

УДК 532.542.4

© 2001 г. В.В. МИХАЙЛОВ

### УТОЧНЕННАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРУБОПРОВОДОВ

Показано, что при развитом турбулентном течении в трубах коэффициент гидравлического сопротивления на режиме частичного проявления шероховатости существенным образом зависит от отношения эквивалентных гидравлической и геометрической шероховатостей. Предложено классифицировать типы шероховатости по величине этого отношения. Введение указанного параметра в расчетную формулу для коэффициента сопротивления существенно расширило область применимости расчетного метода к различным типам шероховатости.

Расчеты гидравлического сопротивления трубопроводов на режиме частичного проявления шероховатости проводятся с помощью тех или иных соотношений для коэффициента гидравлического сопротивления, следующих из интерполяционной формулы Колбрука – Уайта [1]. Эта формула в неявном виде связывает коэффициент сопротивления  $\lambda$  с величиной эквивалентной песочной шероховатости  $k_e$  и числом Рейнольдса  $Re_D$ , рассчитанным по внутреннему диаметру трубы  $D$  и средней скорости потока  $u$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,14 - 2 \lg \left[ \frac{k_e}{D} \left( 1 + \frac{3,3}{k_e^+} \right) \right] \quad (1)$$

$$k_e^+ = \frac{k_e Re_D}{D} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}, \quad \lambda = \frac{8\tau_w}{\rho u^2}$$

Здесь  $\rho$  – плотность,  $\tau_w$  – напряжение трения на внутритрубной поверхности,  $Re_D = \rho u D / \mu$ ,  $\mu$  – коэффициент вязкости.

Значение  $k_e$  соответствует размеру плотно упакованных на внутритрубной поверхности калиброванных зерен песка, обеспечивающих то же значение  $\lambda$ , что и реальная шероховатость при числе  $Re_D \rightarrow \infty$  ( $k_e^+ \rightarrow \infty$ ).

Формула (1) дает правильный результат в двух предельных случаях: при полном проявлении шероховатости ( $k_e^+ = \infty$ , формула Кармана) и для гидравлически гладкой поверхности ( $k_e^+ \rightarrow 0$ ), когда она переходит в хорошо обоснованную формулу Прандтля, которая следует из (1), если заменить сумму  $1 + 3,3/k_e^+$  на  $3,3/k_e^+$ . В промежуточном диапазоне соотношение (1) является интерполяционным и, согласно опытным данным, достаточно хорошо описывает лишь случай так называемой технической шероховатости.

Поясним сказанное на примере песочной шероховатости, у которой величины геометрической  $k_r$  и эквивалентной  $k_e$  шероховатостей равны. В этом случае, согласно [1], поверхность является гидравлически-гладкой при  $k_r^+ = k_e^+ \leq 5$ , т.е. в указанном

диапазоне применима формула Прандтля. Выберем  $k^+ = 5$ . Тогда по формуле Прандтля и формуле (1) будем соответственно иметь

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,14 - 2 \lg \left( 0,66 \frac{k_e}{D} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,14 - 2 \lg \left( 1,66 \frac{k_e}{D} \right).$$

Относительная ошибка  $\epsilon$  в значении  $\lambda$ , даваемая последним соотношением (если пренебречь  $\epsilon^2$ ), приближенно равна  $1,6\sqrt{\lambda}$ . При  $Re_D \approx 10^7$  (магистральные газопроводы)  $\lambda \geq 0,01$ , формула (1) завышает значения  $\lambda$  на границе области проявления шероховатости на величину  $\epsilon \geq 16\%$ .

Само понятие технической шероховатости является весьма расплывчатым и может быть качественно определено как шероховатость из достаточно уединенных неровностей. Естественно, что реальные шероховатости по крайней мере заполняют весь диапазон шероховатостей от технической до песочной.

Исходя из сказанного, предлагается классифицировать виды шероховатости путем введения параметра  $\alpha = k_e/k_r$ , где  $k_r$  – некоторая средняя геометрическая шероховатость, не зависящая от плотности расположения неровностей. В этом случае для песочной шероховатости  $\alpha = 1$ , для технической  $\alpha \approx 0$ .

При этом переход к гидравлически-гладкой поверхности должен определяться не достаточно малой величиной  $k_e^+$ , а достаточно малым значением  $k_r^+ = k_e^+ / \alpha$ . Иначе говоря, влияние шероховатости должно проявляться при все меньших значениях  $Re_D$ , если  $\alpha$  уменьшается, т.е. соотношение для  $\lambda$  должно зависеть от  $\alpha$ .

