МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 4 • 2001

УДК 532.517.4

© 2001 г. Б.Г. НОВИКОВ

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННАЯ МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ СЛЕДОВ ЗА ТЕЛАМИ С ДВИЖИТЕЛЕМ

Исследованы закономерности развития турбулентных следов за телами без движителей и с движителями. Установлено, что потоки, генерируемые корпусом тела и движителем, сохраняют свою индивидуальность на больших расстояниях от тела, интерферируя между собой. Показано, что функция, являющаяся суммой решений для двух автомодельных импульсных следов, хорошо аппроксимирует результаты измерений полей дефицита скорости и рейнольдсовых напряжений в следах за телами с движителем. Анализируется возможность надежной экстраполяции результатов аппроксимации лабораторных данных на большие числа Рейнольдса и большие расстояния от тела.

В ряде случаев представляет интерес надежное предсказание характеристик гидродинамических следов за телами как без движителя, так и с движителем для натурных значений чисел Re на больших расстояниях от генерирующего след тела, недоступных для лабораторных исследований. Известны автомодельные решения в линейном и нелинейном приближениях для следов за телами без движителя и с движителем [1–8]. Известно, что характеристики поля дефицита скорости за телами без движителя уже на расстоянии 10–20 диаметров (калибров) тела удовлетворяют всем требованиям автомодельности.

Это замечательное свойство следов за телами без движителя позволяет надежно экстраполировать результаты лабораторных экспериментов на большие расстояния от тела при условии, что и в эксперименте, и в натурных условиях гарантируется в следах развитое турбулентное течение. Однако выявленные экспериментально закономерности развития следов за телами с движителями [7–11] сильно отличаются как от теоретических предсказаний, так и между собой. Одной из причин этих различий является то, что по крайней мере в лабораторных условиях невозможно обеспечить строго безымпульсное течение в следе. Но только этой причиной невозможно объяснить имеющиеся расхождения.

Целью настоящей работы является выяснение основных причин указанных выше расхождений и формулирование модели, достоверно описывающей характер развития следов за телами с движителем и обеспечивающей экстраполяцию результатов эксперимента на большие расстояния от тела, генерирующего след.

1. Автомодельность следов. В работе используется определение автомодельности, согласно которому все характеристики течения (поля дефицита скорости $u(x, r)$, пульсаций скорости $u'(x, r)$, рейнольдсовых напряжений $\langle u'v'\rangle(x, r)$, кинетической энергии $k(x, r)$, диссипации энергии $\varepsilon(x, r)$, турбулентной вязкости $\nu_t(x, r)$ и т.д.) определяются функциями с разделяющимися переменными, зависящими только от одной пары масштабов, например от дефицита скорости на оси $u(x, 0)$ и характерной ширины этого поля $\delta(x)$

$$u(x,r)=u(x-x_0,0)f(\eta),\quad u'(x,r)=u(x-x_0',0)g(\eta)$$

$$\langle u'v'\rangle(x,r)=u^2(x-x_0,0)h(\eta),\quad k(x,r)=u^2(x-x_0',0)e(\eta) \qquad (1.1)$$

$$\varepsilon(x,r)=\frac{u^3(x-x_0',0)}{\delta(x-x_0')}\varepsilon_t(\eta), \quad \eta=\frac{r}{\delta(x-x_0)}$$

$$\nu_t(x,r)=u(x-x_0,0)\delta(x-x_0)\nu_t(\eta), \quad \eta=\frac{r}{\delta(x-x_0')}$$

Искомые решения (1.1) удовлетворяют линеаризованным уравнениям движения и имеют вид

$$u(x,0)=\frac{a}{S}(x-x_0)^{-B/S}\delta(x)=a(x-x_0)^{(S-B)/S} \tag{1.2}$$

$$u'(x,0)=\frac{a'}{S'}(x-x_0')^{-B/S}\delta'(x)=a'(x-x_0')^{(S-B)/S} \tag{1.3}$$

$$f_n(\eta)=\exp\left(\frac{\eta^4}{4}\right)\left(1+\sum_{m=1}^{n-1}\frac{(n-1)!(-\eta^4/2)^m}{m!(2m-1)!(n-m-1)!}\right) \tag{1.4}$$

