

УДК 532.517.4:533.6.011.5

© 2001 г. А.Д. САВЕЛЬЕВ

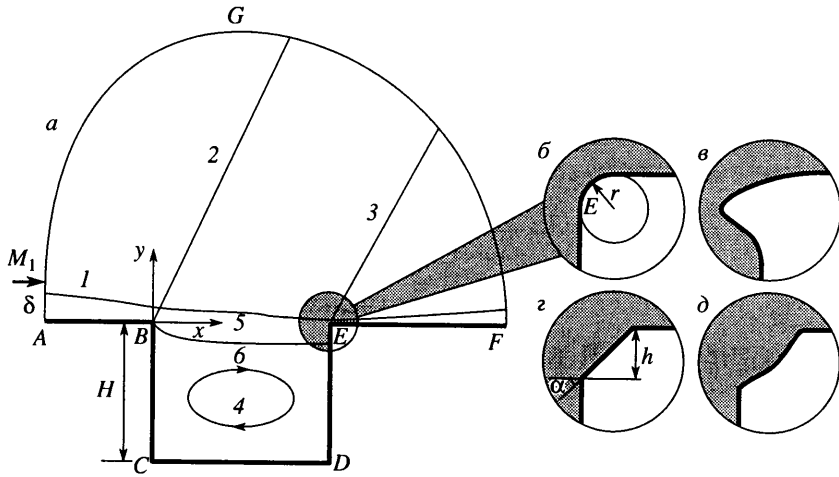
## О ВЛИЯНИИ ЗАДНЕЙ КРОМКИ КАВЕРНЫ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ ПУЛЬСАЦИЙ ПОТОКА

Численно смоделировано нестационарное обтекание плоской каверны сверхзвуковым потоком турбулентного газа. Решение определено совместным интегрированием уравнений Рейнольдса и двухпараметрической модели турбулентности с использованием закона стенки. Рассмотрены результаты расчетов, полученные при различных обводах задней кромки каверны. Продемонстрировано сильное влияние геометрии задней кромки на интенсивность пульсаций параметров течения. Определена форма поверхности, позволяющая значительно снизить эти колебания.

Возникновение нестационарного режима обтекания каверн стационарным набегающим потоком связано с проявлением неустойчивости турбулентного слоя смешения и конечности времени распространения возмущения в возвратно-циркуляционной зоне [1–3]. Флуктуации параметров течения определяются двумя различными физическими факторами: турбулентностью и волновыми процессами (акустическими колебаниями). Практический интерес к данной проблеме объясняется высоким уровнем возникающего акустического излучения, достигающего на трансзвуковых режимах более 150 дБ при частотах колебаний порядка 100 Гц [4]. Исследования особенно актуальны в случае установки в обтекаемой полости оборудования, на работоспособности которого пульсации течения сказываются крайне неблагоприятным образом. Изучение нестационарного обтекания каверн проводится не только экспериментально и теоретически [1], но все чаще путем численного решения уравнений движения сжимаемого газа [2–4].

При столь высокой интенсивности пульсаций потока естественно возникает вопрос о снижении их тем или иным способом. Акустическая составляющая колебаний является в основном детерминированной и определяется параметрами внешнего течения и геометрией обтекаемой полости. Последнее обстоятельство может быть использовано для воздействия на характер течения газа в каверне. Во время численного исследования аэрооптических полей около приемного порта воздушной обсерватории [4] высказывалось предположение о возможном снижении амплитуды колебаний за счет размещения на задней кромке каверны выпуклого обтекателя. Позднее был проведен единичный расчет каверны подобной конфигурации, подтвердивший обоснованность сделанного предположения.

В данной работе исследуется нестационарное обтекание каверны при различных обводах ее задней кромки. Показывается, что именно неудачно заданная геометрия задней кромки, формирующая соответствующие условия присоединения потока к поверхности, ответственна за высокую интенсивность пульсирующего течения. Демонстрируется возможность существенного снижения амплитуды осцилляций параметров потока путем использования задней кромки каверны специально подобранной формы. Определяется конфигурация поверхности, при которой в рассмотренном режиме обтекания достигается снижение максимального в поле течения значения среднего (по периоду колебания) относительного отклонения давления более чем в 20 раз.



Фиг. 1. Схема течения (а) и рассмотренные варианты геометрических обводов задней кромки (б–д): 1 – пограничный слой, 2, 3 – волны возмущения, 4 – возвратно-циркуляционная зона, 5 – слой смещения, 6 – разделяющая линия тока

**1. Постановка задачи.** Рассматривается обтекание сверхзвуковым турбулентным потоком сжимаемого газа каверны, расположенной на плоской поверхности. Задача решается в двумерной постановке. При этом полагается, что эффекты, связанные с растеканием потока в поперечном направлении, не ведут к росту интенсивности пульсаций, по крайней мере в тех случаях, когда длина каверны меньше ее ширины.

