

УДК 532.526.5

© 2001 г. А.В. БУНЯКИН

ВИХРЕВАЯ ЯЧЕЙКА С ВРАЩАЮЩИМСЯ ВНУТРИ ЦИЛИНДРОМ НА ПОВЕРХНОСТИ КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Предложен алгоритм устранения отрыва пограничного слоя в носовой части симметричного крылового профиля при ненулевом угле атаки. Для увеличения критического угла атаки под отрывоопасным сегментом профиля располагается вихревая ячейка с вращающимся внутри цилиндром. Форма вихревой ячейки и расположение цилиндра внутри нее подбираются так, чтобы создать в слое смешения такой же градиент давления, как и во внешнем потоке.

Для устранения отрыва при высоких, но дозвуковых скоростях обтекания аэродинамической поверхности могут использоваться различные методы управления пограничным слоем, такие, как отсос, подвижные элементы части стенки, а также вихревые ячейки.

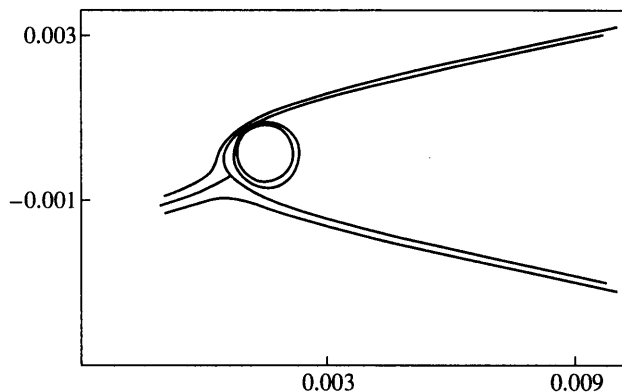
Успешное использование вихревых ячеек показано, в частности, в экспериментальных полетах аппаратов типа "Экип" [1] и в комбинации с другими методами управления отрывом может лечь в основу разработки схем дозвукового обтекания без образования крупномасштабного вихревого следа таких поверхностей, геометрическая форма которых является плохо обтекаемой.

Отрыв пограничного слоя можно устранить, расположив под частью стенки вихревую ячейку, внутри которой образуется течение с замкнутыми линиями тока, и заменив данную часть стенки слоем смешения. Форму вихревой ячейки можно подобрать так, чтобы ее контур, соприкасаясь с контуром крылового профиля в точках схода и присоединения линии отрыва, образовывал острые кромки. Сама линия отрыва (линия тангенциального разрыва между внешним потоком и течением внутри вихревой ячейки при $Re \rightarrow \infty$) должна быть близка к контуру сегмента крылового профиля. Задача нахождения формы ячейки и течения внутри нее при $Re \rightarrow \infty$ решается с использованием схемы Бэтчелора [2]. При этом организацией отсоса внутри ячейки создаются условия безотрывности стационарного пограничного слоя [3]. В реальном течении такого типа внутри ячейки образуется турбулентное ядро и, чтобы стабилизировать течение, туда может быть помещено центральное тело.

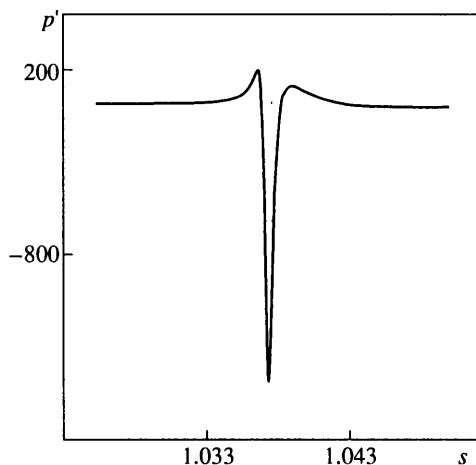
Эти методы на уровне технических решений были применены в аппаратах типа "Экип", однако их теоретическое обоснование требует доработки.

В настоящей работе представляется алгоритм, позволяющий решить стационарную задачу устранения отрыва в носовой части симметричного крылового профиля для увеличения критического угла атаки. Он включает определение места расположения вихревой ячейки на поверхности крылового профиля и ее формы, а также диаметра активно вращающегося цилиндра внутри нее. Эта задача при сделанных допущениях имеет не единственное решение и приводятся критерии, позволяющие выбрать из них оптимальное.

Данная работа является логическим продолжением исследования [4], где вихревая ячейка принималась круглой и без цилиндра внутри. При этом слой смешения считался настолько малым, что можно было пренебречь градиентом давления во внешнем потоке. В настоящей работе это предположение не используется.



