема Годунова [7], позволяющая проводить расчеты на подвижных сетках с выделением ударных волн, контактных поверхностей и свободных границ. В зоне фазового перехода скорости перемещения границ ячеек, расширяющихся в сторону распространения главных скачков, выбирались совпадающими со скоростями естественного роста объема вещества, заключенного внутри данной ячейки. При этом практически прекращается переток массы из одной ячейки в другую и, следовательно, исключаются указанные выше паразитические эффекты.

В [6] получены оценки расплавленного и газообразного вещества для широкого диапазона отношений плотности ударника и мишени. Расчет охватывал стадию полного испарения ударника и начального формирования кратера, однако за этот отрезок времени еще не проявились в полной мере все динамические процессы в зоне взаимодействия, особенно в быстро расширяющейся области, заполненной испаренным веществом космической пылинки. Увеличению времени моделирования явления препятствовало, в частности, появление в счетной области зон с патологической деформацией ячеек лагранжевой сетки.

Для существенного продвижения при исследовании данной задачи были необходимы новые подходы. В связи с этим прежде всего отметим цикл исследований (например, [8–10]), в которых постановка задачи о высокотемпературном ударе получила дальнейшее развитие. Для определения шаровой компоненты тензора напряжений использовалось так называемое широкодиапазонное уравнение состояния, построенное на основе экспериментальных исследований, а модель упругопластического тела с линейным упрочнением включала соотношения, описывающие кинетику разрушения материала растягивающими напряжениями. Отметим также, что в [9, 10] в отличие от [8] обозначился отказ от лагранжевой концепции. Основу эйлеровой методики составляла схема Годунова первого порядка точности на подвижных сетках; предусматривалась возможность разбиения одной физической области специальными границами на счетные подобласти, в каждой из которых разностная сетка строилась независимо. Алгоритм позволял вводить новые узлы и объединять слишком мелкие ячейки в более крупные. Работоспособность этой численной методики проверена в [10], где в рамках гидродинамической модели был проведен расчет пробивания сферическим ударником преграды конечной толщины.

В настоящей работе, ориентированной на получение данных о динамике испаренного вещества при высокоскоростном ударе для использования в астрофизических приложениях, также много внимания уделяется проблеме усовершенствования численной методики. Не останавливаясь на общих с [10] элементах расчетной схемы, отметим основные особенности используемого здесь метода: повышение разрешающей способности схемы Годунова на подвижных сетках благодаря введению линейного распределения искомых параметров внутри счетной ячейки и использованию ограничителей [11, 12]; модификация алгоритма решения задачи Римана на границе ячеек для сложного уравнения состояния, включающая предварительное вычисление поля энтропии для разных веществ, что обеспечивает быстрое нахождение необходимой энтропии для итерационной распадной процедуры; выделение границы между испаренной и конденсированной средой в мишени, базирующееся на определении по полю энтропии пограничной энтропии, разделяющей разные фазовые состояния вещества; включение в рассмотрение помеченных частиц (маркеров), что является хорошим инструментом для контроля за точностью и для анализа результатов.

Предварительные расчеты по модифицированной методике [13] показали ее эффективность. Использование подвижной эйлеровой сетки с большим количеством

подобластей, включение в сетку помимо контактного разрыва и ударных волн также и фазовой границы устранило упомянутые выше деформацию ячеек и диффузионные эффекты и позволило существенно увеличить время моделирования явления: оно стало сравнимым по продолжительности с характерным временем формирования окончательного ионного состава (закалки) разлетающегося газового облака.

1. Постановка задачи. Процесс высокоскоростного удара пылинки по твердой преграде характеризуется интенсивными нагрузками, при которых в веществе ударника и мишени развиваются нормальные напряжения, существенно превосходящие касательные. Это позволяет использовать в качестве базовых уравнения движения Эйлера сжимаемой невязкой среды

$$\frac{\partial \mathbf{f}r}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{a}r}{\partial r} + \frac{\partial \mathbf{b}r}{\partial z} = \mathbf{h} \quad (1.1)$$

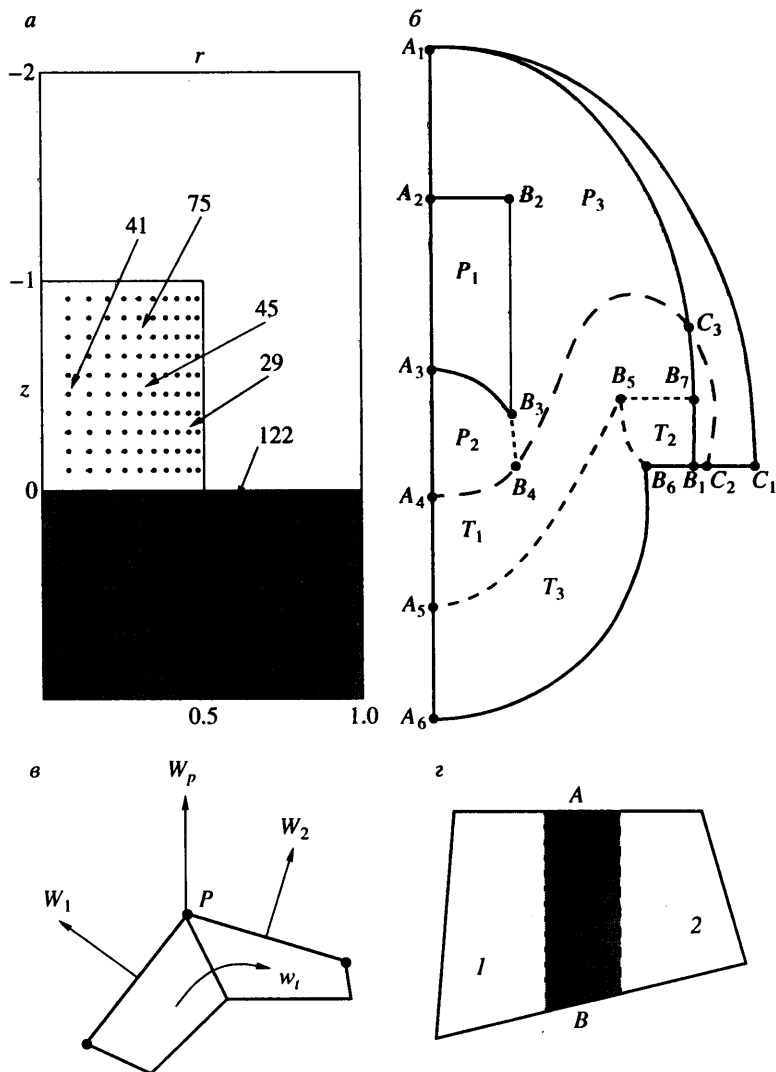
$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ u(e + p) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ v(e + p) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{h} = \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

где r, z, u, v – радикальная и осевая переменные и соответствующие им компоненты скорости, ρ, p – плотность и давление, $e = \rho(\epsilon + (u^2 + v^2)/2)$, ϵ – внутренняя энергия на единицу массы.