Естественно, что введение тем или иным способом параметра  $\alpha$  в соотношение (1) должно удовлетворять условию хорошей аппроксимации случаев технической ( $\alpha = 0$ ) и песочной ( $\alpha = 1$ ) шероховатостей. Указанные требования обеспечивает следующее выражение:

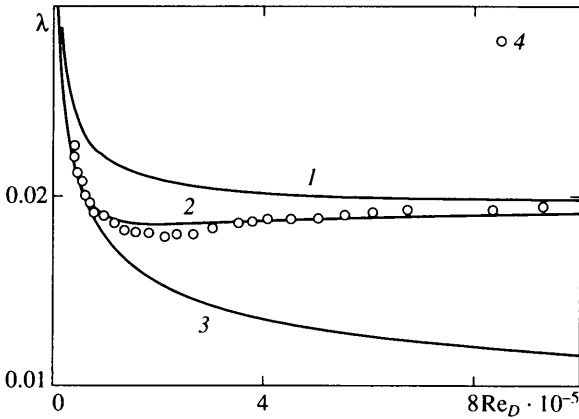
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,14 - 2 \lg \left\{ \frac{k_e}{D} \left[ \exp \left( -\frac{\sigma \alpha}{k_e^+} \right) + \frac{3,3}{k_e^+} \right] \right\} \quad (2)$$

Значение  $\sigma$  должно быть выбрано из условия удовлетворительной аппроксимации результатов эксперимента, например для случая песочной шероховатости. Рекомендованное значение  $\sigma = 7,5$ .

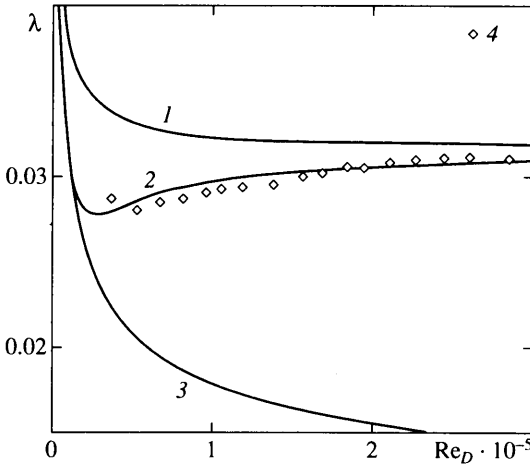
На фиг. 1 дано сравнение результатов расчета по формулам (1), (2) (кривые 1, 2) с опытными данными Никурадзе [1] для случая песочной шероховатости ( $\alpha = 1$ ). Здесь же показано значение  $\lambda$  для гидравлически-гладкой поверхности (кривая 3), вычисленное по формулам (1) и (2) при  $k_e^+ = 0$ .

На фиг. 2 дано аналогичное сравнение с результатами эксперимента ЦАГИ, проведенного Ю.А. Лашковым, Н.В. Самойловой и А.А. Успенским. Испытывалась поверхность с равновысокими неровностями в виде сферических сегментов. Значение  $k_e/D = 5,80 \cdot 10^{-3}$  подобрано с помощью данных эксперимента при  $Re_D = 3 \cdot 10^5$ . Значение  $\alpha = k_e/k_r = 1,25$  рассчитано по известной величине  $k_r/D = 4,65 \cdot 10^{-3}$ . Из фиг. 1, 2 видны очевидные преимущества применения (2) по сравнению с (1).

Из структуры формулы (2) следует, что зависимость  $\lambda$  от  $Re_D$  может иметь локальный минимум при определенном значении  $k_e^+$ , если параметр  $\alpha$  достаточно велик. Это значение  $k_e^+$  определяется следующей зависимостью:  $k_e^+ = \sigma \alpha / \ln(\sigma \alpha / 3,3)$ . Для



Фиг. 1. Зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса: 1 – расчет по формуле (1) при  $k_e/D = 9,85 \cdot 10^{-4}$ ; 2 – по формуле (2) при  $k_e/D = 9,85 \cdot 10^{-4}$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\sigma = 7,5$ ; 3 – по формуле Прандтля при  $k_e/D = 0$ ; 4 – экспериментальные данные при  $k_e/D = 9,85 \cdot 10^{-4}$ ,  $\alpha = 1$



Фиг. 2. Зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса: 1 – расчет по формуле (1) при  $k_e/D = 5,8 \cdot 10^{-3}$ ; 2 – по формуле (2) при  $k_e/D = 5,8 \cdot 10^{-3}$ ,  $\alpha = 1,25$ ,  $\sigma = 7,5$ ; 3 – по формуле Прандтля при  $k_e/D = 0$ ; 4 – экспериментальные данные при  $k_e/D = 5,8 \cdot 10^{-3}$ ,  $\alpha = 1,25$

$\sigma = 7,5$  локальный минимум существует при  $\alpha > 0,44$ . Указанная особенность должна учитываться при выборе оптимальных режимов работы трубопроводов, шероховатость которых существенно отличается от технической.

**Заключение.** Предлагаемая классификация шероховатых поверхностей и уточненная формула для коэффициента сопротивления трубы позволяют повысить точность расчета пропускной способности трубопроводов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.