

УДК 532.529.2:536.441

© 2001 г. В.И. ПОЛЕЖАЕВ, Е.Б. СОБОЛЕВА

ТЕПЛОВАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ ОКОЛОКРИТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ С БОКОВЫМ ПОДОГРЕВОМ

Выполнено численное моделирование конвекции вблизи термодинамической критической точки в квадратной области с боковым подогревом на основе уравнений Навье–Стокса сжимаемого газа с уравнением состояния в форме Ван-дер-Ваальса. При сравнении околоскритической жидкости и совершенного газа с параметрами, равными реальным параметрам среды вблизи критической точки, получено, что динамика двух сред качественно различается при развитии конвекции, однако в установившемся течении характеризуется определенным подобием. Рассмотрено влияние определяющих безразмерных параметров на характеристики стационарного течения и теплопереноса.

Моделирование конвекции сплошной среды в замкнутой области с боковым подогревом является классической задачей, которая рассматривалась в совершенном газе в приближении Обербека–Буссинеска [1–3], в приближении дозвуковых течений с "фильтрацией" акустики [4–6], а также на основе полных уравнений Навье–Стокса [7–9].

В окрестности критической точки среда не является совершенным газом и характеризуется аномальным ростом сжимаемости, теплоемкости при постоянном давлении и резким замедлением тепловой диффузии [10, 11]. В динамике такой среды появляются новые черты, в частности теплоперенос может осуществляться в результате поршневого эффекта (piston effect), который обеспечивает быстрый равномерный рост температуры внутри области. Первоначально этот эффект наблюдался экспериментально [12], а затем был обоснован теоретически [13] и получен численно [14–19]. Моделирование околоскритического тепломассопереноса в двумерных областях выполнялось в [16–19], где рассматривался нагрев только одной боковой границы с условием адиабатичности на других границах; при установлении решения в таких условиях движение затухало и среда стремилась к состоянию термодинамического равновесия. В [18] наряду с тепловой гравитационной конвекцией рассматривалось осредненное конвективное течение в поле осциллирующих массовых сил, в [19] использовалось уравнение состояния вириального типа с различными коэффициентами. По численному исследованию околоскритической конвекции в классической постановке (обе боковые границы изотермические), представляющей интерес в связи с существованием стационарного конвективного течения, хорошо изученного в совершенном газе [1–9], в литературе представлено лишь краткое сообщение с описанием отдельного варианта [20].

В данной работе выполнено первое параметрическое численное исследование тепловой гравитационной конвекции околоскритической жидкости с уравнением состояния Ван-дер-Ваальса в квадратной области с боковым подогревом. При изменении определяющих параметров – числа Рэлея и отклонения температуры от критического значения – изучены интенсивность и структура стационарного конвективного тепломассопереноса, в нестационарном режиме проведено подробное сравнение с совершенным газом.

1. Математическая модель. Для описания околоскритической жидкости используется модель дозвуковых течений, применимая при малых числах Маха [21]. В основе этой модели лежит представление полного давления p' в виде суммы равновесной термодинамической составляющей p'_e и динамической добавки p'_1 . Поскольку в медленных течениях $p'_e \gg p'_1$, то в уравнении состояния можно пренебречь величиной p'_1 , т.е. исключить зависимость плотности от динамической составляющей давления и тем самым "отфильтровать" звуковые эффекты. Здесь и далее размерные величины отмечены штрихом, безразмерные – без штриха.

В этом приближении систему уравнений сжимаемого газа с произвольным двухпараметрическим уравнением состояния можно представить в безразмерном виде [17]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \rho(\mathbf{U} \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p_1 + \frac{1}{\text{Re}} \left(2 \nabla(\eta \dot{\mathbf{D}}) - \nabla \left(\frac{2}{3} \eta - \zeta \right) \nabla \mathbf{U} \right) + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr} \Theta \text{Re}^2} (\rho - \rho_e) \mathbf{g} \quad (1.2)$$