На фиг. 1, *a* показано взаимное расположение ударника и мишени перед началом столкновения (ось z направлена вниз). Ударник выбран в форме цилиндра с высотой, равной диаметру основания, мишень занимает полупространство $z \geq 0$. Начальные значения термодинамических параметров ненагруженного вещества пылинки и преграды отвечают соответствующим величинам при абсолютном нуле температуры: удельная внутренняя энергия и давление (напряжение) равны нулю. Плотности ударника и мишени равны соответственно 1 и 10,5 г/см³. Начальные скорости также претерпевают разрыв при $z = 0$, так как для всех точек ударника $v_0 = 80$ км/с, $u_0 = 0$, а мишень неподвижна ($v_0 = u_0 = 0$).

Внешняя граница расчетной области (фиг. 1, *b*) составлена из отрезка оси симметрии A_1A_6 , ударной волны A_6B_6 в мишени, отрезка невозмущенной поверхности преграды B_6B_1 и специальным образом заданной линии раздела A_1B_1 между испаренным веществом и вакуумом. При $r = 0$ ставится условие симметрии $u = 0$, на ударной волне выполняются соотношения Ренкина – Гюгоню. Поверхность A_1B_1 смещается в процессе разлета испаренной массы в пустоту со скоростью, превышающей звуковую, а величина скорости выбирается такой, что расчетную область покидает не более 0.01% испаренного вещества пылинки. На линии раздела с пустотой ставятся "мягкие" краевые условия $df/dn = 0$, где n – нормаль в соответствующей точке границы.

Вся область течения разделена на зоны $P_1, P_2, P_3, T_1, T_2, T_3$ внутренними границами, которые включаются в разностную сетку: торцами $A_2B_2B_3$ пылинки и ударной волной A_3B_3 в ней, поверхностью контакта $A_4B_4C_3$ между разными веществами, линией раздела $A_5B_5B_6$ между конденсированной и испаренной фазами материала мишени, а также проникаемыми поверхностями B_3B_4 и B_5B_7 не связанными с физическими особенностями задачи. Следует отметить, что не все подобласти существуют одновременно. Например, зона P_1 исчезает после выхода скачка A_3B_3 на тыльную сторону A_2B_2 пылинки, а зоны T_2 и T_3 отсутствуют в близкие к начальному моменты времени, пока материал преграды за распространяющейся по ней ударной волне способен полностью испаряться. Заметим, что в начальные моменты времени, пока возмущенная область не слишком велика, граница с вакуумом ведется с некоторым запасом (A_1C_1 вместо A_1B_1); при этом контактная поверхность $A_4B_4C_3C_2$ образует замкнутый объем внутри области расчета (этот эффект комментируется в разделе 3).



Фиг. 1. Схема исходного расположения ударника, мишени и частиц (маркеров) (а); структура расчетной области (б); движение общего узла двух граничных звеньев сетки (в); к расчету энтропии в ячейках 1 и 2 сетки, расположенных на фронте сильной волны разрежения (г)

Использование в качестве силовой характеристики гидростатического давления вместо нормального напряжения означает, что эффекты, связанные с прочностными свойствами реального материала, считаются пренебрежимо малыми. По мере ослабления ударной волны в мишени упругопластические свойства среды оказывают все более заметное влияние на форму кратера, однако к данной стадии явления процесс формирования облака испаренного вещества практически заканчивается; это обстоятельство определяет выбор математической модели.

Давление и внутренняя энергия, входящие в (1.1), могут быть разложены соответственно на две части: упругую составляющую, обусловленную взаимодействием атомов конденсированного вещества, и тепловую составляющую, связанную с движением его частиц при нагреве [14]

$$p = p_c + p_t, \quad \varepsilon = \varepsilon_c + \varepsilon_t \quad (1.2)$$

Упругие компоненты p_c и ϵ_c равны полным величинам при абсолютном нуле температуры и называются "холодными" давлением и энергией. Для замыкания системы определяющих соотношений нужно к уравнениям (1.1), (1.2) добавить уравнение состояния конденсированной среды, которое применительно к данной задаче должно давать связь между давлением и внутренней энергией в широком диапазоне значений удельного объема.

Действительно, в первые моменты времени после удара вещество позади ударной волны в пылинке, налетающей со скоростью 80 км/с на преграду из серебра, оказывается разогретым до нескольких сотен тысяч градусов, при этом плотность увеличивается в 5 раз, а давление достигает 10^8 атм [13]. Вещество при таких высоких температуре и давлении адекватно описывается статистической моделью Томаса – Ферми для полностью ионизованного электронного газа. С другой стороны, облако сильно нагретого газа, образующегося после испарения ударника и части преграды, испытывает в процессе разлета в пустоту влияние сильных волн разрежения; при этом давление может падать до 10^{-8} атм и ниже, а плотность – почти до нуля. Соответствующее уравнение состояния должно при таких условиях переходить в уравнение для идеального газа высокой температуры. Указанным здесь предельным асимптотикам удовлетворяет уравнение состояния Тиллотсона [4]

$$p = \left[\gamma_1 + \gamma_2 \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0 \eta^2} + 1 \right)^{-1} \right] \frac{\epsilon}{V} + A\mu + B\mu^2 \quad (1.3)$$

где V – удельный объем, $\eta = \rho/\rho_0$, $\mu = \eta - 1$, $\rho_0 = 1/V_0$ – плотность вещества при нормальных условиях.

Следуя [4], отметим, что при достаточно высокой плотности энергии уравнение (1.3) фактически сводится к термическому уравнению состояния для электронного газа $p = G\epsilon/V$, причем коэффициент Грюнайзена G в данном случае аппроксимируется значением параметра γ_1 . При близких к начальным значениях термодинамических величин коэффициент G приближается параметром $(\gamma_1 + \gamma_2)$. Величина A – коэффициент при деформации μ , соответствует модулю объемного сжатия среды. Постоянные ϵ_0 и B определяются при аппроксимации данных экспериментов по ударному сжатию SiO_2 и Ag при средних давлениях и из условия асимптотического выхода (1.3) на расчетную адиабату Гюгионо для уравнения состояния Томаса – Ферми [15] при высоких давлениях.