Схема течения показана слева на фиг. 1, а в декартовой системе координат  $x, y$ . На плоскости  $AF$  расположена каверна с плоскими стенками  $BC, DE$  и дном  $CD$ . Кромки каверны в окрестностях точек  $B$  и  $E$  затуплены. Начало координат совпадает с точкой пересечения линий  $AF$  и  $BC$ . Набегающий поток с числом Маха внешнего невязкого течения  $M_1$  и толщиной пограничного слоя  $\delta$  движется в направлении координаты  $x$ . Турбулентный пограничный слой на поверхности отмечен 1. Около передней и задней кромок каверны образуются волны возмущения 2 и 3. Внутри каверны глубиной  $H$  формируется зона возвратно-циркуляционного течения 4, а на границе – слой смещения 5. Отрыв потока происходит в окрестности точки  $B$ , а присоединение – в окрестности  $E$ . Разделяющая линия тока отмечена 6.

Решение задачи определяется посредством численного интегрирования нестационарных двумерных уравнений Рейнольдса осредненного турбулентного течения. Обезразмеренные по параметрам набегающего потока и характерному линейному размеру, они имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + \sigma_{ij}) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho e u_j + u_i \sigma_{ij} - q_j) = 0$$

Здесь  $t$  и  $x_i$  – время и декартовы координаты,  $\rho, u_i, e = \gamma^{-1} h + 0,5 u_i u_i$  – усредненные среднemasовые плотность, компоненты вектора скорости и полная энергия,  $h$  – энтальпия,  $\gamma$  – отношение удельных теплоемкостей.

Тензор напряжений  $\sigma_{ij}$  и тепловой поток  $q_j$  представляются так

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} p - 2\mu \text{Re}^{-1} \left[ S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \delta_{ij}) \right] + \sigma_{ij}^t \quad q_j = \mu \text{Re}^{-1} \text{Pr}^{-1} \frac{\partial}{\partial x_j} h - q_j'$$

Тензор скоростей деформации  $S_{ij}$ , тензор рейнольдсовых напряжений  $\sigma'_{ij}$  и турбулентный тепловой поток  $q'_j$  имеют вид

$$S_{ij} = 0,5 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\sigma'_{ij} = \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - 2\mu_t \text{Re}^{-1} \left[ S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \delta_{ij}) \right]$$

$$q'_j = -\mu_t \text{Re}^{-1} \text{Pr}^{-1} \frac{\partial}{\partial x_j} h$$

Здесь  $p$  – давление,  $k$  – кинетическая энергия турбулентности,  $\mu$  и  $\mu_t$  – коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкостей,  $\text{Pr}$  и  $\text{Pr}_t$  – ламинарное и турбулентное числа Прандтля,  $\text{Re}$  – число Рейнольдса. По повторяющимся индексам  $i, j, k$  везде предполагается суммирование. Система уравнений дополняется уравнением состояния

$$p = \gamma^{-1} (\gamma - 1) \rho h$$

и зависимостью коэффициента молекулярной вязкости от энтальпии в виде формулы Сазерленда [5].

Расчет турбулентных параметров течения основан на решении уравнений дифференциальной двухпараметрической  $q$ - $\omega$ -модели турбулентности Кокли [6]

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho q) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j q) - \text{Re}^{-1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \text{Pr}_q^{-1} \mu_t) \frac{\partial q}{\partial x_j} \right] = H_q$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \omega) - \text{Re}^{-1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \text{Pr}_\omega^{-1} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] = H_\omega$$

$$H_q = 0,5 \rho q \left( C_\mu f S \omega^{-1} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} - \omega \right), \quad H_\omega = \rho \left[ C_1 \left( C_\mu S - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) - C_2 \omega^2 \right]$$

$$S = \left( S_{ij} - \frac{1}{3} D \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad D = \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \delta_{ij})$$

$$f = 1 - \exp \left( -\alpha \frac{\text{Re} \rho q^2}{\mu \omega} \right), \quad C_1 = 0,045 + 0,405 f$$

$$C_2 = 0,92, \quad \text{Pr}_q = 1, \quad \text{Pr}_\omega = 1,3, \quad C_\mu = 0,09, \quad \alpha = 0,0018$$

Коэффициент турбулентной вязкости определяется по формуле

$$\mu_t = \text{Re} C_\mu f \frac{\rho q^2}{\omega}$$

Здесь  $q$  – скорость турбулентности, определяемая как квадратный корень из кинетической энергии турбулентности  $k$ , а  $\omega$  – псевдочастота, являющаяся отношением скорости турбулентности  $q$  и внешнего масштаба турбулентности  $l$ .