если $h(\eta)=-f'(\eta)/(\eta \operatorname{Re} t)$ и $B/(S-B)=2(2n-1)$, или

$$f(\eta)=\exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right)\left[1+\sum_{m=1}^{n-1}\frac{(n-1)!(-\eta^2/2)^m}{(m!)^2(n-m-1)!}\right] \tag{1.5}$$

если $h(\eta)=-f'(\eta)/\mathrm{Re}_t$ и $B/(S-B)=2n$, где n – любое целое положительное число, только при выполнении условий автомодельности. Эти условия соответственно в дифференциальной (1.6), (1.7) и алгебраической (1.8), (1.9) форме имеют вид

$$\frac{U_\infty}{u(x,0)}\frac{d\delta(x)}{dx}=S-B=\text{const}, \quad \frac{\delta(x)}{u^2(x,0)}\frac{du(x,0)}{dx}=-B=\text{const} \tag{1.6}$$

$$\frac{U_\infty}{u'(x,0)}\frac{d\delta'(x)}{dx}=S'-B'=\text{const}, \quad \frac{\delta'(x)}{u'^2(x,0)}\frac{du'(x,0)}{dx}=-B'=\text{const} \tag{1.7}$$

$$s(x)=\frac{U_\infty\delta(x)}{u(x,0)}=S(x-x_0)=\text{const}, \quad u(x-x_0,0)\delta(x-x_0)^{B/(S-B)}=\text{const} \tag{1.8}$$

$$s'(x)=\frac{U_\infty\delta'(x)}{u'(x,0)}=S'(x-x_0')=\text{const}, \quad u'(x-x_0',0)\delta'(x-x_0')^{B'/(S'-B')}=\text{const} \tag{1.9}$$

Что касается правомерности использования в (1.2)–(1.9) линейной теории, то уже на расстоянии около пяти калибров от тела все скорости в следе много меньше скорости потока. Осесимметричные следы в свою очередь уникальны в том плане, что значения локальных чисел Рейнольдса $\mathrm{Re}_t = u(x,0)\delta(x)/\nu$ с увеличением дальности быстро стремятся к нулю, а доля вязких сил в общих напряжениях нарастает. Поэтому, с одной стороны, если автомодельность осесимметричных следов и реализуется, то область ее существования ограничена не только снизу областью ее формирования, но и сверху – областью вязкого вырождения турбулентности. Для обеспечения достаточно протяженной области автомодельного течения необходимо обеспечить достаточно большие начальные значения локальных чисел Re. С другой стороны, если с увеличением расстояния от тела нелинейные эффекты и нарастают, то очень медленно, и вихревые структуры, генерируемые телом, движителем и следом, при достаточно больших текущих числах Re сохраняют свою индивидуальность на больших расстояниях от тела.

Измеренные в [3, 4, 12] профили дефицита скорости за очень плохо обтекаемыми телами без движителя хорошо аппроксимируются решением (1.4) при $n = 1$, а измеренные профили за остальными телами – решением (1.5) при $n = 1$. Первое условие автомодельности в (1.8), полученное и использованное в [12] при анализе экспериментальных данных, и первое условие в (1.9) позволяют достоверно определять значения виртуальных начал координат x_0 и x_0' и параметров автомодельности S и S', которые оказались сильно зависящими от формы испытуемого тела.

Вторые условия в (1.8), (1.9) позволяют надежно определять значения показателей степени в (1.2), (1.3) независимо от выбора значений виртуальных начал координат. При аппроксимации экспериментальных данных степенными функциями сравнительно небольшие погрешности в определении значений виртуальных начал координат приводят при $x < 100d$ к существенным погрешностям в определении показателей степени. Условия автомодельности (1.6) в дифференциальной форме опубликованы в [13].

Результаты экспериментальных исследований автомодельных гидродинамических следов, удовлетворяющие (1.2)–(1.9), должны обеспечивать надежную экстраполяцию данных на большие расстояния от тела при условии, что всюду в пределах этих расстояний в следе обеспечивается развитое турбулентное течение, а нелинейные процессы еще заметно не проявились.

2. Неуниверсальность характеристик автомодельных следов. Универсальность характеристик следа возможна, если существует единственный механизм генерации поля дефицита скорости, а турбулентность генерируется только полем дефицита скорости. Но поля дефицита скорости в следах генерируются как чисто вязкими силами, так и вихревыми структурами, генерируемыми корпусом, а при наличии – и движителем. Примером первого механизма является ламинарный след за ламинарно обтекаемой пластиной. Примером второго механизма является поле дефицита скорости вихревой дорожки Кармана.