В отличие от [4] уравнение Тиллотсона здесь используется только при $\rho > \rho_0$, что соответствует сжатию среды. Для случая $\rho < \rho_0$, что соответствует растяжению, (1.3) удовлетворительно описывает среду, только если тепловая энергия ϵ , существенно превосходит ϵ_c , т.е. в газовой области. Однако для конденсированной среды это соотношение неправильно передает предельное поведение холодных давления и внутренней энергии, когда плотность существенно меньше нормальной, поэтому при $\rho < \rho_0$ здесь используется модельная степенная зависимость холодного давления от плотности, а тепловая составляющая давления находится с помощью модифицированного соотношения Грюнайзена [16]. С учетом известной связи между упругими давлением и энергией имеем

$$p = p_c + G \frac{\epsilon - \epsilon_c}{V}, \quad p_c = \omega(\eta^a - \eta^b), \quad \epsilon_c = -\int p_c dV \quad (1.4)$$

где зависимость коэффициента G от удельных объема и энергии описывается формулами

$$G = a_s + b_s \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} + 1 \right)^{-1}, \quad s = \lg \frac{\eta}{\eta_{\max}} \quad (1.5)$$

$$a_s = \alpha_1 + \beta_1 s + \delta_1 s^2, \quad b_s = \alpha_2 + \beta_2 s + \delta_2 s^2$$

Значения постоянных $\gamma_1, \gamma_2, \epsilon_0, A, B, a, b, \omega, \alpha_1, \beta_1, \delta_1, \alpha_2, \beta_2, \delta_2, \eta_{\max}$ для выражений (1.3)–(1.5) приведены в [16].

2. Метод расчета. Кратко остановимся на идейной стороне некоторых усовершенствований, внесенных в численный метод. Более подробное изложение всех изменений содержится в [17]. Здесь применяется модифицированная схема Годунова на подвижных сетках, обладающая свойством монотонности и более высоким, по сравнению с первым, порядком аппроксимации. Принята линейная зависимость решения от пространственной переменной в счетной ячейке. Производные от сеточных функций находятся в основном с помощью ограничителя "minmod" [11]; для контроля использовался также ограничитель Shu [12].

Определение "левых" и "правых" состояний на общей грани двух смежных ячеек проводится по алгоритму [11], а "большие" величины для вычисления потоков через грани счетной ячейки находятся с помощью решения нелинейной задачи Римана. Эффективная распадная процедура – очень важное звено в схеме Годунова – была развита в [7] только для двучленного уравнения состояния идеального газа.

При решении задачи о распаде разрыва для сложного уравнения состояния основные затраты счетного времени относятся к расчету волн разрежения, так как в этом случае в процессе определения больших величин приходится иметь дело с негोलомной системой уравнений из-за интегральной формы соотношений Римана на характеристиках. Для того чтобы обойти эту трудность, алгоритм модифицируется следующим образом. На предварительном этапе проводится расчет поля энтропии в широком диапазоне изменения давления и внутренней энергии (плотности), для чего используются соотношения вдоль линии тока и характеристик, соответствующих тому или иному расположению веера Маха в распадной конфигурации

$$pdV + d\epsilon = 0, \quad (\rho c)^{-1} dp \pm dw = 0 \quad (2.1)$$

Здесь w – нормальная составляющая скорости, c – скорость звука. Из первого соотношения системы (2.1) с помощью уравнения состояния исключается внутренняя энергия ϵ . Начальные значения плотности и давления фиксируют отдельную энтропию с номером m , которая находится численно посредством интегрирования полученного уравнения по независимой переменной p . Каждая такая энтропия представляется табличной зависимостью функции $\rho_{i,m}$ от давления p_i , заданного весьма подробной сеткой значений. Учитывая, что внутренняя энергия параметризует энтропии (при $\rho = \text{const}$), по величине внутренней энергии сублимации, известной из конкретного уравнения состояния, можно определить граничный номер m_* пороговой кривой $S = S_*$, разделяющей поле энтропии на части, отвечающие газовой или конденсированной фазе состояния вещества.

С помощью второго из уравнений (2.1) одновременно проводится расчет приращения нормальной скорости $\Delta w_{i,m} = \int dp / (\rho c)$ вдоль каждого интервала $(i, i + 1)$ энтропии m со значением энтропии S_m . По начальным значениям давления и плотности легко определяются номера соседних кривых, между которыми располагается требуемая для решения задачи Римана энтропия. Условный номер последней вычисляется с помощью интерполяции. Следовательно, также становится доступной полная информация об искомой энтропии в фазовой плоскости (p, w) и можно искать точку пересечения этой энтропии с ударной адиабатой или с другой найденной таким же способом энтропией, т.е. решать задачу о распаде разрыва на границе ячеек. Отметим также, что двумерная таблица интегралов $\Delta w_{i,m}$ эффективно используется для определения "больших" величин на гранях в случае смещения подвижного узла разностной сетки в сектор расположения веера Маха, что весьма важно при расчете течений с сильными волнами разрежения.

Еще один очень важный аспект – метод выделения и движения специальных границ A_5B_5 и B_5B_6 (см. фиг. 1, б) как поверхности раздела между испаренной и конден-

сированной фазами материала мишени. Как было упомянуто выше, подобласть T_3 отсутствует на начальной стадии столкновения, если энтропия позади ударной волны A_6B_6 достаточно велика для полного испарения материала преграды. Пользуясь таблицами изэнтроп, можно определить момент времени, когда минимальное значение энтропии в ближайшем к ударной волне A_6B_6 слое ячеек области T_1 станет меньше критического значения S_* . После этого момента вводятся подобласти T_2 и T_3 . Ввиду того что распределение энтропии вдоль ударной волны не однородно, некоторая часть материала в подобласти T_3 могла бы испариться. Для того чтобы более точно разделить газ и конденсат, предлагается следующий алгоритм.

Для каждого ребра границ A_5B_5 и B_5B_6 решается задача Римана и определяются значения нормальной составляющей лагранжевой скорости W и энтропии S в ячейке разностной сетки, принадлежащей зоне T_3 . В случае $S \leq S_*$ это ребро границы предполагается участком контактной поверхности, через который запрещается перенос массы, а его перемещение осуществляется со скоростью W . В противном случае скорость движения указанного ребра подвергается коррекции с тем, чтобы допускался некоторый перенос массы из T_3 в T_1 или T_2 (см. [17]).