За характерный линейный размер задачи принята глубина каверны  $H$ . Плотность нормализована по своему значению на бесконечности  $\rho_\infty$ , компоненты скорости  $u_i$  и скорость турбулентности  $q$  – по скорости  $u_\infty$ , энтальпия – по  $u_\infty^2$ , псевдочастота  $\omega$  – по

$u_\infty H^{-1}$ , коэффициенты молекулярной  $\mu$  и вихревой  $\mu_v$  вязкостей – по  $\mu_\infty$ . Координаты  $x_i$  отнесены к  $H$ , а время  $t$  – к  $Hu_\infty^{-1}$ .

При решении задачи используются следующие граничные условия. На участке  $AG$  открытой границы (см. фиг. 1, *a*) фиксируются значения плотности, компонент вектора скорости, энтальпии, скорости турбулентности и псевдочастоты, полученные при решении задачи об обтекании элемента плоской пластины сверхзвуковым турбулентным потоком. Параметры невязкого течения на входном участке  $AG$  обозначаются индексом 1. На границе  $GF$  задаются условия свободного вытекания. Граничная точка  $G$  выбирается так, что ее вертикальная координата  $y$  является максимальной из всех точек гладкой граничной кривой  $AGF$ .

При постановке граничных условий на твердой поверхности  $ABCDEF$  используются соотношения, полученные на основе закона стенки [5] развитого турбулентного пограничного слоя. В общем случае численный алгоритм на основе приведенных уравнений позволяет проводить сквозной расчет течения вплоть до твердой поверхности. Однако в этом случае из-за необходимости разрешения структуры ламинарного подслоя шаги интегрирования по пространству и, соответственно, по времени оказываются настолько малы, что расчеты становятся весьма продолжительными. Поэтому ближайшие к поверхности узлы располагаются за границей ламинарного подслоя в зоне действия закона следа и полагается, что вектор скорости в них параллелен стенке, а для модуля скорости  $u$ , параметров  $q$  и  $\omega$  справедливы соотношения [7]

$$u = \frac{u_\tau}{\chi} \ln \left( \frac{9 \operatorname{Re} u_\tau n}{\mu} \right), \quad \frac{\partial u}{\partial n} = \frac{u_\tau}{n\chi}, \quad u_\tau = \left( \frac{\tau_w}{\rho_w} \right)^{1/2}$$

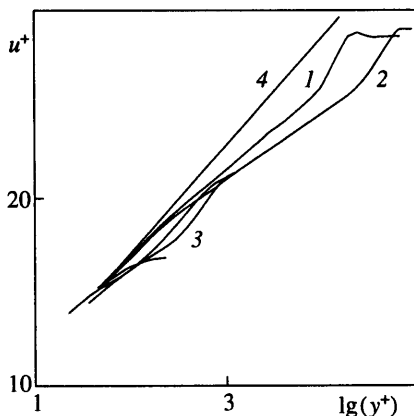
$$q = u_\tau C_\mu^{-1/4}, \quad \omega = \frac{u_\tau C_\mu^{1/2}}{n\chi}$$

где  $u_\tau$  – динамическая скорость ( $\tau_w$  – поверхностное трение,  $\rho_w$  – плотность газа у стенки),  $\chi = 0,4$  – постоянная Кармана,  $n$  – расстояние по нормали от стенки до ближайшего узла сетки. Для определения плотности и температуры на стенке используются условия равенства нулю градиента давления по нормали к поверхности в пограничном слое и интеграл Крокко [5].

**2. Методика расчетов.** Решение задачи осуществляется с помощью неявного нефакторизованного метода [8], использующего для аппроксимации пространственных производных разностные схемы четвертого порядка [9]. При этом производится переход к обобщенной криволинейной системе координат с сохранением дивергентной формы исходных уравнений. Это позволяет описывать течение минимально необходимым количеством узлов сетки за счет их сгущения в направлении твердой поверхности, а сами границы обтекаемого тела задавать с помощью координатных линий.

В расчетах используется сетка типа  $H$  с  $81 \times 101$  узлами. Координатные линии, задающие положение боковых стенок каверны, разворачиваются около ее кромок, описывая далее положение обтекаемой плоскости. Важным с методической точки зрения является вопрос положения ближайшего к поверхности узла сетки. Необходимо располагать их за границами ламинарного подслоя при  $n^+ \leq 100$ , где  $n^+ = \operatorname{Re} \mu_\tau \mu^{-1}$  – безразмерное расстояние до поверхности. Поскольку поверхностное трение на отдельных участках каверны значительно различается, расстояние до ближайших узлов также различно. В набегающем потоке и на выходе оно составляет  $2 \cdot 10^{-4}$ , в окрестности кромок  $10^{-4}$ , на дне  $5 \cdot 10^{-4}$ . Типичные профили скорости  $u^+ = u/u_\tau$  на плоскости и в зоне рециркуляции приведены на фиг. 2. Полученные значения несколько ниже теоретического, что можно объяснить особенностями как исполь-