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho(\mathbf{U} \nabla) T = -(\gamma_0 - 1) T \left(\frac{\partial p_e}{\partial T} \right)_\rho \nabla \mathbf{U} + \frac{\gamma_0}{\text{Re Pr}} \nabla(\lambda \nabla T) \quad (1.3)$$

$$p_e = p_e(\rho, T) \quad (1.4)$$

где $\rho, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{D}}, T$ – плотность, скорость, тензор скоростей деформации, температура газа; p_e, p_1 – термодинамическая и динамическая составляющие давления; ρ_e – равновесное значение плотности; \mathbf{g} – ускорение массовой силы; η, ζ, λ – коэффициенты динамической, объемной вязкости и теплопроводности. В качестве характерных масштабов использованы длина l' , скорость U' , время $l'U'$, скорость деформации U'/l' , ускорение силы тяжести Земли g' , плотность и температура ρ'_c и T'_c (критические значения), давление $B' \rho'_c T'_c$ и $\rho'_c U'^2$ (для термодинамической и динамической составляющих), коэффициенты теплопроводности λ'_0 , вязкости η'_0 и теплоемкость при постоянном давлении c'_{v0} , соответствующие совершенному газу (параметры совершенного газа отмечаются индексом 0).

Равновесные значения ρ_e и p_e характеризуют неподвижную стратифицированную среду; их изменение вдоль вектора силы тяжести в линейном приближении описывается соотношениями [17]

$$\rho_e = \rho^* \left(1 + \left(\frac{\partial \rho^*}{\partial p^*} \right)_{T^*} \varepsilon_g \mathbf{g}(\mathbf{r} - \mathbf{r}^*) \right), \quad p_e = p^* + \rho^* \varepsilon_g \mathbf{g}(\mathbf{r} - \mathbf{r}^*) \quad (1.5)$$

где индексом "*" отмечены граничные значения (значения в точке с радиус-вектором \mathbf{r}^*). Величины ρ^*, p^* вычисляются из интегральных балансов массы, энергии.

В системе (1.1)–(1.5) возникают следующие безразмерные комплексы:

$$\text{Re} = \frac{\rho'_c U' l'}{\eta'_0}, \quad \text{Ra} = \frac{\Theta' g' l'^3 \rho'^2 (c'_{v0} + B')}{T'_c \lambda'_0 \eta'_0}, \quad \text{Pr} = \frac{(c'_{v0} + B') \eta'_0}{\lambda'_0}$$

$$\Theta = \frac{\Theta'}{T'_c}, \quad \gamma_0 = 1 + \frac{B'}{c'_{v0}}, \quad \varepsilon_g = \frac{g' l'}{B' T'_c} \quad (1.6)$$

которые представляют соответственно числа Рейнольдса, Рэлея, Прандтля, характерный перепад температур, показатель адиабаты и параметр гидростатической сжимаемости.

В рассмотренных далее задачах плотность среды близка к критической (исследуется окрестность критической изохоры), поэтому характеристики жидкости зависят только от температурного параметра $\varepsilon = (T' - T'_c)/T'_c$. Вблизи критической точки коэффициент теплопроводности λ асимптотически растет и описывается степенной зависимостью [10]: $\lambda = 1 + \Lambda \varepsilon^{-\psi}$, коэффициент сдвиговой вязкости постоянен: $\eta = \text{const}$, а объемной вязкости равен нулю: $\zeta = 0$.

Физические свойства среды во многом определяются уравнением состояния, конкретный вид которого в системе (1.1)–(1.5) пока не задан. Совершенные газы, как известно, описываются уравнением $p = \rho T$, околокритические жидкости – различными уравнениями состояния [22], среди которых классическим является уравнение Ван-дер-Ваальса

$$p = \rho T / (1 - b\rho) - a\rho^2, \quad a = 9/8, \quad b = 1/3$$

Оно используется в данной работе. Когда вид уравнения состояния задан, то производные $(\partial p_e / \partial T)_\rho$ в уравнении энергии (1.3) и $(\partial \rho^* / \partial p^*)_{T^*}$ в уравнении стратификации плотности (1.5) известны и система (1.1)–(1.5) однозначно определена.