По истечении некоторого времени значения энтропии вблизи границ A_5B_5 и B_5B_6 оказываются ниже S_* во всей подобласти T_3 и переток массы через указанные границы прекращается, т.е. границы A_5B_5 и B_5B_6 становятся в строгом смысле лагранжевыми контактными поверхностями. Таким образом, кривая $A_5B_5B_6$ отделяет конденсированную фазу в мишени, отмечая тем самым границу кратера.

Следующий вопрос, подлежащий обсуждению, – правило перемещения узлов разностной сетки, принадлежащих некоторой границе подобласти (фиг. 1, в). В [7] предложен алгоритм для определения нормальной скорости W_p узла P с помощью некоторой средневзвешенной комбинации нормальных скоростей W_1 и W_2 , отвечающих двум разным ребрам.

Этот алгоритм игнорирует существование тангенциальной компоненты скорости w_t . В численных экспериментах обнаружено ухудшение устойчивости расчета сверхзвукового в тангенциальном направлении потока, особенно для контактных границ. Причина заключается в косвенном нарушении известного положения газодинамики о необходимости правильного учета зон влияния. Если тангенциальное число Маха для правой ячейки на фиг. 1, в превышает единицу, то информация о течении справа в принципе не должна быть доступна для узла P . Это значит, что скорость W_2 не должна учитываться при прогнозировании перемещения этого узла. Интересно, что полное игнорирование величины W_2 может приводить к другой неустойчивости в случае существенно дозвукового тангенциального потока. Справиться с этими различными неустойчивостями позволила специальная корректирующая процедура прогноза (см. [17]).

Заслуживает также внимания вопрос о выборе исходной системы уравнений для реализации схемы Годунова. В [7] отмечалось, что наряду с обычной записью разностной схемы, полученной интегрированием (1.1) по объему элементарной ячейки сетки, часто также используется альтернативная разностная схема, созданная на основе так называемой плоской формы уравнений Эйлера

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial r} + \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial z} = -\frac{\mathbf{h}_0}{r}, \quad \mathbf{h}_0 = \{\rho u, \rho u^2, \rho u v, u(e+p)\}^T \quad (2.2)$$

где \mathbf{f} , \mathbf{a} , \mathbf{b} отвечают (1.1), а "T" означает транспонирование.

Хотя системы (1.1) и (2.2) математически эквивалентны, соответствующие им схемы иногда приводят к разным численным результатам. Преимущество записи уравнений в обычной форме кажутся очевидными: при разностной аппроксимации (1.1) обеспечивается точное сохранение массы, осевого импульса и полной энергии, и приближенно – радиального импульса, в то время как использование (2.2) сохраняет все

эти величины только приближенно. Однако, как отмечалось в [18], система (1.1) приводит к большей погрешности около оси симметрии в случае схемы первого порядка.

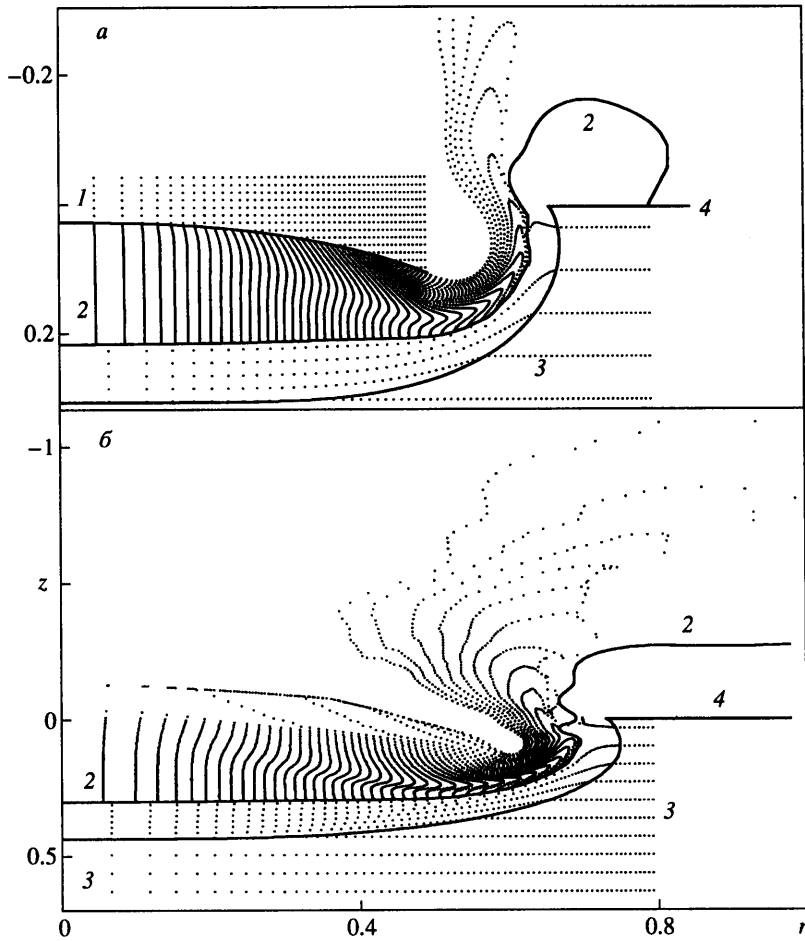
Данное обстоятельство объясняется тем, что разностные уравнения, полученные на основе (1.1), содержат выражения для потоков, которые тождественно равны нулю на оси симметрии, вследствие чего важное граничное условие $u = 0$ на этой оси не реализуется. Оказывается, что упомянутая проблема с осевым граничным условием для уравнений (1.1) не возникает в модифицированной схеме повышенного порядка точности, потому что это условие фактически используется при вычислении наклонов сеточных функций для ячеек, примыкающих к оси симметрии. Таким образом, выбор исходной системы в форме (1.1) представляется здесь действительно наиболее удачным.

В заключение отметим, что в алгоритме предусмотрено наблюдение за движением большого количества (около 5000) обладающих массой маркеров, размещенных как в ударнике, так и в мишени. Маркеры перемещаются по эйлеровой разностной сетке с соответствующей массовой скоростью, определяемой посредством интерполяции по ближайшим узлам сетки. На фиг. 1, *a* показана схема расположения маркеров; здесь отмечены только те частицы (100 в ударнике и 210 в мишени), для которых рассчитываются все гидродинамические параметры. Эта информация нужна для астрофизических приложений; кроме того, она дает возможность оценить качество вычислений. Основное же множество маркеров используется для получения представления о динамике разлета испаренного вещества. В расчетах принималась следующая дискретизация счетных подобластей: 640 узлов в P_2 , 2000 – в P_3 , по 1600 – в T_1 и T_2 , и 2400 узлов в T_3 .