Фиг. 1. Носовая часть крылового профиля с вихревой ячейкой и вращающимся цилиндром внутри нее



Фиг. 2. Безразмерный градиент давления p' на внешнем контуре крылового профиля вблизи носовой части от длины s

1. Постановка задачи. Симметричный крыловой профиль обтекается невозмущенным на бесконечности двумерным потоком идеальной несжимаемой жидкости. Считается, что $Re \rightarrow \infty$. Максимальная толщина профиля примерно в 50 раз меньше длины, носовая часть, показанная на фиг. 1, достаточно точно аппроксимируется параболой. Оставшаяся поверхность задается декартовыми координатами точек на верхней части профиля (0.115, 0.0143); (0.251, 0.0179); (0.518, 0.0139); (0.737, 0.00686); (1, 0). Горизонтальная ось является осью симметрии крылового профиля.

Данный крыловой профиль обтекается при нулевом угле атаки α без отрыва ламинарного пограничного слоя. При $\alpha \approx 0.0129$ точка отрыва появляется в носовой части вблизи правого локального максимума градиента давления у стенки крылового профиля (чуть ниже по потоку от него – фиг. 2). Расчет внешнего потенциального обтекания крылового профиля производился методом граничных элементов [5].

Вихревая ячейка располагается так, чтобы ее внешний контур касался контура крылового профиля в точке правого максимума градиента давления у стенки во

внешнем потоке. Предполагается, что в окрестности точки касания образуется малый по длине слой смешения. Тогда точка отрыва попадет или на слой смешения, или ниже по потоку от него. При этом отрыв устраняется [4]. Тогда можно увеличивать угол атаки, пока точка отрыва на крыловом профиле, смещаясь вверх по потоку, не выйдет за границы сегмента, соответствующего слою смешения. Поэтому желательно, чтобы этот сегмент (бесконечно малый) имел бы размер как можно больше.

Малость размера слоя смешения обусловлена двумя причинами. Первая – геометрическая форма сегмента крылового профиля не совпадает с формой сегмента вихревой ячейки, поэтому условие касания при равенстве кривизн обеспечивает совпадение этих кривых лишь в малой окрестности. Вторая – градиенты давления во внешнем потоке и внутри вихревой ячейки, в точке касания их контуров, могут существенно различаться. Поэтому требуется подобрать форму вихревой ячейки и параметры течения внутри нее так, чтобы: а) кривизны контуров профиля и ячейки в точке их касания равнялись максимально, б) градиенты давления в этой точке совпадали, а их производные вдоль потока различались минимально.

Эта специфическая обратная задача имеет заведомо не единственное решение. Она сводится к построению семейства замкнутых двумерных течений идеальной несжимаемой жидкости с завихренностью, стремящейся к константе при $\text{Re} \rightarrow \infty$, согласно теореме Прандтля – Бэтчелора, при наложении еще одного требования. Одна из внутренних линий тока этого течения должна быть окружностью. Следовательно, требуется построить течение в кольцевой области, внутренний контур которой – окружность, чтобы можно было расположить в нем вращающееся центральное тело.

2. Метод решения. Для построения кольцевого течения указанного типа сначала рассматривается на комплексной плоскости z потенциал течения, индуцированный двумя точечными вихрями

$$W(z) = iV \ln \frac{z+a}{z-a}$$

Здесь V – вещественная константа интенсивности вихрей.

Линии тока и равного потенциала такого течения – окружности координатных линий биполярной системы координат. Продолжим течение наружу одной из этих линий тока с добавлением завихренности, используя метод [6], который состоит в следующем.

Выбранная линия тока – окружность задается как образ вещественной оси при действии функции

$$z = a \frac{e^{\tau-i\sigma} + 1}{e^{\tau-i\sigma} - 1} = f(\sigma), \quad W = V(\sigma + i\tau) \quad (2.1)$$

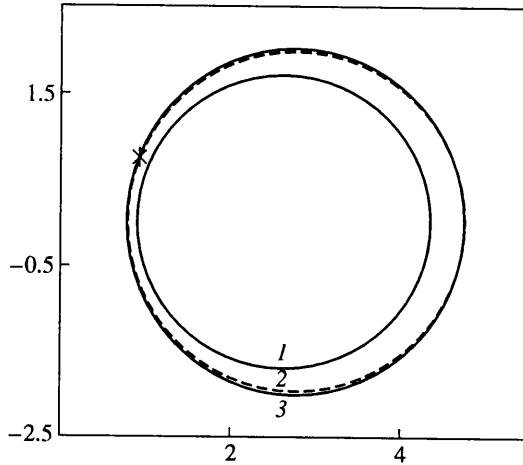
Точки окружности определяются вещественным параметром σ , сама же окружность – вещественным значением τ . Сопряженная скорость кольцевого течения представляется как суперпозиция потенциального добавочного поля с потенциалом w и поля с постоянной завихренностью ω .