2. Постановка задачи и безразмерные комплексы околокритической среды. Рассматривается квадратная область, заполненная газом Ван-дер-Ваальса в поле массовой силы, направленной вертикально. В начальный момент среда находится в состоянии термодинамического равновесия: скорость равна нулю, температура постоянна: $T^* = 1 + \varepsilon^*$, плотность из-за стратификации меняется с высотой и на верхней поверхности имеет критическое значение $\rho^* = 1$. Температура левой границы возрастает по закону $T = T^* + k_{ht}$ в течение времени $t \in [0, \tau_h]$, затем фиксируется, так что на боковых границах создается постоянная разность температур Θ . На правой границе выполняется условие изотермичности, на горизонтальных границах – адиабатичности. В результате нагрева в системе развивается естественно-конвективное течение, которое со временем становится стационарным. Рассматриваются нестационарный режим в начале процесса и стационарный режим как предел нестационарного при установлении.

Выполняется моделирование двуокиси углерода CO_2 (критические параметры $T'_c = 304,15$ К, $\rho'_c = 0,468$ г/см³, $p'_c = 7,387$ МПа) в ячейке со стороной $l' = 1$ см. Левая граница нагревается в течение 10 с до разницы температур 0,1 К. Такие условия описываются безразмерными комплексами: $\text{Re} = 3,85 \cdot 10^4$, $\text{Pr} = 1$, $\Theta = 3,3 \cdot 10^{-4}$, $\gamma_0 = 1,4$, $\varepsilon_g = 2,86 \cdot 10^{-9}$, $\mathbf{g} = (0, -1)$, $\Lambda = 0,028$, $\psi = 0,74$, $\tau_h = 285$, где масштаб скорости – $U' = 28,5$ см/с, масштаб времени – $t' = 0,0351$ с. Константы Λ и ψ определены по экспериментальным данным для теплопроводности CO_2 [11]. Число Рэлея Ra , характеризующее интенсивность внешней массовой силы, и температурный параметр ε^* , описывающий близость к критической точке, варьируются: $\text{Ra} = 10\text{--}10^4$, $\varepsilon^* = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{--} 3,3 \cdot 10^{-1}$ (соответствует $T' - T'_c = 1\text{--}100$ К).

Интегрирование исходной системы осуществлялось численно с помощью неявного конечно-разностного метода на разнесенной сетке в естественных переменных [6]. Уравнения баланса импульса и энергии решались последовательно, давление находилось из уравнения Пуассона. Решение проводилось на прямоугольной неравномерной по горизонтали сетке 91×71 с уменьшением шага около боковых границ (коэффициент сгущения равен 10). Шаг интегрирования по времени Δt определялся из выражения $\Delta t = \text{Ku} h_{\min} \sqrt{\text{Fr}}$, где Ku – число Куранта, h_{\min} – минимальный пространственный шаг, $\text{Fr} = \text{Re}\Theta/\text{Re}^2/\text{Ra}$ – число Фруда, при значениях $\text{Ku} = 1\text{--}14$.

При приближении к критической точке действительные значения чисел Рэлея и Прандтля стремятся к бесконечности, а величины Ra и Pr , включающие параметры совершенного газа, не меняются и не отражают физическую картину в полном объеме. Поэтому целесообразно рассмотреть реальные числа Рэлея Ra_r и Прандтля Pr_r , в которых учитываются особенности поведения термодинамических параметров в

околокритической окрестности. Используем определения безразмерных комплексов $Ra_r = \Theta' \beta' g' l'^3 \rho'^2 c'_p / (\lambda' \eta')$, $Pr_r = c'_p \eta' / \lambda'$ и полагаем, что в них входят реальные значения коэффициента теплового расширения β' и теплоемкости при постоянном давлении c'_p , которые выражаются соотношениями [23]

$$\beta' = -\frac{1}{\rho'} \left(\frac{\partial \rho'}{\partial T'} \right)_{p'}, \quad c'_p = c'_v + \frac{T'}{\rho'^2} \left(\frac{\partial p'}{\partial T'} \right)_{p'} \left(\frac{\partial \rho'}{\partial p'} \right)_{T'} \quad (2.1)$$

