

УДК 532.516:534.1

© 2001 г. А.А. ИВАНОВА, В.Г. КОЗЛОВ, П. ЭВЕСК

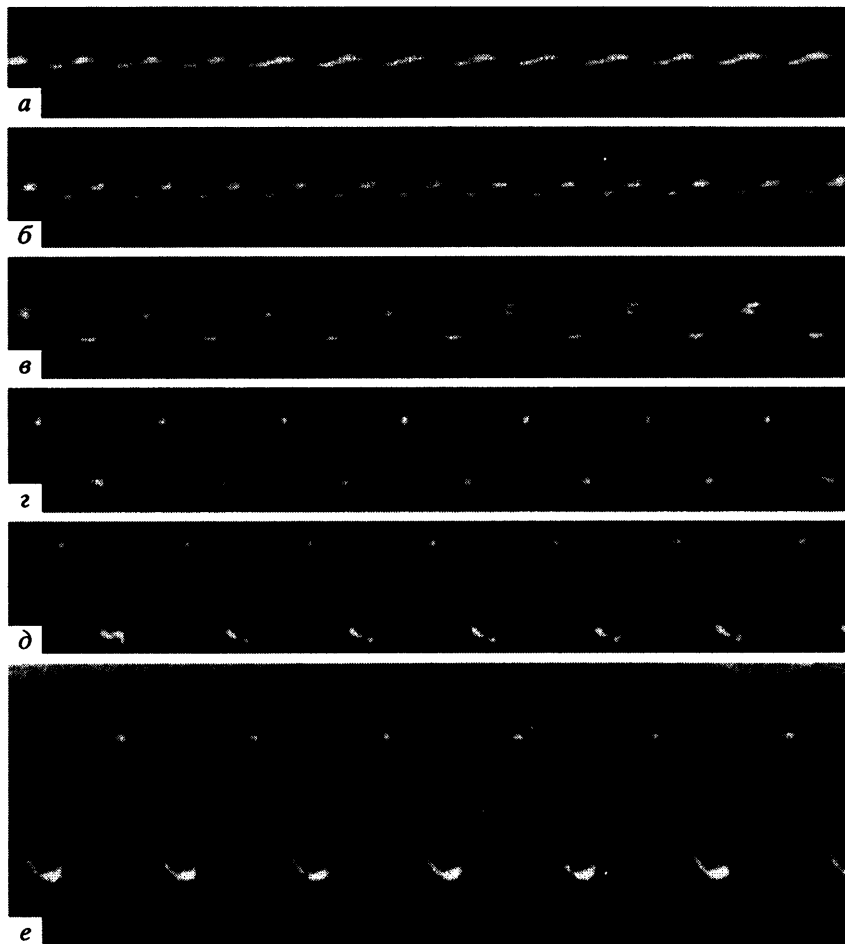
**ДИНАМИКА ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ  
ЖИДКОСТЕЙ ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ВИБРАЦИЯХ**

Экспериментально исследуется осредненная динамика двух несмешивающихся жидкостей разной плотности в полости прямоугольного сечения, совершающей высокочастотные горизонтальные вибрации. Жидкости характеризуются малым коэффициентом поверхностного натяжения. Изучаются закономерности образования квазистационарного пространственного рельефа на границе раздела жидкостей. Показано, что помимо капиллярного и вибрационного параметров порог возбуждения рельефа определяется величиной безразмерной частоты вибраций. В пределе высоких безразмерных частот получено хорошее согласие с известными теоретическими результатами.

Фарадей помимо параметрических колебаний поверхности жидкости при вертикальных вибрациях обнаружил эффект осредненного воздействия вибраций на границу раздела сред, проявляющийся в уплощении капли, висящей на вибрирующей подложке [1]. Осредненная деформация границы раздела двух несмешивающихся жидкостей различной плотности и возбуждение стационарного рельефа на границе при горизонтальных вибрациях полости впервые обнаружены в [2]. Позднее этот эффект экспериментально и теоретически исследовался в [3, 4]. В случае двух взаимопроникающих сред различной плотности (песок и жидкость), для которых характерно отсутствие коэффициента поверхностного натяжения на границе раздела, аналогичное описанному в [2] явление обнаружено в [5]. При непоступательных колебаниях полости с несмешивающимися жидкостями вибрационный эффект усиливается и приобретает новые свойства [6].