В свою очередь турбулентность в следе генерируется как полем дефицита скорости, так и корпусом тела и движителем. Соотношение этих слагаемых зависит от формы тела. В ламинарном и турбулентном пограничных слоях хорошо обтекаемых тел более 80% буксировочной мощности преобразуется в кинетическую энергию турбулентного движения и в тепло и менее 20% буксировочной мощности – в кинетическую энергию поля дефицита скорости. Таким образом, естественно ожидать, что в следе суммарная интенсивность турбулентности может значительно превышать интенсивность турбулентности, генерируемой непосредственно полем дефицита скорости.

Влияние формы тела на турбулентные поля выявлено в [14]. В [3, 4] показано, что во всех экспериментальных исследованиях следов за телами без движителя значения виртуальных начал координат поля дефицита скорости и рейнольдсовых напряжений совпадают между собой, но заметно отличаются от значений виртуального начала координат всех трех компонент пульсаций скорости. В результате такого "сдвига" полей отношения $u(x, 0)/u'(x, 0)$ приближаются к константе там, где разностью значений виртуальных начал координат по сравнению с дальностью следа можно пренебречь, т.е. начиная с расстояний порядка 100 калибров.

Влияние формы тела на все характеристики автомодельных следов за телами без движителя столь велико, что по набору параметров автомодельного следа можно определить, какому из исследованных тел принадлежит данный след, как давно и с какой скоростью тело прошло через исследуемую область потока и каков характерный размер тела.

3. Следы за телами с движителем. Естественно было ожидать, что все сказанное выше о следах за телами без движителя должно быть справедливым и для следов, формирующихся за телами с движителем. Но, как правило, и в эксперименте, и в естественных условиях реализовать строго безымпульсный след за телами с движителем очень трудно, если вообще возможно. Следы за телами с движителем с интегральным импульсом в 5% и меньше в [5–11] принято считать безымпульсными.

Таблица 1

d	$-k$	x_0	ε	d_1	m	x_1	ε	Литература
4,1	2,0	1,1	0,29	0,66	0,95	1,2	0,122	
				0,79	1	0,83	0,122	[9]
1,6	2	1,9	0,63	0,605	0,95	0,09	0,014	[11]
0,665	1	0,12	0,042	–	–	–	–	[10]
				u: 0,92	0,75	0,86	0,038	
0,37	1	1,3	0,033	δ: 0,41	0,27	0,86	0,017	[8]
				u: 0,55	0,68	3,8	0,100	
0,62	0,9	1,58	0,056	δ: 0,3	0,29	3,8	0,044	[8]
				u: 0,18	0,57	0,7	0,120	
0,67	1,1	0,8	0,047	δ: 0,33	0,33	0,7	0,047	[8]

Но если при наличии даже очень малой разности полного сопротивления и упора и формируется в следе течение, удовлетворяющее условиям (1.1)–(1.9) при $n > 1$, то на больших расстояниях от тела в силу теоремы о сохранении импульса вклад импульсной составляющей в формирование профиля дефицита скорости должен стать определяющим. В этом случае заведомо исключается возможность использования решений (1.2)–(1.5) для экстраполяции лабораторных результатов на большие расстояния от генерирующего след тела.

Качественно именно так и развивается поле дефицита скорости в исследованном в [9] следе за диском с реактивной струей. В [9] остаточный импульс в следе за диском со струей в 100 раз меньше импульса в следе за диском без струи. В диапазоне расстояний от тела $5d \leqslant x \leqslant 25d$ профили дефицита скорости сохраняются подобными и аппроксимируются решением (1.5) при $n = 3$. При $x > 25d$ подобие профилей нарушается так, что при $x = 50d$ профиль дефицита скорости становится знакопостоянным, что характерно именно для импульсного следа. Поля дефицита скорости и пульсаций скорости развиваются по разным законам, а именно значения дефицита скорости на оси уменьшаются как x^{-2}, а значения пульсаций скорости на оси – как x^{-1}, если их аппроксимировать степенными функциями.