Фиг. 2. Профили скорости: 1 – на пластине перед каверной, 2 – у выходной границы, 3 – на стенках и дне каверны внутри отрывной зоны, 4 – логарифмический участок универсального профиля скорости



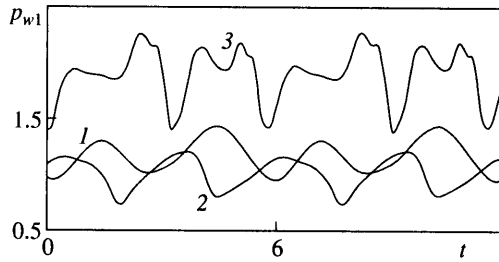
зуюмой модели турбулентности, так и закона стенки. Здесь следует заметить, что в зонах отрыва, присоединения и вторичной рециркуляции соотношения закона стенки из-за низкого трения становятся несправедливыми. Однако данные участки локализованы и не оказывают существенного влияния на решение в целом.

Алгоритм использует разностные аппроксимации второго порядка по временной переменной. Обычно нестационарные задачи решаются с помощью метода Рунге – Кутты четвертого порядка. В данном случае он дает соотношение временного и пространственного шагов 0,2–0,3, что ведет к сильному увеличению времени расчетов. Односторонние разностные схемы третьего и четвертого порядков также не позволяют интегрировать уравнения с достаточно крупным шагом по времени. Схема же второго порядка делает возможным проводить расчеты с соотношением переменного по пространству временного шага к минимальному пространственному более  $10^2$ . Для расчетов колебательного режима течения газа в каверне соотношение шага по времени к минимальному пространственному было принято равным 3. Выбор относительно большого временного шага в схеме второго порядка основан на результатах методических расчетов, а также том, что исследуется не развитие течения по времени, а влияние определенных параметров на его характер. К этому можно добавить положительные результаты [2], где пульсационное течение в каверне исследовано с помощью схемы первого порядка.

При решении задачи совершается следующая последовательность действий. Сначала устанавливается периодическое течение. Для этого некоторое время ведутся расчеты с переменным по пространству временным шагом, а затем в течение 5–6 (в отдельных случаях до 10) периодов – с постоянным и определяется период колебания. После этого на одном периоде рассчитываются средние значения параметров течения: давления, температуры, компонент вектора скорости и т.д. Затем на следующем периоде определяются максимальные и средние отклонения данных параметров от их средних значений. Для расчета одного периода колебания требуется около  $2 \cdot 10^4$  шагов по времени.

**3. Результаты.** Расчеты проводились при числе Маха набегающего потока перед каверной  $M_1 = 1,25$  и числе Рейнольдса  $10^7$ , рассчитанном по ее глубине  $H$  (принятой равной единице) и параметрам течения на входной границе  $AG$ . Толщина пограничного слоя  $\delta$  составляла 0,05. Температура невязкого потока задавалась равной 250 К, а поверхности – 300 К. Коэффициент турбулентной вязкости внешнего течения имел уровень около  $10^{-6}$ . Ламинарное и турбулентное числа Прандтля полагались соответственно 0,72 и 0,9. Расстояние  $CD$  между стенками каверны в 2 раза превышало ее глубину  $H$ . Левая граница отстояла от середины каверны на 3, а правая – на 5. Расстояние по вертикали от точки  $G$  до обтекаемой плоскости равнялось 5.

В расчетах исследовалось влияние затупления и скоса задней кромки каверны на получаемое решение. Рассмотренные обводы схематически показаны на фиг. 1, б и г соответственно. В первой серии рассматривалось течение при различных радиусах цилиндрического затупления задней кромки. Максимальное значение радиуса состав-



Фиг. 3. Изменение по времени относительного давления: 1 – у левой кромки каверны, 2 – в точке слоя смешения, равноотстоящей от ее боковых стенок, 3 – у правой кромки

ляло  $r = 0,3$ . Во второй проводились расчеты при значениях угла  $\alpha$  наклона (скосах) поверхности задней кромки, менявшихся в диапазоне от  $30$  до  $60^\circ$ . Расстояние  $h$  при этом было постоянным и равнялось  $0,25$ , что обеспечивало присоединение оторвавшегося потока на скошенную поверхность. Каждая серия завершалась расчетом (фиг. 1, в и д), в котором геометрические обводы задней кромки модифицировались с учетом полученных результатов.

В качестве базовых были приняты результаты, полученные при значении радиуса затупления задней кромки  $r = 0,01$ . Радиус затупления передней кромки в расчетах не менялся и также составлял  $0,01$ . Положение точек отрыва и присоединения определялось по схеме знака местного коэффициента трения на противоположный. Расчеты показали, что смещение точки присоединения между крайними положениями, достигаемыми в процессе расчета, может быть достаточно большим. В то же время положение точки отрыва меняется незначительно. Ее смещение для базового расчетного случая составило  $0,001$ .