3. Обсуждение результатов расчета. Результаты расчета удара космической пылинки из пористого SiO_2 по мишени из серебра представлены на фигурах, где показаны положения ударных волн, контактной и фазовой поверхностей, а также распределения частиц испаренного вещества на разных стадиях явления. Для отдельных частиц построены зависимости гидродинамических функций от времени. Все величины обезразмерены с помощью масштабов плотности $M_\rho = 1 \text{ г/см}^3$ и скорости $M_v = 10 \text{ км/с}$. Масштаб времени M_t зависит от характерной длины (например, для диаметра пылинки в 1 мкм $M_t = 100 \text{ пс}$).

На фиг. 2 показаны распределения частиц в близкие к началу столкновения моменты времени. На фиг. 2, *a* виден скачок, распространяющийся по ударнику в сторону его тыльной поверхности. Ситуация становится более наглядной, если представить, что частицы пересекают ударную волну l , из-за большой скорости падения ударника как бы зависшую в районе нулевой отметки по координате z . Эта волна ослабляется в зоне контакта с боковой поверхностью ударника. Вещество пылинки позади головного скачка испаряется и под действием сильной волны разрежения, возникающей в результате косоуго отражения ударной волны от свободной боковой грани ударника, устремляется через узкую щель между ударником и мишенью в вакуум. Образуется сверхзвуковая боковая струя, которая сначала отражается от контактной поверхности (кривая 2), поворачивает к оси симметрии и огибает невозмущенную грань ударника.

По твердой преграде распространяется нижняя головная ударная волна (кривая 3); материал мишени за ней также испаряется и устремляется в зону низкого давления. Если граница области с вакуумом смещается с достаточно большой скоростью (кривая A_1C_1 на фиг. 1, *b*), то проявляется интересный эффект: контактная поверхность 2 замыкается на невозмущенную границу мишени 4, т.е. испаренное вещество мишени как бы удерживается внутри газа испаренного ударника. Такая геометрия определяется очень высокой внутренней энергией газа испарившейся пылинки по сравнению с внутренней энергией испаренного вещества мишени, когда скорость удара велика, а плотность пылинки существенно меньше плотности мишени. Интересно

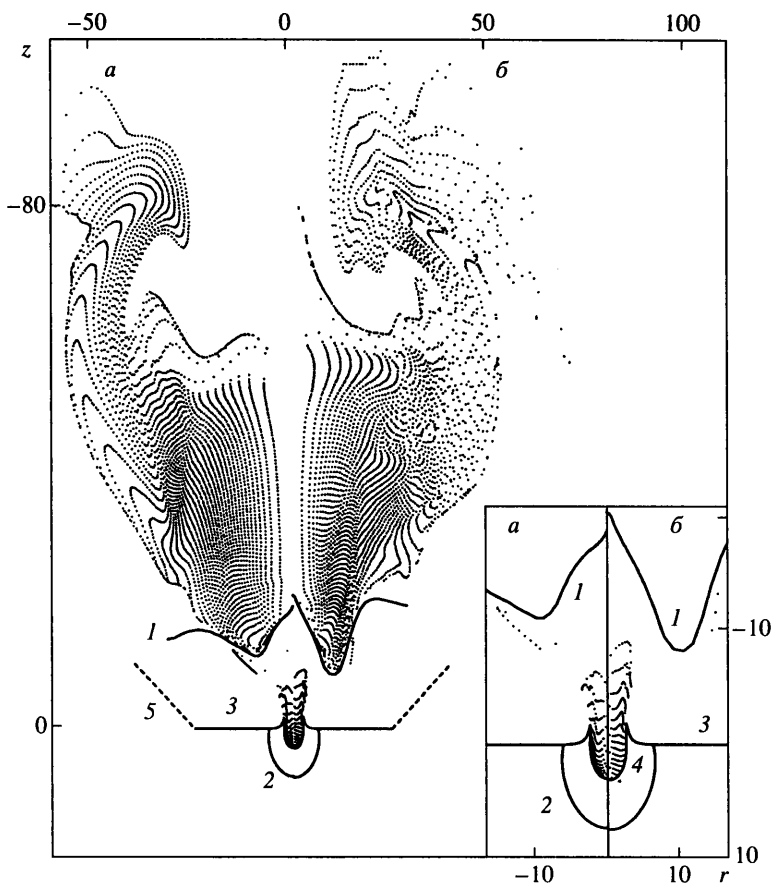


Фиг. 2. Начальная стадия столкновения: *a, б* – моменты до выхода ударной волны на тыльную сторону ударника и после испарения всей пылинки; 1 – ударная волна в пылинке, 2 – контактная поверхность, 3 – ударная волна в мишени, 4 – невозмущенная граница мишени

отметить, что похожая картина имела место в случае, когда плотность ударника превосходила плотность преграды (см. [19]). При этом более активным был газ испаренной мишени, и замкнутая полость, заполненная газом испаренного ударника, прижималась к оси симметрии.

На фиг. 2, б показано течение в момент времени, уже превосходящий время выхода ($t = 0.14$) головной ударной волны на тыльную сторону ударника. Здесь испаренное облако пылинки подвергается воздействию еще одной волны разрежения, образующейся после отражения верхнего скачка от свободной от напряжений тыльной поверхности ударника. Частицы вещества, близкие к этой поверхности, увлекаются волной разрежения и начинают двигаться вверх, в пустоту. В то же время другие частицы пылинки по-прежнему захватываются боковой струей и, отражаясь от контактной границы, заметно смещаются к оси симметрии. Вскоре здесь образуется зона смешения, где боковая струя начинает взаимодействовать с частицами, расположенными около верхней кромки пакета маркеров.