В [5] воспроизведена бóльшая часть экспериментальной информации [9], обобщено понятие автомодельности, допускающее развитие полей дефицита скорости и пульсаций скорости по разным степенным законам, все результаты измерений профилей дефицита скорости при $x > 25d$ признаны ошибочными, а течение в следе при $x < 25d$ автомодельным. Оригинальные модели обобщенной автомодельности предложены также в [6–8].

Результаты исследований следа за сферой с реактивной струей в [11] качественно, а в чем-то и количественно близки к результатам [9]. В [10] и в воспроизведенных в [8] результатах исследований Грена, Линя и Пао и Свенсона следов за телами с движителем получены качественно иные закономерности развития следа, чем в [9, 11]. В [10] вообще не выявлено подобия профиля дефицита скорости в следах за торпедообразными телами как с винтовым движителем, так и с реактивной кольцевой струей. Более того, в [10] уже при $x = 40d$ в следе за телом с кольцевой струей профиль дефицита совпал по форме с профилем дефицита скорости автомодельного импульсного следа $f(\eta) \approx \exp(-\eta^2)$.

В табл. 1 приведены результаты аппроксимации степенными функциями значений дефицита скорости $u(x, 0) = d(x - x_0)^{-k}$ и пульсаций скорости $u'(x, 0) = d_1(x - x_1)^{-m}$ на оси для данных [8–11]. Качество аппроксимации оценивается среднеквадратичным относительным отклонением ε измеренных значений u_i от аппроксимируемых значений $u(x_i, 0)$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(1-\frac{u(x_i,0)}{u_i}\right)^2}$$

В первой строке колонки пульсаций скорости для данных [9] показано влияние выбора значений виртуального начала координат на значения показателя степени при аппроксимации степенными функциями. В строках 5–7 приведены результаты аппроксимации для масштабов скорости u и масштабов длины δ.

4. Интерференция импульсных следов. Автомодельные следы, согласно (1.2), (1.3), генерируются точечными излучателями. Теория точечных излучателей (мультиполей) детально изучена в гидродинамике невязких сред и в акустике. Течения, генерируемые точечными излучателями, имеют ряд важных особенностей. Во всех случаях имеет место бесконечная последовательность частных решений (мультиполей), соответствующих целому положительному значению некоторого параметра n (сравни (1.4), (1.5)).

В невязкой среде и в гидродинамике, и в акустике два монополя при слиянии преобразуются в диполь, но только в том случае, если их интенсивности равны по величине, имеют разные знаки и нарастают обратно пропорционально расстоянию между монополями. В противном случае в широкой окрестности монополей необходимо учитывать и их интенсивность, и их точное расположение в пространстве.

Аналогично два импульсных профиля при $n = 1$ в (1.5) при слиянии дают профиль (1.5) при $n = 2$, но только в том случае, если исходные профили зеркально-симметричны, а значения дефицита скорости на оси при слиянии нарастают обратно пропорционально расстоянию между виртуальными началами координат.

Однако как в гидродинамике и акустике, так и в автомодельных следах в реальных условиях подобные предельные переходы заведомо невозможны. В следах за телами без движителя значения виртуальных начал координат для поля дефицита скорости и поля пульсаций скорости заметно различаются. Что касается следов за телами с движителем, то обводы корпуса и движителя сильно различаются по форме и разнесены в пространстве. Поэтому и значения виртуальных начал координат, и значения дефицита скорости на оси, и поперечные размеры следов, генерируемых корпусом и движителем, должны существенно различаться между собой.

Хорошо обтекаемые тела и центральные реактивные струи генерируют сравнительно узкие следы, тогда как плохо обтекаемые тела и винты, далеко выступающие за пределы пограничного слоя, генерируют широкие следы. Даже при строгом равенстве упора и сопротивления, как правило, невозможно обеспечить зеркальную симметрию профилей дефицита скорости. В большинстве случаев невозможно обеспечить и строгое равенство упора и полного сопротивления.

В лабораторном эксперименте невозможно даже точно измерить сопротивление корпуса и упор движителя. Пока нет надежной методики точного определения полного сопротивления корпуса и упора движителя при движении с работающим движителем. Корпус и движитель, сильно различаясь по форме, генерируют разные вихревые структуры. В следе все скорости в вихревых структурах много меньше скорости потока и с увеличением расстояния от тела они продолжают быстро уменьшаться. Поэтому вихревые структуры за телами с движителем так же, как и в следах за телами без движителя, сохраняют свою индивидуальность на больших расстояниях от тела, линейно взаимодействуя (интерферируя) между собой.