Было отмечено, что внутри обтекаемой сверхзвуковым потоком каверны образуется интенсивное вихревое течение. Скорости газа внутри полости относительно невелики, однако у задней стенки и нижней поверхности местные числа Маха достигают  $0,5-0,6$ . За счет взаимодействия потоков во внешней области и возвратно-циркуляционной зоне формируется нестационарное течение, имеющее ярко выраженный колебательный характер. В нижних углах каверны образуются зоны вторичной рециркуляции. Их линейные размеры составляют  $0,01-0,015$ .

О характере течения можно судить по графикам изменения по времени относительного давления  $p_{w1} = p_w = p_1$ , представленным на фиг. 3. Кривые 1 и 3 получены в точках В и Е начала цилиндрических затуплений соответственно передней и задней кромок. Кривая 2 относится к узлу сетки, расположенному посередине между ними. Видно, что давление внутри каверны совершает периодические колебания со значительной, в разных точках различающейся амплитудой. Фазы колебаний крайних точек совпадают. Колебания же давления в центральной точке происходят в противофазе с двумя первыми. Данный характер течения является общим для всех проведенных расчетов и определяется одинаковыми физическими условиями и единым соотношением длины и глубины каверны.

В расчетах был получен период колебания  $T = 5,4$ . В [1, 2] приводится формула Росситера для приближенного определения возможных частот колебаний потока в каверне. По этой формуле первая мода осцилляций (без учета краевых эффектов) имеет период, равный  $4,36$ . Отличие от расчетных данных составляет менее  $20\%$ . С другой стороны, возмущение, распространяющееся со скоростью звука, должно преодолевать расстояние от одной стенки до другой и обратно за время  $t = 5$ . Эта оценка также согласуется с полученными результатами. Если вернуться к размерным величинам, то окажется, что при скорости звука в газе  $330$  м/с и глубине каверны  $1$  м

частота колебаний потока составила 70 Гц, а при глубине 0,5 м – 140 Гц. Следует отметить, что полученный период колебаний оставался практически постоянным во всех расчетах.

Среднее значение некоторого параметра  $f$  в заданной точке пространства на временном периоде  $T$  можно определить как

$$f_m = \frac{1}{T} \int_0^T f dt$$

Тогда отклонение параметра  $\Delta f$  от его среднего значения  $f_m$ , среднее  $\Delta f_m$  и максимальное отклонения  $\Delta f_{\max}$  записываются следующим образом:

$$\Delta f = f - f_m, \quad \Delta f_m = \frac{1}{T} \int_0^T \Delta f dt, \quad \Delta f_{\max} = \max_T \Delta f$$

Аналогично определяются его относительное (к среднему)  $\Delta f_d$ , среднее относительное  $\Delta f_{m,d}$  и максимальное относительное  $\Delta f_{\max,d}$  отклонения

$$\Delta f_d = \frac{\Delta f}{f_m}, \quad \Delta f_{m,d} = \frac{\Delta f_m}{f_m}, \quad \Delta f_{\max,d} = \max_T \Delta f_d$$

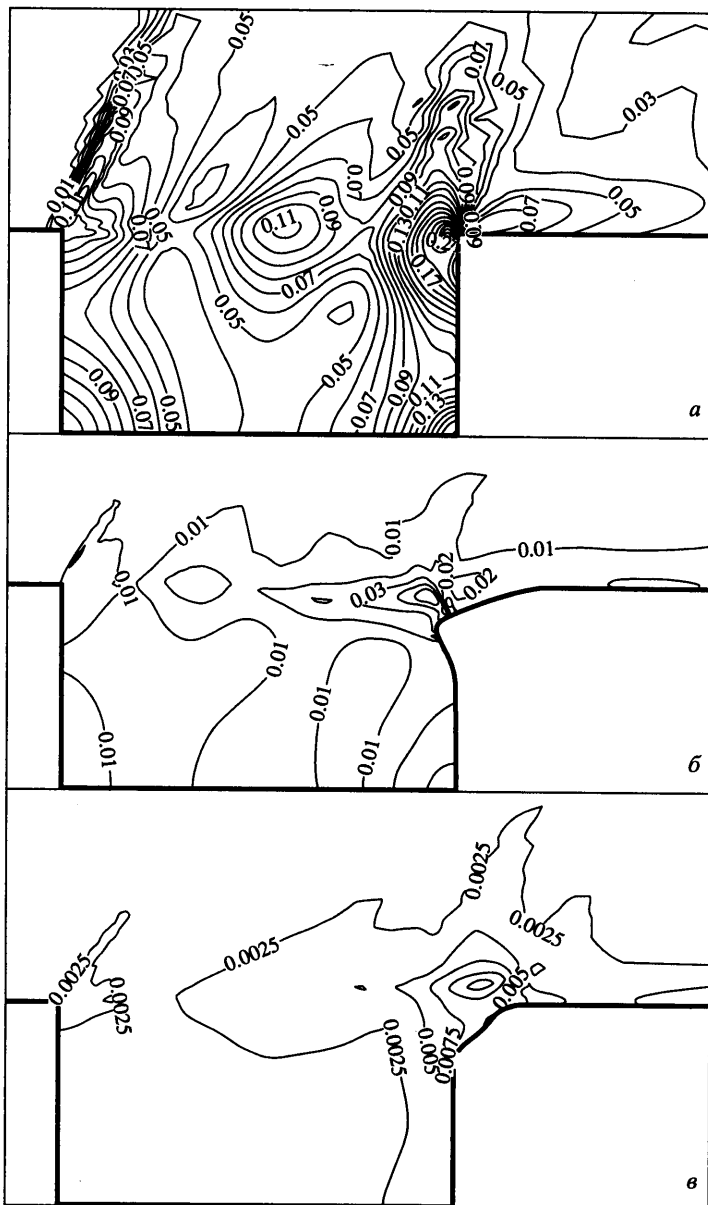
Отклонение скорости  $\Delta u$  рассматривается как корень квадратный из суммы квадратов отклонений компонентов вектора скорости.