и вблизи критической точки асимптотически расходятся, поскольку $(\partial \rho' / \partial T')_{p'} \rightarrow \infty$, $(\partial \rho' / \partial p')_{T'} \rightarrow \infty$. Преобразуя зависимости для Ra_r и Pr_r с учетом (2.1) и с использованием уравнения состояния Ван-дер-Ваальса, можно получить выражения для реальных безразмерных комплексов

$$Ra_r = \frac{2}{3} \varepsilon^{-1} \left(\frac{1}{\gamma_0} + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{1}{\lambda} Ra, \quad Pr_r = \left(\frac{1}{\gamma_0} + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{1}{\lambda} Pr \quad (2.2)$$

Хотя в исходной безразмерной системе уравнений используются величины Ra и Pr , которые не зависят от близости к критической точке, реально околокритическая среда характеризуется числами Ra_r и Pr_r , которые с уменьшением температурного параметра ε резко возрастают:

$$\varepsilon \rightarrow 0 (\psi < 1): Ra_r / Ra \sim \varepsilon^{\psi-2} \rightarrow \infty, \quad Pr_r / Pr \sim \varepsilon^{\psi-1} \rightarrow \infty$$

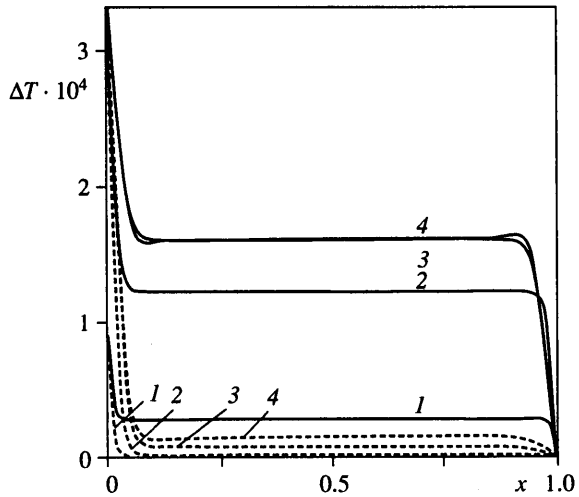
3. Характерные временные масштабы и интегральный тепловой баланс. Начиная с нагрева боковой поверхности до установления стационарного режима конвекции в околокритической среде можно выделить несколько характерных временных интервалов. На временах порядка τ_{pe} проявляется механизм теплопередачи, названный поршневым эффектом, который обеспечивает быстрое равномерное увеличение температуры внутри области [13–16]. В пограничном слое околокритическая жидкость нагревается от горячей поверхности и резко расширяется, поскольку коэффициент теплового расширения β' имеет аномально большие значения (при $\varepsilon \rightarrow 0$ $\beta' \sim \varepsilon^{-\gamma} \rightarrow \infty$; γ – критический индекс). Расширяясь, она как поршень толкает внутренние слои, которые сжимаются и нагреваются. Таким образом, быстрый нагрев жидкости внутри области связан с критическим возрастанием коэффициента β' . Чтобы понять, почему температура увеличивается равномерно, следует проанализировать уравнение сохранения энергии в следующей форме:

$$\frac{dT'}{dt'} = \frac{c'_p - c'_v}{c'_p} \left(\frac{dT'}{dp'} \right)_{p'} \frac{dp'}{dt'} + \frac{1}{\rho c'_p} \nabla (\lambda' \nabla T') \quad (3.1)$$

В околокритической среде теплоемкости c'_p и c'_v асимптотически растут, но c'_p увеличивается быстрее ($c'_p \sim \varepsilon^{-\gamma}$, $c'_v \sim \varepsilon^{-\alpha}$, $\gamma > \alpha$; в газе Ван-дер-Ваальса $\gamma = 1$, $\alpha = 0$), поэтому вклад первого члена в правой части (3.1) определяется отношением $(c'_p - c'_v) / c'_p \approx 1$, а вклад второго члена – коэффициентом тепловой диффузии $D' = \lambda' / \rho' c'_p \approx \varepsilon^{\gamma-\psi} \rightarrow 0$, так как $\gamma > \psi$. Если производная $\nabla (\lambda' \nabla T')$ не слишком велика (что справедливо вне погранслоев), а dp' / dt' не слишком мала, то вторым членом можно пренебречь. При этом рост температуры обусловлен ростом давления и происходит, как и увеличение давления, с постоянной по пространству производной. Следовательно, равномерность нагрева внутри области объясняется резким уменьшением коэффициента тепловой диффузии и адиабатическим сжатием жидкости.