Необходимость дальнейшего изучения осредненного вибрационного воздействия на форму границы раздела сред объясняется отсутствием количественного сравнения экспериментальных и теоретических результатов. Нетривиальное влияние вибраций на двухфазные системы связано с нелинейными эффектами и происходит за счет генерации осредненных массовых сил. Высокочастотные поступательные вибрации стремятся установить границу раздела отличающихся плотностью жидкостей перпендикулярно оси колебаний, стабилизируя границу, если она расположена нормально к оси колебаний, и вызывая ее деформацию, если ось вибраций ориентирована вдоль границы. В последнем случае на границе образуется квазистационарный рельеф. В [4] при заданном отношении плотностей  $\rho = \rho_1/\rho_2$  и постоянной относительной толщине слоев жидкостей в предельном случае высоких частот осредненный вибрационный эффект определяется двумя безразмерными комплексами: капиллярным параметром  $H = L[(\rho_1 - \rho_2)g/\sigma]^{1/2}$  и вибрационным параметром  $B = (b^2\Omega^2/4)[(\rho_1 - \rho_2)/g\sigma]^{1/2}$  ( $b$  и  $\Omega$  – амплитуда и циклическая частота вибраций,  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости,  $L$  – характерный размер задачи). Параметр  $H$  характеризует отношение размера полости к длине волны (последняя определяется капиллярной постоянной).

В случае, когда на границе раздела отсутствуют силы поверхностного натяжения (вибрационная динамика сыпучей среды в несжимаемой жидкости), действие вибра-



Фиг. 1. Изменение границы раздела с повышением интенсивности вибраций: амплитуда  $b = 1,16$  мм и частота  $f = 44,5$  Гц (а); 1,16 и 46,7 (б); 1,27 и 48,9 (в); 1,4 и 54 (г); 1,4 и 57,5 (д); 1,54 и 61,8 (е)

ций описывается лишь безразмерным параметром  $W = (b\Omega)^2/gL$ , характеризующим энергию вибрационного воздействия [5]. Параметр  $W$  является определяющим и в другом предельном случае, а именно при большом значении коэффициента поверхностного натяжения (малые значения  $H$ ).

В предлагаемой работе экспериментально исследуется осредненное воздействие горизонтальных вибраций на границу раздела двух несмешивающихся жидкостей с малым коэффициентом поверхностного натяжения.

**1. Экспериментальная установка и методика эксперимента.** Изготовленная из плексигласа кювета прямоугольного сечения размерами  $20 \times 20 \times 140$  мм<sup>3</sup> заполняется несмешивающимися жидкостями (в равных объемных частях), в качестве которых используются флуоринерт FC-40 и масло машинное. Вязкость жидкостей соответственно равна  $\nu = 0,02$  и  $1,87$  Ст, относительная плотность  $\rho = \rho_1/\rho_2 = 2,13$  (плотность флуоринерта  $\rho_1 = 1,85$  г/см<sup>3</sup>).

Возвратно-поступательное движение с частотой  $f$  и амплитудой  $b$  создается кривошипно-шатунным механизмом (механический вибратор принципиально аналогичен описанному в [7]). Частота колебаний изменяется в интервале  $f = 5-80$  Гц и измеряется с помощью цифрового тахометра ТЦ-3М (точность измерения частоты 0,01 Гц, нестабильность в ходе отдельного

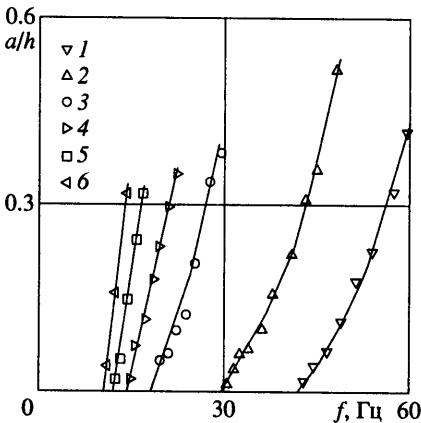
эксперимента не превышает 0,2 Гц). Амплитуда  $b$  измеряется оптическим методом с точностью не ниже 0,02 мм.