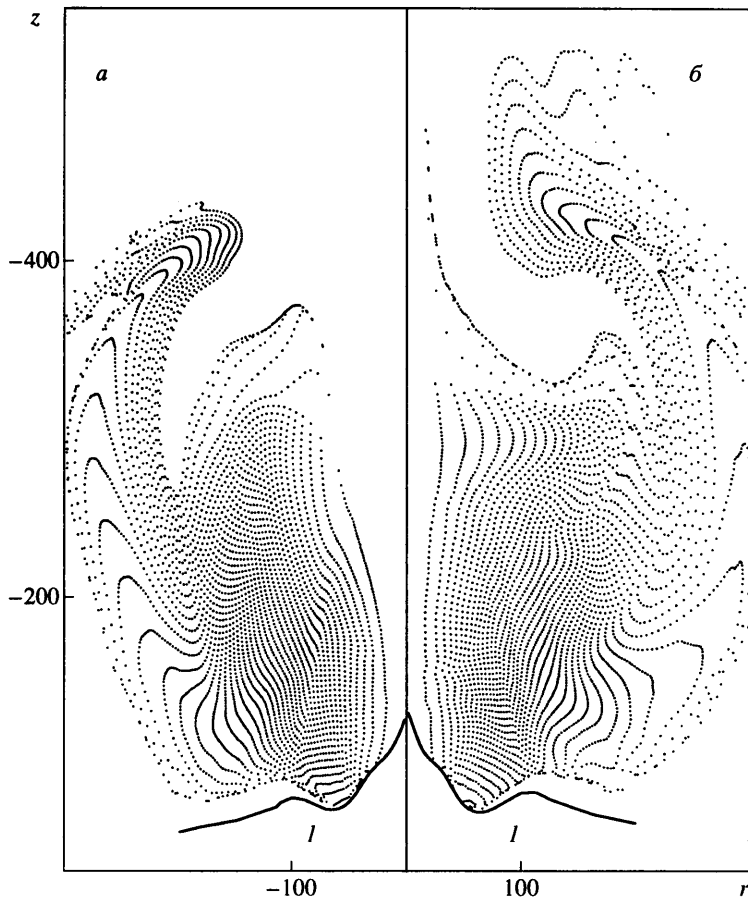
На фиг. 3 сравниваются данные расчетов по схеме первого порядка [7] и модифицированной схеме повышенной аппроксимации (схемы 1 и 2). Выбранный момент



Фиг. 3. Распределения частиц вещества ударника и мишени на стадии развитого движения: *a, б* – расчеты по схеме [7] и по модифицированной схеме; 1 – контактная поверхность, 2 – ударная волна в мишени, 3 – невозмущенная граница мишени, 4 – фазовая поверхность, 5 – фрагмент границы расчетной области с вакуумом

времени ($t = 12.9$) относится уже к развитой стадии движения. Расчет по схеме 1 (2) иллюстрируется на полуплоскости $r \leq 0$ ($r \geq 0$); детали течения в области кратера показаны отдельно внизу в правой части фигуры в большем масштабе. Результаты, касающиеся положения ударной волны в мишени (2) и фазовой поверхности (4), с хорошо выраженными султанами весьма близки. В распределениях частиц испаренного вещества ударника также много общего, хотя данные расчетов по методу [7] дают более сглаженную картину течения.

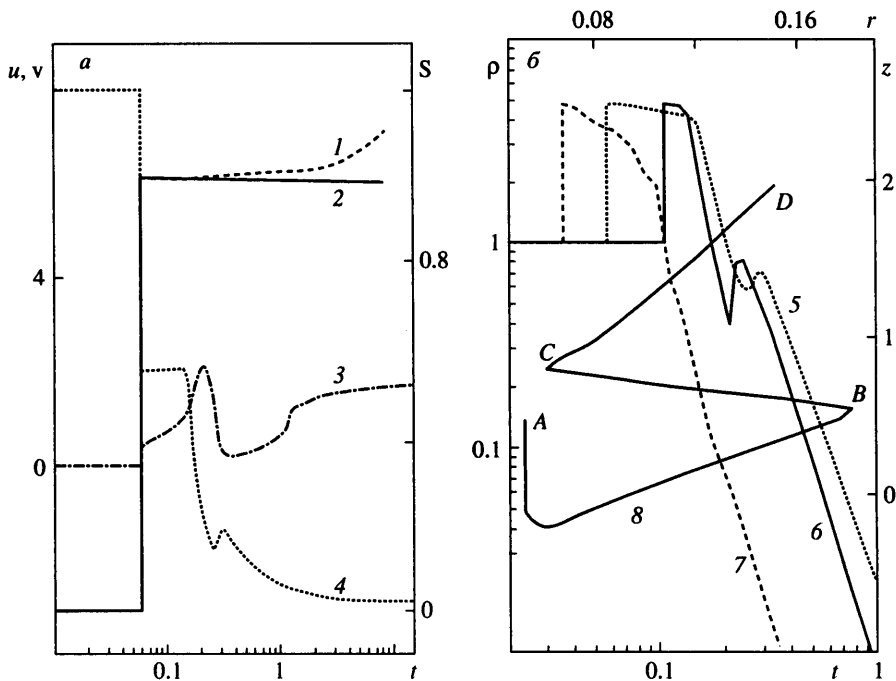
Модифицированная методика позволяет получить более правильное представление о сложных волновых процессах, происходящих в облаке испаренной пылинки. В частности, здесь можно наблюдать верхнюю волну разрежения и столкновения частиц в зоне смешения. Сопоставление показывает, что в среднем для расчетов по схеме первого порядка характерно увеличение радиальной и уменьшение осевой компонент скорости по сравнению с данными модифицированной методики. В результате область около оси симметрии более разрежена в случае схемы 1. Причина этого – отсутствие граничного условия $u = 0$ на оси симметрии при реализации схемы Годунова первого порядка на основе системы (1.1). На поздней стадии расчеты по схемам 1 и 2 различаются более существенно, причем подтверждаются изложенные выше



Фиг. 4. Сравнение распределений частиц вещества ударника в поздний момент времени: *a, б* – расчеты по схеме [7] и по модифицированной схеме; *l* – контактная поверхность

соображения. Это хорошо видно на фиг. 4, где показаны распределения частиц испаренной пылинки в момент $t \approx 60$.