На больших временах, когда течение близко к установившемуся и давление почти не меняется, вкладом диффузионного члена в (3.1) пренебречь нельзя. Диффузионный

Фиг. 1. Распределение относительной температуры ΔT в центральном горизонтальном сечении в газе Ван-дер-Ваальса (сплошные линии) и в совершенном газе (штриховые линии) в моменты времени $t' = 2,75, 10, 68,8, 137$ с (1-4)



теплоперенос с характерным временем τ_d происходит значительно медленнее, чем в совершенном газе, и определяет переход к стационарному режиму.

Используя выражение для τ_{pe} [13] и определение τ_d , затем преобразуя их с учетом (2.1), можно найти зависимости для характерных времен в газе Ван-дер-Ваальса

$$\tau_{pe} = \left(\frac{1}{\gamma_0(\gamma_0 - 1)^2} + \frac{1}{\gamma_0(\gamma_0 - 1)} \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon} \right) \varepsilon^2 \frac{1}{\lambda} \text{Re Pr}, \quad \tau_d = \left(\frac{1}{\gamma_0} + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{1}{\lambda} \text{Re Pr} \quad (3.2)$$

Вблизи критической точки $\tau_{pe} \rightarrow 0, \tau_d \rightarrow \infty$.

Другими временными масштабами являются время нагрева боковой поверхности τ_h и гидродинамическое время $\tau_v = \text{Re}$, обусловленное вязкостной релаксацией среды.

Тепловой баланс всей жидкости в области описывается уравнением, для получения которого проинтегрируем дифференциальное уравнение (1.3) по объему и времени; dv – элемент объема, $d\Gamma$ – элемент границы области, dw – приращение времени. После преобразований получим

$$\Delta E_0 = E_p + E_d, \quad \Delta E_0 = \int_V \rho(t)T(t)dv - \int_V \rho(0)T(0)dv$$

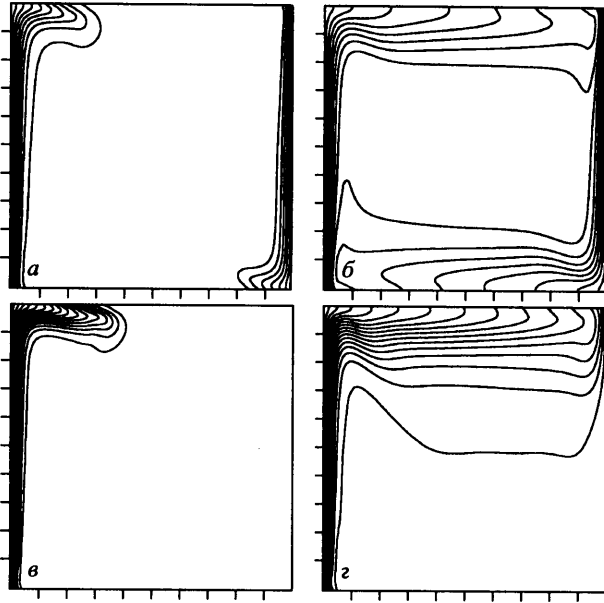
$$E_p = -(\gamma_0 - 1) \int_0^t \left\{ \int_V T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_p \nabla U dv \right\} dw, \quad E_d = \frac{\gamma_0}{\text{Re Pr}} \int_0^t \left\{ \int \lambda \nabla T d\Gamma \right\} dw \quad (3.3)$$

где ΔE_0 – функция, характеризующая изменение температуры в области, E_p – работа сил давления, E_d – приток тепла через границы.

В совершенном газе величина E_0 представляет собой внутреннюю энергию (с точностью до аддитивной постоянной), а в несовершенном газе – только ее часть ("температурное слагаемое"). Преобразуя термодинамическое соотношение [23] $de' = T'dS' + p'/\rho'^2 dp'$, где e' и S' – внутренняя энергия и энтропия единицы массы газа, получим выражение для внутренней энергии E всего газа в области в виде суммы двух слагаемых

$$\Delta E = \Delta E_0 + \Delta E_a, \quad \Delta E_a = (\gamma_0 - 1) \int_0^t \left\{ \int_V \left(T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_p - p \right) \nabla U dv \right\} dw \quad (3.4)$$

Слагаемое ΔE_a , описывающее работу сил давления при адиабатическом сжатии ("адиабатическое слагаемое"), в совершенном газе тождественно равно нулю, а в несовершенном газе имеет ненулевые значения.