На данной окружности она должна совпадать с сопряженной скоростью течения, заданного потенциалом W внутри окружности

$$\frac{dw}{dz} - i\omega\bar{z} = \frac{dW}{dz} \quad (2.2)$$

На плоскости вспомогательной комплексной переменной σ делается замена переменных в (2.2)

$$\frac{dw}{d\sigma} = i\omega \overline{f(\sigma)} f'(\sigma) + \frac{dW}{d\sigma}, \quad \frac{dW}{d\sigma} = V$$



Фиг. 3. Контуры кольцевого течения внутри вихревой ячейки: внутренний контур – окружность 1 для вещественных σ , 2 – окружность, но внешний контур (3) мало отличается от нее; звездочкой показана точка p'_{\max}

Выражение действительно при вещественных σ , т.е. на указанной окружности. Продолжим аналитически его с вещественной оси на комплексную плоскость σ так, чтобы правая часть была аналитической функцией. Внутри f вместо σ подставим сопряженное ему число

$$\frac{dw}{d\sigma} = i\omega \overline{f(\bar{\sigma})} f'(\sigma) + V$$

Интегрированием этого выражения можно найти потенциальную часть искомого кольцевого течения, но проще задачу проинтегрировать численно. Для этого выводится дифференциальное уравнение семейства линий тока кольцевого течения

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dw}{dz} - i\omega \bar{z}, \quad \frac{d\sigma}{dt} |f'(\sigma)|^2 = i\omega \overline{f'(\sigma)} (f(\sigma) - f(\bar{\sigma})) + \bar{V}$$

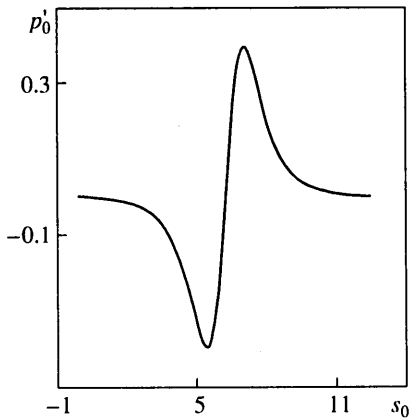
Подставляя сюда выражение (2.1) для f и, учитывая, что V вещественно, окончательно получаем

$$\frac{d\sigma}{dt} |f'(\sigma)|^2 = 4\omega a^2 \frac{e^{\tau+i\bar{\sigma}} (e^{\tau-i\bar{\sigma}} - e^{\tau-i\sigma})}{(e^{\tau+i\bar{\sigma}} - 1)^2 (e^{\tau-i\sigma} - 1) (e^{\tau-i\bar{\sigma}} - 1)} + V$$

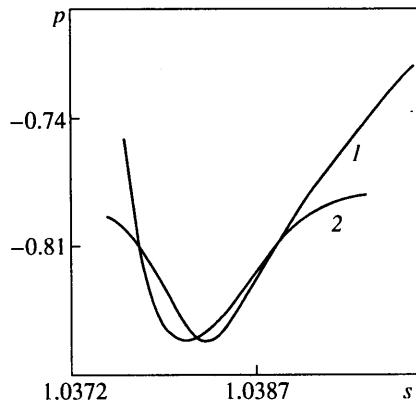
Это дифференциальное уравнение определяет линии тока на плоскости σ . После их отображения на плоскость z находятся линии тока искомого кольцевого течения. Оно интегрируется численно с использованием метода Рунге – Кутты второго порядка. Результаты интегрирования для одной из комбинаций параметров ($a = 2$; $\tau = 1$; $\omega = 0.3$; $V = 1$) приводятся на фиг. 3.

Семейство таких течений определяется двумя безразмерными параметрами (τ , $\omega a^2/V$). Поэтому если задать линейный размер течения a и максимальный градиент давления p' , достигаемый на внешнем контуре, то параметры ω , V подбираются так, что безразмерные комбинации $\omega a^2/V$, $p'a^3/\rho V^2$ имеют заданные значения.

Следовательно, указанное кольцевое течение можно изменить по размеру и расположить внутри крылового профиля так, чтобы его внешний контур касался кон-



Фиг. 4



Фиг. 5

Фиг. 4. Безразмерный градиент давления p' на внешнем контуре кольцевого течения от длины s вдоль потока (по часовой стрелке) от крайней правой точки

Фиг. 5. Распределения безразмерного давления p во внешнем потоке на контуре крылового профиля (1) и вихревой ячейки (2) от длины s вдоль этих контуров (распределение давления внутри ячейки дано с учетом масштабного перехода)

тура крылового профиля с совпадением кривизны. Тогда параметры ω , V можно подобрать так, чтобы градиент давления p' в точке касания во внешнем потоке совпадал со значением p' внутреннего кольцевого течения при соблюдении полного подобия этого течения.

На фиг. 1 показано кольцевое течение, подобное течению на фиг. 3, но расположенное внутри крылового профиля. При этом точки максимумов градиентов давления внешнего потока и кольцевого течения совмещены, а значит, и вторые производные от давления вдоль потока в этой точке совпадают.