Методика измерений следующая: при постоянной амплитуде плавно повышается частота вибраций, определяется пороговая частота, при которой возникает рельеф, и изучается динамика рельефа с увеличением надкритичности. Регистрация границы раздела проводится с помощью видеокамеры (Panasonic NV-S900) при стробоскопическом освещении. Опыты повторяются для разных значений амплитуды вибраций в интервале  $b = 0-30$  мм.

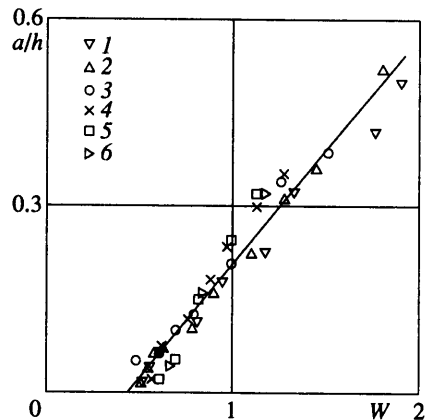
**2. Устойчивость границы раздела и надкритическая динамика.** Наблюдения показывают, что при слабом вибрационном воздействии граница раздела жидкостей остается плоской и обе жидкости совершают одна относительно другой продольные поршневые колебания в противофазе. При некоторой критической частоте вибраций (при заданной амплитуде) на границе раздела возбуждается двумерный периодический рельеф в виде холмов и впадин, ориентированных перпендикулярно оси колебаний. В стробоскопическом освещении с частотой вибраций наблюдается неподвижный ("замороженный") рельеф. Высота рельефа мала вблизи порога устойчивости и нарастает с увеличением надкритичности. Небольшое рассогласование частот (вибраций и освещения) позволяет изучить динамику рельефа в течение периода: видно покачивание гребней с частотой вибраций и с амплитудой, малой по сравнению с амплитудой колебаний полости. В случае небольших амплитуд вибраций "замороженный" рельеф можно наблюдать и при постоянном освещении; при этом граница рельефа размыта в пределах амплитуды колебаний полости.

Фотографии рельефа в вертикальном продольном сечении слоя приведены на фиг. 1. Высота рельефа  $a$  вблизи порога устойчивости мала (фиг. 1,  $a$  и  $b$ ); с увеличением надкритичности нарастает (фиг. 1,  $c-e$ ), длина волны изменяется. Изменение высоты рельефа с частотой для различных значений амплитуды вибраций показано на фиг. 2.

Измерения показали, что при частотах  $f > 20$  Гц граница возбуждения рельефа обратно пропорциональна амплитуде вибраций. Это значит, что в области высоких частот определяющую роль играет вибрационная скорость  $b\Omega$  (при фиксированном значении относительной плотности), которая дает основание ввести в качестве безразмерной характеристики вибрационный параметр  $W = (b\Omega)^2/gh$ , где  $h$  – высота полости. Амплитудные кривые, разрозненные на фиг. 2, на плоскости  $W, a/h$  вполне



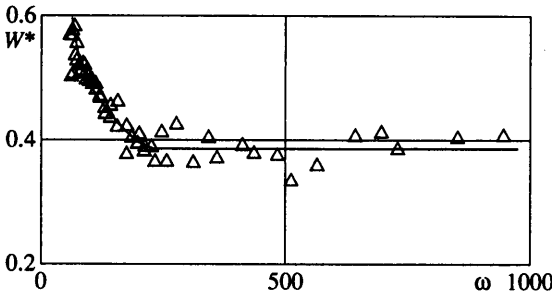
Фиг. 2



Фиг. 3

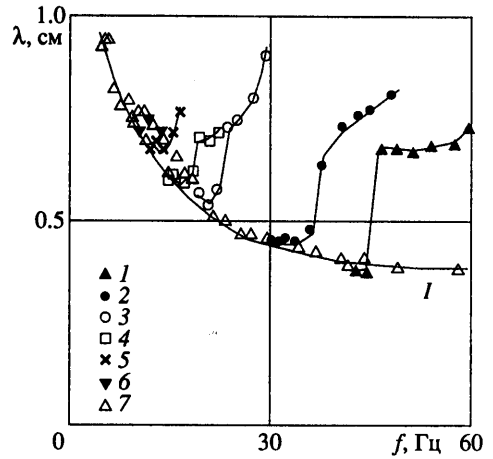
Фиг. 2. Зависимость амплитуды  $a/h$  от частоты  $f$  вибраций ( $a$  – высота рельефа,  $h = 2$  см – толщина слоя). Обозначения 1–6 соответствуют амплитудам  $b$  (мм) = 1,2; 1,6; 2,5; 3,5; 4,4 и 5,3