В связи со всем сказанным естественно ожидать, что следы за телами с движителем в широком диапазоне расстояний от тела представляют собой результат взаимодействия (интерференции) по крайней мере двух импульсных следов, генерируемых соответственно корпусом и движителем и в общем случае имеющих разные значения импульса, разные значения дефицита скорости на оси и разные значения виртуальных начал координат.

В линейном приближении решение, учитывающее такое взаимодействие, может быть представлено в виде суммы соответствующих решений для импульсных следов. Поля дефицита скорости импульсных следов уже на расстоянии 10–20 калибров тела в зависимости от его формы удовлетворяют всем условиям автомодельного развития (1.2)–(1.7). Поэтому уже при $x/d > 10$–20 искомое решение может быть представлено в виде суммы двух решений для автомодельных импульсных следов

$$u(x,r)=\sum_{i=1}^{2} a_i(x-C_i)^{-2/3}\exp\left[-\left(\frac{b_i r}{(x-C_i)^{1/3}}\right)^2\right] \tag{4.1}$$

При малой относительной разности виртуальных начал координат $x_0/x=(C_2-C_1)/x$, малой относительной разности значений дефицита скорости на оси следа α и малой относительной величине суммарного импульса β приближенное выражение для (4.1) принимает вид

$$u(x,\eta)\approx ax^{-2/3}\exp(-\eta^2)\left[\left(\alpha+\frac{2x_0}{3x}\right)(1-\eta^2)+\beta\eta^2\right] \tag{4.2}$$

Решение (4.2) является функцией с разделяющимися переменными в двух случаях: либо для строго безымпульсного суммарного потока при $\beta=0$, $\alpha=0$ и $x_0\neq 0$, когда поле дефицита скорости затухает всюду как $x^{-5/3}$, а его профили совпадают по форме с профилем (1.5) при $n=2$, либо при совпадении виртуальных начал координат ($x_0=0$), когда поле дефицита скорости затухает всюду как $x^{-2/3}$, а форма профиля

$$f(\eta)\approx\exp(-\eta^2)[1-(1-\beta/\alpha)\eta^2] \tag{4.3}$$

зависит от значения параметра β/α. При малых, но отличных от нуля α, β и x_0/x приближенное решение (4.2) прогнозирует подобие профилей дефицита скорости в дальней области при $x \gg x_0/\alpha$, когда расстоянием между виртуальными началами координат можно пренебречь. При этом параметр β/α влияет на асимптотическую форму профиля дефицита скорости.

При отличных от нуля α, β и x_0/x в ближней области возможно большое разнообразие зависимостей $u(x, 0)$ и форм профилей дефицита скорости. В частности, если $\beta=0$, α и x_0 имеют разные знаки и $|x_0|>|\alpha|$, то при $x\approx -2x_0/3\alpha$ значения дефицита скорости на оси $u(x, 0)$ должны изменять свой знак. Если рассматривать такие следы только при $x<-2x_0/3\alpha$, как, например, в [11], то обращение в нуль значения дефицита скорости на оси может создать впечатление того, что поле дефицита скорости вообще исчезает.

При $x>-2x_0/3\alpha$ с увеличением расстояния x от тела решение (4.1) прогнозирует сначала нарастание по величине отрицательных значений дефицита скорости на оси, а затем их монотонное стремление к нулю. В дальней области при $\alpha\neq 0$ и $\beta\neq 0$ решение (4.1) прогнозирует затухание всех следов за телами с движителем как $x^{-2/3}$ с асимптотическим профилем дефицита скорости (4.3), а не (1.5) при $n=1$.

5. Результаты аппроксимации экспериментальных данных. Если течения в следах за телами с движителем развиваются так, как предсказывает решение (4.1), то это решение должно не только хорошо аппроксимировать результаты модельных экспериментов по следам за телами с движителем внутри исследованного диапазона дальности, но и обеспечивать их надежную экстраполяцию на большие расстояния от тела при условии сохранения всюду развитого турбулентного течения.