Максимальное относительное отклонение давления  $\Delta p_{\max,d}$  в поле течения было зафиксировано при радиусе затупления задней кромки  $r = 0,01$  и составило 0,87. С увеличением  $r$  значение  $\Delta p_{\max,d}$  снижалось. При  $r = 0,1, 0,2, 0,3$  оно составило соответственно 0,55, 0,49 и 0,46. Максимальное значение среднего относительного отклонения давления  $\Delta p_{m,d}$  при этом было получено равным 0,24, 0,216, 0,16 и 0,107. Максимальное значение среднего отклонения скорости  $\Delta u_m$  составило 0,182, 0,154, 0,146 и 0,107, а среднего относительного отклонения статической энтальпии  $\Delta h_{m,d}$  (температуры) – 0,16, 0,12, 0,081 и 0,054.

Амплитуды колебаний параметров потока в разных областях течения сильно различаются. Наиболее высоки они в окрестности точки присоединения, в других же зонах могут быть намного меньше. Для оценки общего уровня пульсаций вычислялись средние в слое смешения отклонения параметров потока. В данном случае за такой участок условно принималась горизонтальная полоса шириной 0,3 между передней и задней кромками каверны. При  $r = 0,01$  среднее относительное отклонение давления  $\Delta p_{m,d}$  в слое смешения составило 0,091, при  $r = 0,1, 0,2$  и  $0,3$  – 0,067, 0,053 и 0,035. Среднее отклонение скорости  $\Delta u_m$  в слое смешения при тех же значениях радиуса затупления было получено равным соответственно 0,1, 0,073, 0,06 и 0,043, а среднее относительное отклонение энтальпии  $\Delta h_{m,d}$  – 0,095, 0,056, 0,036 и 0,025.

Следовательно, с увеличением радиуса затупления задней кромки уровни пульсаций давления, скорости и температуры снижаются. Одновременно для осредненного по времени течения уменьшается значение угла наклона поверхности к горизонтали в точке присоединения  $\alpha_r$ . Если при  $r = 0,01$  он составляет  $90^\circ$ , то при  $r = 0,1, 0,2, 0,3$  –  $67, 56$  и  $48^\circ$ . Основываясь на предположении, что основное влияние на уровень пульсаций течения в каверне оказывает угол присоединения потока к поверхности, был проведен дополнительный расчет с целью получить угол  $\alpha_r$  около  $30^\circ$ . Форма задней кромки схематично изображена на фиг. 1, в. Действительно, при угле  $\alpha_r$  осредненного течения  $27^\circ$  значение  $\Delta p_{\max,d}$  было получено равным 0,35. Максимальные значения  $\Delta p_{m,d}$  и  $\Delta h_{m,d}$  составили соответственно 0,06 и 0,042, а  $\Delta u_m$  – 0,067. Значения  $\Delta p_{m,d}$  и  $\Delta h_{m,d}$  в слое смешения были получены равными 0,017 и 0,014, а  $\Delta u_m$  – 0,021.