Фиг. 3. Высота рельефа в зависимости от вибрационного параметра  $W = (b\Omega)^2/gh$  (обозначения соответствуют фиг. 2)



Фиг. 4

Фиг. 4. Зависимость критического значения вибрационного параметра  $W^*$  от частоты  $\omega = \Omega h^2/\nu$  ( $\nu$  – кинематическая вязкость масла)



Фиг. 5

Фиг. 5. Зависимость длины волны рельефа  $\lambda$  от частоты вблизи границы устойчивости (кривая  $I$ ) и в надкритической области для амплитуд вибраций  $b$  (мм) = 1,2 ( $I$ ); 1,6 (2); 2,5 (3); 3,5 (4); 4,4 (5); 5,3 (6) и  $b = 0,6-16$  мм (7)

удовлетворительно согласуются между собой, определяя величину порогового значения вибрационного параметра  $W^* \approx 0,4$  (фиг. 3).

Значение параметра  $W^*$  практически не изменяется с частотой, если  $\omega \equiv \Omega h^2/\nu > 200$ , что может быть связано с достижением области высокочастотной асимптотики (фиг. 4).

Длина волны рельефа  $\lambda$  зависит не только от частоты, но и от амплитуды вибраций (фиг. 5). Вблизи границы устойчивости, пока высота рельефа остается сравнительно небольшой, с увеличением частоты происходит незначительное уменьшение  $\lambda$ . При повышении надкритичности наблюдается быстрое нарастание высоты рельефа (фиг. 2) и резкое увеличение длины волны (фиг. 1,  $\epsilon-e$ ). Это особенно заметно в случае малых амплитуд вибраций (высокие частоты), когда при незначительной надкритичности период скачком увеличивается практически вдвое (фиг. 5, знаки  $I$ ). Вблизи границы устойчивости независимо от амплитуды вибраций результаты удовлетворительно согласуются между собой (кривая  $I$ ). С повышением частоты кривая  $I$  плавно понижается и выходит на некоторое асимптотическое значение в области частот  $f > 50$  Гц.

**3. Анализ результатов.** Рассмотрим физическую сторону данного явления. В основе эффекта лежит неустойчивость границы раздела встречных потоков (неустойчивость Кельвина – Гельмгольца). Это явление (неустойчивость тангенциальных разрывов) хорошо известно для случая стационарных встречных потоков [8]. При этом граница устойчивости определяется критическим значением относительной скорости  $U$  потоков и для толстых слоев (сравнительно малых длин волн) определяется выражением

$$U^2 = 2\sqrt{\sigma g(\rho_1 - \rho_2)} \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \rho_2} \quad (3.1)$$

Здесь  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения границы раздела,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности соответственно нижней и верхней жидкостей.

Вследствие разности плотностей две жидкости, в равных количествах заполняющие плоский горизонтальный слой, при продольных колебаниях последнего с амплитудой

$b$  также совершают продольные гармонические колебания в противофазе друг другу с амплитудой относительного перемещения

$$\xi = 2b \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

Частота вибраций  $\Omega$  предполагается достаточно высокой, чтобы вязкость жидкостей не проявлялась в ходе колебаний. Это означает, что вязкие слои Стокса толщиной  $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega}$  значительно меньше характерного размера задачи  $h$  и безразмерная частота  $\omega \gg 1$ .