Для определения коэффициентов аппроксимирующей функции (4.1) достаточно измерить значения дефицита скорости на оси по крайней мере в четырех сечениях

Таблица 2

$-a_1$	b_1	C_1	a_2	b_2	C_2	β	ε	α	Литература
1,60	4,4	−1,68	1,53	4,3	1,74	0,016	0,063	0,047	[9]
5,58	4,3	−2	5,36	4,11	−0,6	0,003	0,01	0,04	[11]
2,52	−5,9	−3	2,65	7,4	−1,5	0,16	0,02	0,053	[10]
1	0	−2,02	1,08	0	0	–	0,028	–	[8]
2,87	0	−14,8	2,99	0	−9,8	–	0,037	–	[8]
1,05	0	−2,5	1,18	0	−0,23	–	0,086	–	[8]

и профиль дефицита скорости в одном сечении. Однако, учитывая неизбежные погрешности измерений, желательно экспериментально исследовать профили дефицита скорости в максимально протяженной области следа и в большом числе его сечений.

В табл. 2 приведены результаты аппроксимации решением (4.1) тех же экспериментальных данных, что и в табл. 1. Здесь же приведены прогнозируемые формулой (4.1) относительные значения остаточного импульса β, разности дефицита скорости на оси α и значения виртуальных начал координат C_1 и C_2 следов, генерируемых корпусом и движителем.

Наибольшее отклонение результатов аппроксимации решением (4.1) от результатов измерений поля дефицита скорости имеет место в ближайшем следе при $x/d \leqslant 5$. Для всех экспериментов, кроме данных Свенсона (последняя строка в табл. 1, 2), среднеквадратичное относительное отклонение ε результатов аппроксимации функцией (4.1) в табл. 2 от результатов измерений [8–11] значительно меньше, чем при аппроксимации степенной функцией в табл. 1. При этом степенные функции аппроксимируют только масштабы скорости и длины, тогда как решение (4.1) аппроксимирует все двухмерное поле дефицита скорости.

В частности, для данных [9] при $5 \leqslant x/d \leqslant 25$ и в решении (4.1), и в эксперименте профили дефицита скорости подобны. При $25 \leqslant x/d \leqslant 50$ их форма деформируется так, что при $x \approx 50d$ дефицит скорости становится всюду отрицательным. При $x > 50d$ экспериментальных данных нет. Решение (4.1) для [9] прогнозирует достижение максимальной отрицательной величины дефицита скорости при $x \approx 110d$ и последующее его стремление к нулю.

Для данных [11] при $2 \leqslant x/d \leqslant 15$ и в решении (4.1), и в эксперименте профили дефицита скорости сохраняются подобными. Для $x = 20$ в [11] приведено только значение дефицита скорости на оси, но нет данных для профиля. Решение (4.1) прогнозирует изменение знака дефицита скорости при $x \approx 21d$ и достижение отрицательного экстремума при $x \approx 65d$.

Асимптотические профили дефицита скорости, согласно (4.1), в [9, 11] должны сформироваться на расстояниях $x \approx 60d$ и $80d$ от тела. При $x > 600d$ прогнозируется затухание обоих полей дефицита скорости по степенному закону $x^{-2/3}$. Для данных [10] решение (4.1) описывает, в согласии с измерениями, монотонное изменение формы профиля дефицита скорости и прогнозирует в дальнейшем монотонное формирование асимптотического профиля.

Столь сильное различие процессов формирования следа за телами с движителем [8–11] вызвано тем, что в [9, 11] знаки параметров α и x_0 различны, тогда как в [10] они совпадают. Таким образом, аномально быстрое уменьшение значений дефицита скорости на оси при $x < 50d$ и $x < 20d$ в экспериментах [9, 11] вызвано не вырождением следа, а изменением знака дефицита скорости на оси при $x \approx 50d$ и $21d$ соответственно.

Важным свойством решения (4.1) является также то, что оно позволяет определить полное сопротивление корпуса и упор движителя при наличии их взаимного влияния. Обычно используются данные по сопротивлению для корпуса без движителя, а данные по упору – для движителя без корпуса в однородном потоке. Далее по фактически потребляемой комплексом движитель-корпус мощности определяется коэффициент их взаимодействия. Взаимное влияние корпуса на упор движителя и движителя на сопротивление корпуса, как правило, весьма существенное.