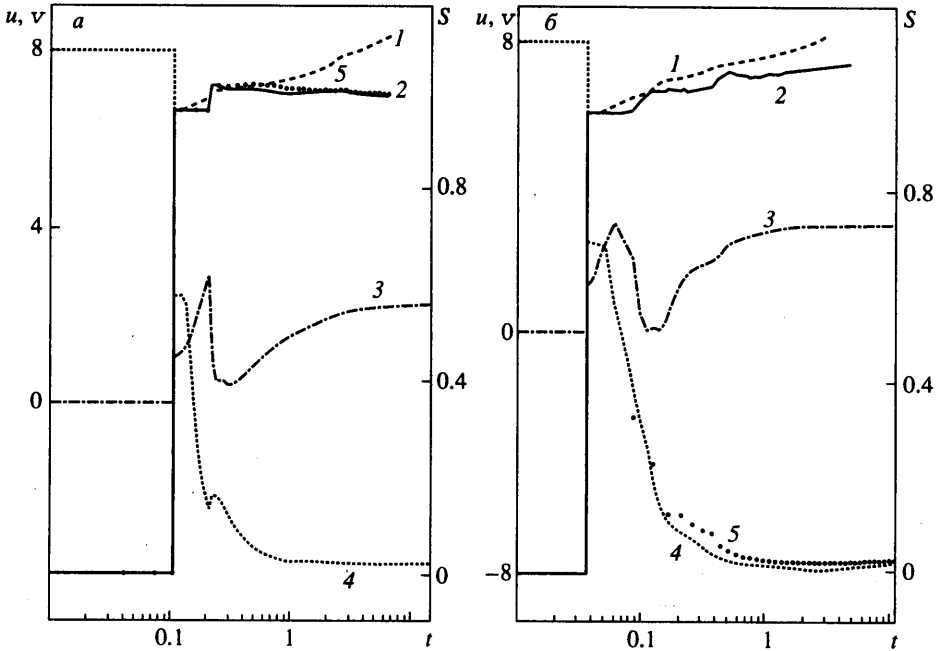
Дополнительную информацию о решении, а также о качестве расчетов по модифицированной методике представляют результаты, относящиеся к движению отдельных частиц. На фиг. 5, *a* показано, как со временем изменяются энтропия и компоненты скорости частицы ударника, помеченной на фиг. 1, *a* номером 45. Из графиков видно, что после прохождения через головной скачок частица попадает в приходящую сбоку волну разрежения, под действием которой ее радиальная составляющая скорости растет, а осевая меняет знак: частица движется вправо-вверх. В момент $t \approx 0.3$ частица тормозится, так как она начинает взаимодействовать с боковой струей; затем эта частица увлекается струей и выходит на участок инерционного разлета. График изменения плотности 45-й частицы (см. фиг. 5, *б*, кривая 5) подтверждает это. Отметим главное: в расчете по схеме 2 энтропия частицы после скачкообразного изменения в момент пересечения ею головной ударной волны в дальнейшем практически не изменяется (см. кривую 2 на фиг. 5, *a*). В то же время в расчете с первым порядком точности нарушается физическая закономерность: на том же участке траектории энтропия частицы монотонно увеличивается (кривая 1).



Фиг. 5. Расчетные зависимости характеристик маркеров: *a* – энтропии (1 и 2 по схемам 1 и 2) и компонент скорости (3, 4 – u, v) частицы № 45 от t ; *б* – плотности (5–7) частиц № 45, 75 и 29 от t ; траектория $z = z(r)$ частицы № 41 (8)

На фиг. 5, *б* построена траектория 8 маркера с номером 41 (кривая *ABCD*), на которой еще отчетливее прослеживаются волновые процессы в испаренном облаке. Находящийся в момент соударения около оси симметрии (см. фиг. 1, *а*), этот маркер движется сначала вертикально вниз, пересекая при этом практически прямой головной скачок. Затем частица тормозится, разворачивается под действием волны разрежения и смещается вверх и в сторону от оси z ; к моменту столкновения с боковой струей из-за большего времени разгона она приобретает большую, по сравнению с 45-й частицей, скорость. В точке *B* траектории происходит отражение и частица движется к оси симметрии, ее радиальная скорость отрицательна. В точке *C* траектории частица отражается от оси z (ее радиальная компонента снова меняет знак) и выходит на участок равномерного движения.

На фиг. 6, *а* иллюстрируется движение другого типичного маркера с номером 75. Эта частица позже пересекает головную волну, и ее последующее движение определяется волной разрежения, пришедшей от тыльной стороны ударника. В итоге она устремляется вверх, к области смешения, где пересекает в момент $t \approx 0.23$ дополнительную волну сжатия, сформировавшуюся при столкновении боковой струи с верхней кромкой облака испаренного вещества. Графики зависимости энтропии и плотности от времени (кривые 2 на фиг. 6, *а* и *б* на фиг. 5, *б*) подтверждают наличие дополнительного скачка малой интенсивности. Интересно, что и здесь модифицированная методика дает правильный результат. Значение энтропии частицы после каждого пересечения ею соответствующего скачка фактически стабилизируется, тогда как расчет по схеме 1 приводит к росту энтропии и после второго скачка (кривая 1 на фиг. 6, *а*).



Фиг. 6. Зависимости энтропии (1, 2) и компонент скорости (3, 4 - u, v) частиц от t :
a, b - № 75, 29; 1 и 2 получены по схемам 1 и 2; 5 - расчет с ограничителем Shu [12]

Анализ результатов позволяет утверждать, что постоянство энтропии на волнах разрежения имеет место в расчетах по схеме 2 для большинства частиц как из вещества ударника, так и из материала мишени. Некоторые отклонения от этой закономерности наблюдаются для частиц, находящихся на фронте сильной волны разрежения. На фиг. 6, б демонстрируется одна из таких типичных частиц (№ 29), которая в начальный момент времени была расположена вблизи боковой кромки ударника (см. фиг. 1, а). Видно, что энтропия растет в обоих расчетах (по схемам 1 и 2), хотя зависимости плотности, а также компонент скорости от времени (см. фиг. 5, б, 6, б) не указывают на то, что данная частица проходила через скачки.

Причина эффекта - в нелагранжевой скорости перемещения общей границы двух смежных ячеек 1 и 2 с существенно различными плотностями (см. фиг. 1, з). Пусть AB - лагранжева (контактная) граница ячеек, вычисляемая с помощью решения задачи о распаде разрыва, и, для определенности, $\rho_1 \gg \rho_2$. Допустим, что общая грань ячеек в действительности смещается от положения AB в позицию, отмеченную пунктиром, и при этом переносимая из 1 в 2 масса - заштрихованная слева от AB область присоединяется к ячейке 2 - существенно превосходит начальную массу во второй ячейке. Тогда нетрудно увидеть, что пересчитанная внутренняя энергия второй ячейки будет соответствовать значению этой величины на изэнтропе первой ячейки, а плотность в результате размазывания перенесенной массы по большому объему будет ниже значения на этой изэнтропе. Таким образом, энтропия второй ячейки возрастет. Если общая граница займет положение, отмеченное штриховой линией, то в ячейке 1 внутренняя энергия и масса практически не изменятся, а плотность из-за роста объема уменьшится. Это приведет к возрастанию энтропии уже в первой ячейке. Заметим, что в первом случае завышенные значения энтропии будут сноситься потоком к периферии расчетной области с малой плотностью, а во втором лишняя энтропия будет как бы закачиваться извне в основную область течения, что гораздо неприятнее.