При гармонических колебаниях неустойчивость проявляется в возникновении неподвижной ("замороженной") волны, когда условие (3.1) выполняется для среднего по периоду квадрата относительной скорости жидкостей  $U^2 \Rightarrow (\xi\Omega \cos(\Omega t))^2$ . Это определяет пороговое значение амплитуды скорости вибраций

$$(b\Omega)^2 = \frac{(\rho+1)^3}{\rho(\rho-1)} \sqrt{\frac{\sigma g}{\rho_1 - \rho_2}} \quad (3.2)$$

Наиболее опасной длиной волны возмущений является

$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_1 - \rho_2)}} \quad (3.3)$$

Из сказанного следует, что в общем случае задача может быть описана тремя безразмерными параметрами: частотой  $\omega \equiv \Omega h^2/\nu$ , капиллярным параметром  $H = h/\sqrt{\sigma/g(\rho_1 - \rho_2)}$ , характеризующим отношение размера полости к длине волны, и вибрационным параметром  $W = (b\Omega)^2/g h$ , характеризующим энергию вибрационного воздействия и являющимся по сути вибрационным аналогом числа Фруда.

Для критических значений вибрационного параметра  $W^*$  и безразмерного волнового числа  $k^*$  в предельном случае  $\omega \gg 1$  из (3.2) и (3.3) следует:

$$W^* = \frac{(\rho+1)^3}{\rho(\rho-1)} H^{-1}, \quad k^* \equiv \frac{2\pi}{\lambda} h = H \quad (3.4)$$

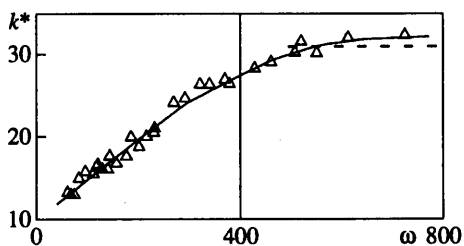
Выражения (3.4) справедливы в пределе больших значений параметра  $H$  (толстый слой, относительно малая длина волны).

Бифуркационная кривая, полученная в [4] на основе осредненных уравнений движения для произвольного значения  $H$ , на плоскости используемых в настоящей работе параметров имеет вид

$$W = \frac{(\rho+1)^3}{2\rho(\rho-1)} \left( \frac{k}{H^2} + \frac{1}{k} \right) \text{th} \left( \frac{k}{2} \right) \quad (3.5)$$

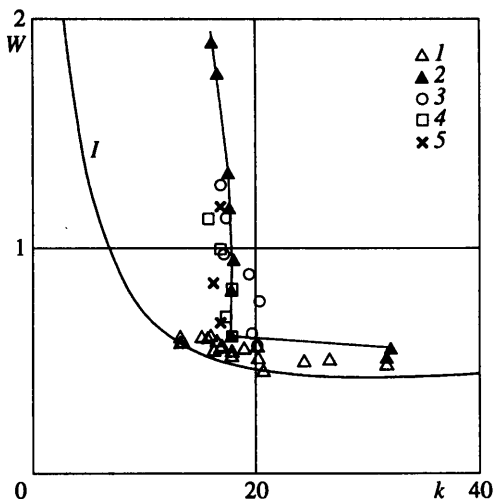
В пределе толстых слоев минимум бифуркационной кривой определяется выражением (3.4). Из (3.5) следует, что в относительно тонких слоях ( $H < 2\sqrt{3}$ ) наиболее опасным становится возмущение с бесконечной длиной волны. При этом периодический рельеф не реализуется.

Вернемся к обсуждению экспериментальных результатов, полученных в настоящей работе. Измерение коэффициента поверхностного натяжения границы раздела жидкостей методом висящей капли [9] для пары флуоринерт – масло машинное дает значение  $\sigma = 4,0 \pm 0,5$  г/с<sup>2</sup>. (Заметим, что низкое значение  $\sigma$  является характерной отличительной чертой фторуглеродных жидкостей.) Таким образом, эксперименту соответствует постоянное и достаточно высокое значение капиллярного параметра



Фиг. 6

Фиг. 6. Зависимость безразмерного критического волнового числа  $k^* = 2\pi h/\lambda^*$  от безразмерной частоты  $\omega$  в интервале амплитуд  $b = 0,6-16$  мм; штриховая линия – пороговое волновое число, рассчитанное для  $H = 30$



Фиг. 7

Фиг. 7. Зависимость параметра  $W$  от безразмерного волнового числа  $k$  на границе устойчивости (знаки 1) и в надкритической области для амплитуд  $b$  (мм) = 1,2; 1,6; 2,5; 3,5; 4,4; 5,3 (знаки 2–5). Нейтральная кривая  $I$  рассчитана для  $H = 30$  и  $\omega \geq 1$

$H = 30 \pm 2$ . Для условий рассматриваемого эксперимента из (3.4) получаются теоретические критические значения вибрационного параметра  $W^* = 0,4$  и волнового числа наиболее опасного возмущения  $k^* = 30$ . Как видно из фиг. 4, в области частот  $\omega > 200$  экспериментальные данные и теоретическое значение  $W^*$  хорошо согласуются.