При использовании модели турбулентности Прандтля для свободных турбулентных потоков

$$\langle u'v'\rangle(x,r) = \mathrm{const}\frac{\partial}{\partial r}u(x,r) \tag{5.1}$$

формула (5.1) обеспечивает хорошую аппроксимацию измеренных в [9, 10] профилей рейнольдсовых напряжений. Приведенные в [11] табличные данные для максимальных значений рейнольдсовых напряжений плохо согласуются с прогнозируемыми формулой (5.1) значениями.

6. О взаимодействии поля дефицита скорости и турбулентного поля. В [9, 11] профили пульсаций скорости при $5d \leqslant x \leqslant 100d$ подобны. Построенные по результатам измерений функции автомодельности $s'(x) = U_\infty\delta'(x)/u'(x,0)$ представляют собой ломаные, прямолинейные отрезки которых соответствуют отрезкам оси x: $5d < x < 20d$, $20d < x < 60d$ и $60d < x < 100d$. На каждом из них масштабы пульсаций скорости $v'(x) = u'(x,0)$ и длины $\delta'(x)$ аппроксимируются степенными функциями.

Для данных [9]: $v_1'(x) = 0{,}31(x - 2{,}42)^{-2/3}$, $\delta_1'(x) = 0{,}46(x - 2{,}42)^{1/3}$($\varepsilon_{ui} = 0{,}036$, $\varepsilon_{ir} = 0{,}031$); $v_2'(x) = 0{,}32(x - 8{,}6)^{-0{,}8}$, $\delta_2'(x) = 0{,}75(x - 8{,}6)^{0{,}2}$ ($\varepsilon_{u2} = 0{,}021$, $\varepsilon_{r2} = 0{,}015$) и $v_3'(x) = 0{,}17(x - 18{,}1)^{-2/3}$, $\delta_3'(x) = 0{,}5(x - 18{,}1)^{1/3}$ ($\varepsilon_{u3} = 0{,}002$, $\varepsilon_{r3} = 0{,}007$). Для данных [11]: $v_1'(x) = 0{,}235(x - 3{,}54)^{-2/3}$, $\delta_1'(x) = 0{,}397(x - 3{,}54)^{1/3}$ ($\varepsilon_{ui} = 0{,}013$, $\varepsilon_{ri} = 0{,}03$); $v_2'(x) = 0{,}183(x - 8{,}017)^{-2/3}$, $\delta_2'(x) = 0{,}432(x - 8{,}017)^{1/3}$ ($\varepsilon_{u2} = 0{,}012$, $\varepsilon_{r2} = 0{,}017$) и $v_3'(x) = 0{,}143(x - 20{,}06)^{-2/3}$, $\delta_3'(x) = 0{,}469(x - 3{,}54)^{1/3}$ ($\varepsilon_{u3} = 0{,}001$, $\varepsilon_{r3} = 0{,}013$).

На каждом из этих отрезков оси x, кроме среднего для [9], измеренные значения $u'(x,0)\delta'^2(x) \approx \mathrm{const}$ (второе условие автомодельности в (1.7) при $n = 2$). На отрезке $20d < x < 60d$ для [9] $u'(x,0)\delta'^4(x) \approx \mathrm{const}$, что в (1.7) соответствует $n = 3$. Здесь характерно, что измеренная в [9] и аппроксимированная решением (4.1) форма подобного профиля дефицита скорости соответствует решению (1.5) при $n = 3$, для которого $u(x, 0)\delta^4(x) = \mathrm{const}$. Измеренная в [11] и аппроксимированная решением (4.1) форма профиля дефицита скорости соответствует решению (1.5) при $n = 2$, для которого $u(x, 0)\delta^2(x) = \mathrm{const}$.

Таким образом, в [9, 11] просматривается четкая корреляция в характере развития полей дефицита скорости и полей пульсаций скорости на каждом из трех указанных отрезков оси x, где профили пульсации скорости подобны, а их масштабы скорости и длины удовлетворяют условиям автомодельности (1.7), (1.9), но с разными константами n, S' и x_0'.

Аналогичное ступенчатое развитие автомодельности поля пульсаций скорости ранее выявлено в [15] при анализе табличных данных [16] численных расчетов развития турбулентного пятна в линейно стратифицированной невозмущенной среде. В свою очередь ступенчатое развитие автомодельных режимов поля пульсаций скорости, пересчитанных по данным [16], коррелирует с полученным в [17] ступенчатым развитием вихревых структур вторичных течений турбулентного пятна, развивающегося при тех же условиях.