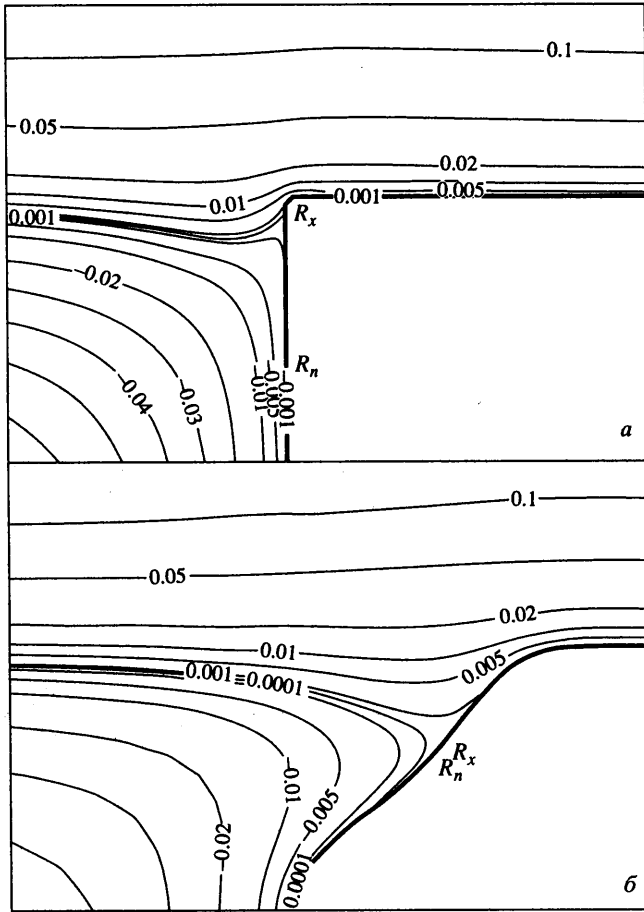
Можно предположить, что снижение уровня пульсаций потока в каверне получено за счет уменьшения угла присоединения оторвавшегося потока. Между тем в расчетах



Фиг. 4. Линии равных значений среднего относительного отклонения давления: а – базовый расчет, б, в – завершающие расчеты серий затупление и скос

было зафиксировано увеличение расстояния между крайними за период колебания положениями (смещением) точки присоединения  $\Delta x$ , с ростом значения радиуса затупления  $r$ . При  $r = 0,01$  значение  $\Delta x$ , составило 0,145, что можно объяснить особенностью обтекания задней кромки в случае довольно резкого перехода от вертикальной поверхности к горизонтальной. Для  $r = 0,1, 0,2, 0,3$  были получены значения  $\Delta x$ , = 0,03, 0,045 и 0,054. Наконец, в последнем расчете  $\Delta x$ , составило 0,104. Очевидно, что для данной задачи уменьшение угла присоединения потока ведет к росту сме-





Фиг. 5. Линии тока в окрестности точки присоединения: а, б – базовый и завершающий серию скос расчеты

щения точки присоединения. Последнее же обстоятельство должно препятствовать снижению пульсаций течения.

Чтобы установить, возможно ли уменьшить смещение точки присоединения, была проведена вторая серия расчетов – скос (см. фиг. 1, 2). В ней были получены следующие результаты. Значение максимального относительного отклонения давления  $\Delta p_{\max, d}$  при  $\alpha = 30^\circ$  получено равным 0,346, для  $\alpha = 45$  и  $60^\circ$  – соответственно 0,393 и 0,489. Максимальное значение среднего относительного отклонения давления  $\Delta p_{m, d}$  в случае  $\alpha = 30, 45, 60^\circ$  составило 0,047, 0,034, 0,134, а среднего относительного отклонения энтальпии  $\Delta h_{m, d}$  – 0,028, 0,022, 0,0615. Максимальное значение среднего отклонения скорости  $\Delta u_m$  для тех же углов наклона поверхности составило 0,046, 0,032 и 0,109 соответственно. Значение  $\Delta p_{m, d}$  в слое смешения при  $\alpha = 30, 45, 60^\circ$  получено равным 0,015, 0,009, 0,03,  $\Delta h_{m, d}$  – 0,011, 0,007, 0,036, а  $\Delta u_m$  – 0,015, 0,01, 0,036. Смещение точки присоединения  $\Delta x$ , при  $\alpha = 30^\circ$  составило 0,081, при  $\alpha = 45, 60^\circ$  – 0,021 и 0,065.

Полученные в данной серии результаты позволяют сделать ряд выводов. Использование скошенной поверхности задней кромки каверны с углом наклона  $30^\circ$  уменьшает амплитуды осцилляций параметров потока в большей степени, чем применение обтекателя на задней кромке в завершающем расчете серии затупление.

Результаты для значения  $\alpha = 45^\circ$  серии скос (за исключением значения  $\Delta p_{\max, d}$ ) являются лучшими для обеих серий. Последнее обстоятельство, видимо, связано с тем, что в данном случае смещение точки присоединения  $\Delta x_r$  оказалось минимальным.

В завершение серии скос был проведен дополнительный расчет, в котором поверхность задней кромки с углом наклона, близким к  $45^\circ$ , имела небольшую вогнутость внутрь. Ее конфигурация схематично показана на фиг. 1, д. Были получены  $\Delta p_{\max, d} = 0,355$  и  $\Delta x_r = 0,022$ . Максимальные значения  $\Delta p_{m,d}$  и  $\Delta h_{m,d}$  составили 0,0133 и 0,0095, а  $\Delta u_m = 0,0127$ . Средние уровни  $\Delta p_{m,d}$ ,  $\Delta h_{m,d}$  и  $\Delta u_m$  в слое смешения найдены равными 0,0035, 0,0029 и 0,0042 соответственно.