Монотонное изменение с частотой параметра  $W^*$  (фиг. 4) и критической длины волны (фиг. 5), а также асимптотическое приближение их в области высоких частот к постоянному значению связаны с большой вязкостью одной из жидкостей, вследствие чего безразмерная частота  $\omega$  имеет недостаточно высокие значения.

На фиг. 6 приведена зависимость безразмерного волнового числа  $k = 2\pi h/\lambda$  от  $\omega$  на границе возбуждения рельефа. Частота  $\omega$  рассчитана по наиболее вязкой жидкости. Теоретическое значение  $k^*$  для предельного случая  $\omega \geq 1$ , рассчитанное по (3.4), показано штриховой линией. При частотах  $\omega > 600$  наблюдается удовлетворительное согласие экспериментальных и теоретического значений волнового числа. С понижением  $\omega$  длина волны опасных возмущений увеличивается, порог устойчивости повышается.

Сравнение критических значений волнового числа (фиг. 7, знаки 1) с теоретической нейтральной кривой  $I$ , рассчитанной по (3.5) в приближении  $\omega \geq 1$  и соответствующей условиям эксперимента ( $\rho = 2,13$  и  $H = 30$ ), показывает, что с понижением безразмерной частоты пороговые точки смещаются в область малых  $k$ . Смещение происходит вдоль нейтральной кривой. Это говорит о том, что с понижением частоты правое, коротковолновое крыло нейтральной кривой поднимается, чего следует ожидать, поскольку приближение высоких частот означает, что толщина слоев Стокса мала в первую очередь по сравнению с длиной волны рельефа. Безразмерная частота, рассчитанная не по толщине слоя, а по длине волны, имеет значение в  $k^2$  раз меньше, чем частота, определенная в настоящей работе. Естественно, что в области коротких (по сравнению с размером слоя Стокса) длин волн вибрационный эффект не проявляется.

Из фиг. 5 и 6 следует, что вблизи границы устойчивости, пока амплитуда возмущений мала, определяющую роль в формировании рельефа играет безразмерная частота: пороговые точки, полученные при различных амплитудах, согласуются друг с другом. Однако в надкритической области, где наблюдается резкое возрастание длины волны, частота перестает играть такую роль. Здесь, как видно из фиг. 5, 1–5, отсутствует согласие между полученными при различных амплитудах результатами. Последнее свидетельствует о качественном изменении "поведения" поверхности границы раздела жидкостей и связано, очевидно, с проявлением надкритической динамики волн.

Разрозненные в надкритической области на фиг. 5 (знаки 1–5) кривые хорошо согласуются друг с другом на плоскости параметров  $k, W$  (фиг. 7), располагаясь внутри "мешка", образованного теоретической нейтральной кривой. Отсутствие в надкритической области зависимости от безразмерной частоты объясняется в первую очередь значительным увеличением длины волны. Интересно, что в случае не малых частот непосредственно на границе устойчивости длина волны рельефа оказывается существенно короче. Так, при  $\omega \cong 500$  длина волны, согласуясь с минимумом теоретической нейтральной кривой (фиг. 7, знаки 2), уже при незначительной надкритичности скачком возрастает почти в 2 раза.

По фиг. 7 можно сделать вывод о хорошем количественном согласии экспериментальных и теоретических результатов в случае высоких безразмерных частот. Однако эффект вибрационного возбуждения рельефа испытывает качественные изменения при нарушении "гладкости" границы раздела. Например, образование на границе раздела жидкостей эмульсии приводит к резкому увеличению длины волны рельефа, а его вибрационная динамика приобретает черты, характерные для границы раздела оживленный песок – жидкость (см. [5]).