Индексом 0 обозначаются параметры кольцевого течения, соответствующие фиг. 3, 4. Формулы масштабного перехода при расположении этого течения внутри крылового профиля (фиг. 1) есть

$$\frac{\omega a^2}{V} = \frac{\omega_0 a_0^2}{V_0}, \quad \frac{p' a^3}{\rho V^2} = \frac{p'_0 a_0^3}{\rho V_0^2}$$

из которых следуют соотношения скоростей и завихренностей кольцевого течения при масштабном переходе

$$\frac{Va^{-1}}{V_0 a_0^{-1}} = \sqrt{\frac{p' a}{p'_0 a_0}}, \quad \frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{p' a_0}{p'_0 a}}$$

Из фиг. 1 и 3 определяется $a/a_0 \approx 0.0004$, а из фиг. 2 и 4 — $p'/p'_0 \approx 250$. Таким образом, соотношение скоростей при масштабном переходе приблизительно равно 0.3. С учетом того что $v_0^{\max} \approx 6.6$, получается, что при расположении кольцевого течения внутри крылового профиля скорости по обе стороны слоя смешения будут одного порядка.

Следовательно, числа Рейнольдса, определенные по характерному размеру носовой части (например, по диаметру вращающегося цилиндра), во внешнем потоке и внутри ячейки также будут одного порядка. Таким образом, при числах Рейнольдса порядка 10^6 характерная толщина пограничных слоев 10^{-3} примерно в 40 раз меньше мини-

мальной толщины кольцевого течения (на фиг. 3 эта толщина, отнесенная к диаметру цилиндра, приближенно равна 0.04).

Второй порядок касания контуров крылового профиля и ячейки (фиг. 1), а также распределений давления на них (фиг. 5) дает возможность разместить в ее окрестности малый сегмент слоя смешения. Этот слой образуется между внешним потоком и течением внутри ячейки, ограничивается острыми кромками и расположен выше по потоку от точки отрыва на крыловом профиле без вихревой ячейки. Разогнавшийся поток в слое смешения имеет профиль скорости, который ниже по течению будет меньше подвержен отрыву, что дает возможность несколько увеличить критический угол атаки.

Согласно изложенному методу построения кольцевого течения и вихревой ячейки, параметры ω , V однозначно определяются геометрической формой кольцевого течения и его расположением на крыловом профиле, поэтому возникает вопрос о практической реализуемости течения такого типа. Завихренность ω внутри вихревой ячейки должна быть однозначно связана с угловой скоростью вращения центрального цилиндра, а параметр V характеризует скорость самого течения. Тогда кольцевое течение разгоняется пограничным слоем на цилиндре и слоем смешения, а тормозится пограничным слоем у внешнего контура ячейки. При этом возможен отрыв пограничных слоев как на цилиндре, так и на внешнем контуре ячейки. Отсосом можно воздействовать на эти пограничные слои с целью обеспечения их безотрывности, а также на условия срачивания их с невязким предельным течением, построенным по предложенной методике.

Принципиальная возможность расчета показана на модели ламинарного пограничного слоя для вихревой ячейки без центрального тела [3].

Заключение. Результаты расчетов показали, что подбором формы ячейки и вращающегося цилиндра внутри нее в принципе можно создать в слое смешения необходимый градиент давления. При этом слой смешения может быть уже не столь малым. Дальнейшее его увеличение для совмещения с линией тока кольцевого течения (из построенного здесь семейства) потребует изменения формы контура крылового профиля посредством решения обратной задачи обтекания.

Работа проводилась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01-290).

Автор выражает благодарность С.И. Чернышенко за ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шукин Л.Н., Шибанов А.П., Шукин И.Л. и др. Способ управления пограничным слоем на аэродинамической поверхности летательного аппарата: Патент № 2015941 РФ // Б.И. 1991. № 13. С. 71.
2. Buniyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. Inviscid Batchelor – model flow past an airfoil with a vortex trapped in a cavity // J. Fluid Mech. 1996. V. 323. P. 367–376.
3. Buniyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. High – Reynolds – number Batchelor – model asymptotics of a flow past an aerofoil with a vortex trapped in a cavity // J. Fluid Mech. 1998. V. 358. P. 283–297.
4. Буныкин А.В. Ламинарный пограничный слой при обтекании крылового профиля с круговой выемкой // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 2. С. 52–57.
5. Kuethe A.M., Chow C.Y. Foundations of Aerodynamics. Bases of Aerodynamic Design. N.Y.: Willey, 1986. 555 p.
6. Абришкин А.А., Якубович Е.И. Обтекание неоднородностей плоской поверхности с образованием присоединенного вихря // ПМТФ. 1998. № 5. С. 81–84.