Полученные поля уровней средних относительных отклонений давления  $\Delta p_{m,d}$  представлены на фиг. 4. Шаг изолиний на фиг. 4, а–б, где приведены результаты соответственно базового и завершающего серию затупление расчетов, постоянен и составляет 0,01. На фиг. 4, в показаны уровни  $\Delta p_{m,d}$  для завершающего расчета серии скос. Здесь шаг изолиний уменьшен до 0,0025, поскольку предыдущий диапазон позволяет показать только одну изолинию. Максимальные уровни  $\Delta p_{m,d}$  наблюдаются у задней кромки каверны. Сильные пульсации могут быть также у передней кромки, в углах и в середине слоя смешения. До передней кромки каверны колебания отсутствуют, а ниже по течению за задней кромкой их уровень быстро падает. Видно существенное снижение амплитуды осцилляций давления при изменении обводов задней кромки каверны. Распределение в поле течения  $\Delta h_{m,d}$  и  $\Delta u_m$  в целом выглядит подобно  $\Delta p_{m,d}$ .

На фиг. 5 приведены расчетные линии тока в виде изолиний равных значений функции тока осредненного течения. Крайние положения точки присоединения отмечены  $R_n$  и  $R_x$ . Присоединение оторвавшегося потока в базовом расчете (фиг. 5, а) происходит на боковой стенке каверны. В процессе обтекания точка присоединения смещается – сдвигается вверх, затем – вниз. Негладкое распределение давления с взаимодействующими зонами сжатия на вертикальной поверхности и разряжения на горизонтальной ведет к установлению периодических колебаний параметров течения со значительной амплитудой. Напротив, для наклонной поверхности (фиг. 5, б) интенсивные осцилляции не возникают, поскольку распределение давления здесь более равномерное и условия обтекания при малом смещении точки присоединения меняются слабо. Заданная вогнутость поверхности также способствует стабилизации течения.

**Заключение.** Проведенные расчеты выявили сильное влияние условий присоединения оторвавшегося с передней кромки каверны потока на интенсивность его периодических колебаний. Изменение давления в точке присоединения при смещении последней вдоль обтекаемой поверхности является основным источником осцилляций осредненного турбулентного течения. В случае практического отсутствия смещения точки присоединения  $\Delta x_r$  устраняются причины сильного изменения параметров течения за период его колебания. Путем подбора геометрических обводов задней кромки можно добиться значительного уменьшения амплитуд осцилляций потока. В качестве примера определена конфигурация поверхности, при которой в рассмотренном режиме обтекания получено снижение максимального в поле течения значения среднего относительного отклонения давления  $\Delta p_{m,d}$  более чем в 20 раз. В целом же решение задачи оптимизации геометрических обводов каверны заданных размеров должно включать в себя исследования ее обтекания в необходимых для практики диапазонах изменения параметров задачи: чисел Маха, Рейнольдса, толщины пограничного слоя, температуры поверхности и т.д.

Автор выражает глубокую признательность В.Н. Котерову и А.И. Толстым за полезные замечания и надеется на дальнейшее совместное изучение данного вопроса.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-00857).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хэнки В.Л., Шенг Дж.С. Расчет пульсаций давления в открытой полости // Ракетн. техника и космонавтика. 1980. Т. 18. № 8. С. 38–46.
2. Заугольников Н.Л., Коваль М.А., Швец А.И. Пульсации потока газа в кавернах при сверхзвуковом обтекании // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 2. С. 121–127.
3. Ризетта Д.П. Численный расчет сверхзвукового обтекания трехмерной выемки // Аэрокосмич. техника. 1989. № 7. С. 55–64.
4. Котеров В.Н., Савельев А.Д., Толстых А.И. Численное моделирование аэрооптических полей около приемного порта воздушной обсерватории // Мат. моделирование. 1997. Т. 9. № 1. С. 27–39.
5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
6. Coacley T.J. Turbulence modeling methods for the compressible Navier–Stokes equations // AIAA Paper. 1983. № 83–1693. 13 p.
7. Gorski J.J., Govendan T.R., Lakshminarayana B. Computation of three-dimensional turbulent shear flows in corners // AIAA Journal. 1985. V. 23. № 8. P. 685–692.
8. Савельев А.Д. Неявный метод расчета турбулентных течений вязкого сжимаемого газа // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1998. Т. 38. № 3. С. 520–531.
9. Савельев А.Д. Расчет устранения зоны отрыва турбулентного пограничного слоя с помощью отсоса // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 4. С. 47–53.

Москва

Поступила в редакцию  
20.VI.2000