Как отмечалось выше, образование рельефа связано с неустойчивостью Кельвина – Гельмгольца, т.е. рельеф представляет собой типичную волну на границе раздела встречных потоков. Специфика заключается лишь в том, что вследствие гармонического изменения направления относительного движения потоков волна в среднем остается на одном месте (имеет "замороженный" в системе отсчета полости профиль). При этом квазистационарный рельеф обладает теми же свойствами, что и волна, возникающая на границе стационарных встречных потоков. Характерным для обоих случаев является изменение формы волны с увеличением ее амплитуды – формирование острых гребней (фиг. 1,  $e$ ).

Тот факт, что в надкритической области длина волны возрастает приблизительно в 2 раза по сравнению с высокочастотным асимптотическим значением, может быть связан с выходом на субгармонику (явление, также известное в неустойчивости границы раздела стационарных встречных потоков).

**Заключение.** Экспериментально исследована осредненная динамика границы раздела несмешивающихся жидкостей в полости, совершающей высокочастотные горизонтальные вибрации. Количественное сравнение экспериментальных данных с результатами теоретического анализа устойчивости границы раздела в предельном случае высоких безразмерных частот ( $\omega \gg 1$ ) показало согласие теории и эксперимента.

Квазистационарный пространственный рельеф на границе раздела жидкостей помимо капиллярного и вибрационного безразмерных параметров существенно определяется величиной безразмерной частоты вибраций: с понижением частоты пороговое значение вибрационного параметра повышается, критическая длина волны возрастает. Изучена надкритическая динамика рельефа и показано, что с увеличением надкритичности длина волны резко увеличивается.

Эффект вибрационного возбуждения рельефа испытывает качественные изменения при нарушении "гладкости" границы раздела, например, вследствие образования эмульсии. Это приводит к увеличению длины волны рельефа, а его вибрационная динамика приобретает черты, характерные для границы раздела оживленный песок – жидкость.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 00-01-00416). Авторы также выражают признательность администрации Ecole Centrale de Paris за предоставленную возможность проведения исследований.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Faraday M.* On a peculiar class of acoustic figures, and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces // *Phil. Trans. Roy. Soc. London.* 1831. V. 52. P. 299–430.
2. *Wolf G.H.* The dynamic stabilization of the Rayleigh–Taylor instability and the corresponding dynamic equilibrium // *Z. Phys.* 1969. B. 227. H. 3. S. 291–300.
3. *Bezdenezhnykh N.A., Briskman V.A., Lapin A.Yu., Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Tcherepanov A.A., Zakharov I.V.* The influence of high frequency tangential vibrations on the stability of the fluid interfaces in microgravity // *Microgravity Fluid Mechanics: Proc. IUTAM Symp., Bremen, 1991.* Berlin, etc.: Springer, 1992. P. 137–144.
4. *Любимов Д.В., Черепанов А.А.* О возникновении стационарного рельефа на поверхности раздела жидкостей в вибрационном поле // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1986. № 6. С. 8–13.
5. *Kozlov V.G.* Experimental investigation of vibrational convection in pseudoliquid layer // *Hydro-mechanics and Heat/Mass Transfer in Microgravity: Reviewed Proc. 1<sup>st</sup> Intern. Symp. on Hydromech. and Heat/Mass Transfer in Microgravity.* Perm; Moscow, Russia, 1991. Amsterdam: Gordon and Breach. 1992. P. 57–61.
6. *Ivanova A.A., Kozlov V.G., Legros J.C.* Mean dynamics of two liquid system in a cavity subjected to rotational vibrations // *Proc. Joint 10<sup>th</sup> Europ. and 6<sup>th</sup> Russian Symp. on Phys. Sci. in Microgravity.* St.-Petersburg, Russia, 1997. Moscow: Inst. Probl. Mech. RAS. 1997. V. 1. P. 270–273.
7. *Козлов В.Г., Шатунов С.Б.* Экспериментальное исследование возникновения вибрационной конвекции в горизонтальном плоском слое жидкости с внутренним тепловыделением // *Численное и экспериментальное моделирование гидродинамических явлений в невесомости.* Свердловск: УрО АН СССР, 1988. С. 79–84.
8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
9. *Русанов А.И., Прохоров В.А.* Межфазная тензиометрия. СПб.: Химия, 1994. 398 с.

Пермь,  
Париж

Поступила в редакцию  
10.IV.2000