Для полноты картины отметим, что для частиц преграды, испарившихся после прохождения через них головной ударной волны, характерно достаточно плавное изменение всех гидродинамических параметров. Типичный маркер мишени (например, № 122 на фиг. 1, а) смещается вниз после прохождения ударной волны и затем разворачивается под воздействием пришедшей сверху волны разрежения, начиная двигаться вверх. В дальнейшем частица огибает султан и смещается вдоль контактной поверхности до выхода на участок инерционного разлета (фиг. 3). Энтропия такой частицы практически сохраняется.

Приведем некоторые интегральные характеристики удара, полученные в расчете. Масса испаренного материала преграды примерно в 67 раз больше массы космической пылинки. Доля начальной энергии пылинки, передаваемая в мишень, составляет 64%. Полный осевой импульс в конденсированной части мишени в 3.1 раза превосходит начальный импульс пылинки, причем большая часть (80%) импульса отдачи формируется за счет разлета испаренного вещества мишени.

Заключение. В работе развита эффективная модификация схемы С.К. Годунова, ориентированная на расчет течений с большими деформациями. Улучшенная схема позволяет естественно учитывать граничное условие симметрии при использовании дивергентной формы уравнений Эйлера и в основном обеспечивает сохранение энтропии на волнах разрежения. Получено решение задачи о высокоскоростном ударе, включающее описание процессов испарения космической пылинки и распространения головной ударной волны в твердой преграде с образованием в ней конденсированной и газовой фаз. Изучена динамика большого количества помеченных частиц испаренного вещества ударника и мишени (маркеров), найдены траектории частиц и зависимости их плотности и внутренней энергии от времени. Эта информация необходима для проведения анализа процессов ионизации и рекомбинации в облаке испаренного газа и интерпретации астрофизических экспериментов, связанных с определением элементного состава космической пылинки [16]. Весьма важно, что численное моделирование удара впервые доведено до момента порядка характерного времени закалки ионного состава вещества пылинки, когда скорость процесса рекомбинации в ионизированном испаренном веществе уже существенно отстает от скорости расширения и охлаждения облака. Предложен точный и удобный алгоритм расчета сред со сложным уравнением состояния. Благодаря этому алгоритму, построена поверхность раздела конденсированной и газовой фаз в твердой преграде, т.е. получена точная (в рамках принятой модели явления) граница образовавшегося кратера.

Авторы благодарят А.В. Мясникова за полезные обсуждения численной методики и Е.П. Пономарева за помощь в графике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fechtig H., Grün E., Kissel J.* High velocity impact processes // *Cosmic Dust*. N.Y.: Wiley, 1978. P. 622–637.
2. *Динс Дж., Уолш Дж.* Теория удара: некоторые общие принципы и метод расчета в эйлеровых координатах // *Высокоскоростные ударные явления*. М.: Мир, 1973. С. 48–111.
3. *Рини Т.* Численное моделирование явлений при высокоскоростном ударе // *Высокоскоростные ударные явления*. М.: Мир, 1973. С. 164–219.
4. *O'Keefe J.D., Ahrens T.J.* Shock effects from a large impact on the Moon // *Proc. 6th Lunar Science Conference*. N.Y.: Pergamon Press, 1975. P. 2831–2844.
5. *Уилкинс М.Л.* Расчет упруго-пластических течений // *Вычислительные методы в гидродинамике*. М.: Мир, 1967. С. 212–263.
6. *Малама Ю.Г.* Численное моделирование высокоскоростного удара по полубесконечной мишени // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1982. № 2. С. 119–125.
7. *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.

8. Сугак С.Г., Канель Г.И., Фортков В.Е. Расчеты разрушений при внедрении ударника в конечную преграду // Проблемы прочности. 1987. № 4. С. 64–68.
9. Воробьев О.Ю., Ни А.Л., Шутков А.В., Фортков В.Е. Применение метода Годунова в подвижных сетках для расчета динамики конденсированных сред при интенсивных импульсных воздействиях // Моделирование в механике. Новосибирск.: Ин-т теорет. и прикл. механики СО РАН, 1992. Т. 6(23). № 4. С. 3–12.
10. Fortov V.E., Goel B., Munz C.-D., Ni A.L., Shutov A.V., Vorobiev O.Yu. Numerical simulations of nonstationary fronts and interfaces by the Godunov method in moving grids // Nucl. Sci. Eng. 1996. V. 123. № 2. P. 169–189.
11. Chakravarthy S.R., Osher S. A new class of high accuracy TVD schemes for hyperbolic conservation laws // AIAA Paper. 1985. № 85-0363. 11 p.
12. Shu C.-W. TVD uniformly high-order schemes for conservation laws // Math. Comput. 1987. V. 49. № 179. P. 105–121.
13. Hornung K., Malama Yu.G., Thoma K. Modeling of the very high velocity impact process with respect to in-situ ionization measurements // Adv. Space Res. 1996. V. 17. № 12. P. (12)77–(12)86.
14. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
15. Калиткин Н.Н., Кузьмина Л.В. Таблицы термодинамических функций вещества при высокой концентрации энергии. Препринт № 35. М.: Ин-т прикл. математики АН СССР, 1975. 73 с.
16. Hornung K., Malama Yu.G., Kestenboim Kh.S. Impact vaporisation and ionisation of cosmic dust particles // Astrophys. Space Sci. 2000. V. 274. № 1/2. P. 355–363.
17. Малама Ю.Г., Кестенбойм Х.С., Хорнунг К. Численное моделирование высокоскоростного удара космической пылинки по преграде методом Годунова второго порядка точности. Препринт № 664. М.: Ин-т пробл. механики РАН, 2000. 35 с.
18. Шуришало Л.В. О выборе исходной дивергентной формы уравнений при расчете осесимметричных течений конечно-разностными методами // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 1980. Т. 20. № 3. С. 793–800.
19. Малама Ю.Г. Численное моделирование высокоскоростного удара при различных соотношениях плотностей ударника и мишени // Физика горения и взрыва. 1984. Т. 20. № 4. С. 117–121.

Москва
Мюнхен

Поступила в редакцию
29.VIII.2000