Заключение. При достаточно больших числах Рейнольдса стекающие в след вихревые структуры, генерируемые корпусом и движителем, сохраняют свою индивидуальность на весьма больших расстояниях от тела, практически линейно взаимодействуя между собой. Это свойство потоков за телами с движителем позволяет искать результирующее решение в виде суммы двух решений для импульсных потоков, генерируемых соответственно корпусом и движителем.

Поскольку экстраполирующей функцией является решение линеаризованного уравнения движения, то результаты аппроксимации можно надежно экстраполировать на экспериментально не исследованные области больших расстояний от тела при условии, что турбулентность в следе всюду остается развитой. Результаты такой экстраполяции сильно отличаются от результатов экстраполяции классической степенной функцией. Имеет место четкая корреляционная связь характеристик поля дефицита скорости и ступенчатым развитием поля пульсаций скорости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Birkhoff G., Zarantonello E.H.* Jets, Wakes, and Cavities. N.Y.: Acad. Press, 1957. = *Биркгоф Г., Сарантонелло Э.* Струи, следы и каверны. М.: Мир, 1964. 466 с.
2. *Корнеев А.И.* Гипотезы подобия в теории турбулентных спутных струй. М.: Наука, 1977. С. 97–102.
3. *Новиков Б.Г.* Автомодельность свободных турбулентных потоков // Пристенные и свободные турбулентные потоки. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН, 1988. С. 52–82.
4. *Новиков Б.Г., Федосенко В.Д., Мартыненко Л.Ф., Воеводина В.К.* Стереометрическое исследование дальних свободных турбулентных сдвиговых течений // Гидродинамика и акустика пристенных и свободных течений. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН, 1981. С. 5–12.
5. *Naudascher E.* Flow in the wake of self-propelled bodies and related sources of turbulence // J. Fluid Mech. 1965. V. 22. Pt 4. P. 625–656.
6. *Finson M.L.* Similarity behaviour of momentumless turbulent wakes // J. Fluid Mech. 1975. V. 71. Pt 3. P. 465–479.
7. *Городцов В.А.* Автомодельность и слабые замыкающие соотношения для симметричной свободной турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 1. С. 43–50.
8. *Hassid S.* Similarity and decay laws of momentumless wakes // Phys. Fluids. 1980. V. 23. № 2. P. 404–405.
9. *Ridjanovic M.* Wake with zero change of momentumless flux. Doct. Diss. State Univ. Iova, 1963. 77 p.
10. *Shetz J.A., Jakubowsky A.K.* Experimental studies of the turbulent wake behind self-propelled bodies // AIAA Journal. 1975. V. 13. № 12. P. 1568–1575.
11. *Алексенко Н.В., Костомаха В.А.* Экспериментальное исследование осесимметричного безымпульсного турбулентного струйного течения // ПМТФ. 1987. № 1. С. 65–69.
12. *Reichardt H., Ermshaus R.* Impuls und Wärmeübetragung in turbulenten Windschatten hinter Rotationskörpern // Intern. J. Head Mass Transfer. 1962. V. 5. № 3–4. P. 251–265.
13. *Гиневский Ф.С.* Теория турбулентных струй и следов. М.: Машиностроение, 1969. 397 с.
14. *Букреев В.И., Васильев О.Ф., Лыткин Ю.М.* О влиянии формы тела на характеристики автомодельного осесимметричного следа // Докл. АН СССР. 1972. Т. 207. № 4. С. 804–807.
15. *Борисов А.А., Новиков Б.Г.* Автомодельное развитие турбулентной области в стратифицированной среде // Гидродинамика турбулентных течений. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН, 1989. С. 87–96.
16. *Черных Г.Г.* О применении диффузионной модели к расчету характеристик турбулентности для больших значений времени в задаче об эволюции зоны турбулентного смешения в линейно стратифицированной среде // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1986. Т. 17. № 1. С. 130–143.
17. *Лыткин Ю.М., Черных Г.Г.* Подобие течения по плотностному числу Фруда и баланс энергии при эволюции зоны турбулентного смешения в стратифицированной среде // Математические проблемы механики сплошных сред. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1980. Вып. 47. С. 70–89.

Новосибирск

Поступила в редакцию
9.VIII.2000