Фиг. 2. Изотермы в газе Ван-дер-Ваальса (а, б) и в совершенном газе (в, з) в моменты времени $t' = 34,4$ (а, в), 137 с (б, з)

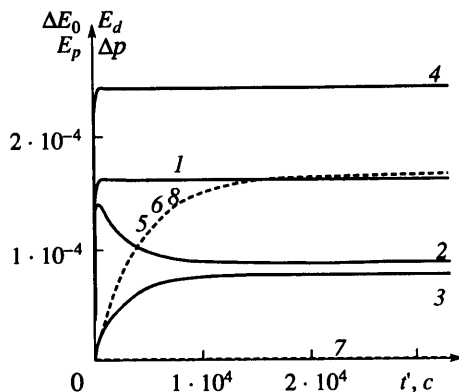
4. Начальная стадия теплопереноса. Было выполнено моделирование околоскритической жидкости с $\varepsilon^* = 3,3 \cdot 10^{-3}$, $Ra = 10^3$, $Pr = 1$. По (2.2) можно вычислить соответствующие реальные безразмерные комплексы и получить величины $Ra_r = 6,06 \cdot 10^6$, $Pr_r = 30,0$, которые на порядки превосходят значения Ra и Pr , использованные в исходных уравнениях. Именно реальные безразмерные комплексы характеризуют среду вблизи критической точки, поэтому для сравнения выполнено моделирование совершенного газа с этими величинами: $Ra = 6,06 \cdot 10^6$, $Pr = 30,0$.

Околоскритическая жидкость при выбранных параметрах имеет следующие временные масштабы (в размерных единицах): $\tau'_{pe} = 2,75$ с, $\tau'_h = 10$ с, $\tau'_v = 1,35 \cdot 10^3$ с, $\tau'_d = 4,04 \cdot 10^4$ с.

На фиг. 1, где показано распределение относительной температуры $\Delta T = T - T^*$ (изменения температуры относительно начальной) вдоль центральной горизонтали, видно, что теплообмен в околоскритической жидкости имеет качественные отличия. Он характеризуется быстрым и одинаковым увеличением температуры (везде, кроме погранслоев), т.е. наблюдается поршневой эффект. Во время, равное τ'_{pe} (фиг. 1, сплошная кривая 1), прирост температуры составляет около 0,32 разности температур на боковых границах, в момент окончания нагрева левой поверхности (кривая 2) – около 0,37, а к моменту времени $t' = 68,8$ с уже достигает предельного значения 0,5 (кривая 3), после чего незначительно меняется лишь в приграничных зонах из-за развивающихся конвективных потоков (кривая 4). Совершенный газ прогревается крайне медленно посредством тепловой диффузии.

На фиг. 2 представлены температурные поля (изотермы), позволяющие проанализировать динамику двух сред. В околоскритической жидкости быстрый прогрев области, обусловленный поршневым эффектом, приводит к образованию тепловых погранслоев около обеих боковых границ (фиг. 2, а). В этих зонах формируются два конвективных потока: около левой поверхности нагретая жидкость выталкивается вверх, около правой холодная жидкость опускается вниз. Затем две струи движутся вдоль горизонтальных границ, пока не достигнут угловых участков области и не

Фиг. 3. Характеристики интегрального теплового баланса ΔE_0 (1, 5), E_d (2, 6), E_p (3, 7) и относительное давление Δp (4, 8) в газе Ван-дер-Ваальса (сплошные линии) и в совершенном газе (штриховые линии)



затормозятся (фиг. 2, б), после чего осуществляется диффузионный теплоперенос сверху вниз до установления теплового и динамического полей. Интенсивность течения характеризуется максимальным модулем скорости $|U'|_{\max}$, который в рассмотренных вариантах имеет соответственно значения $3,95 \cdot 10^{-2}$; $3,30 \cdot 10^{-2}$ см/с.

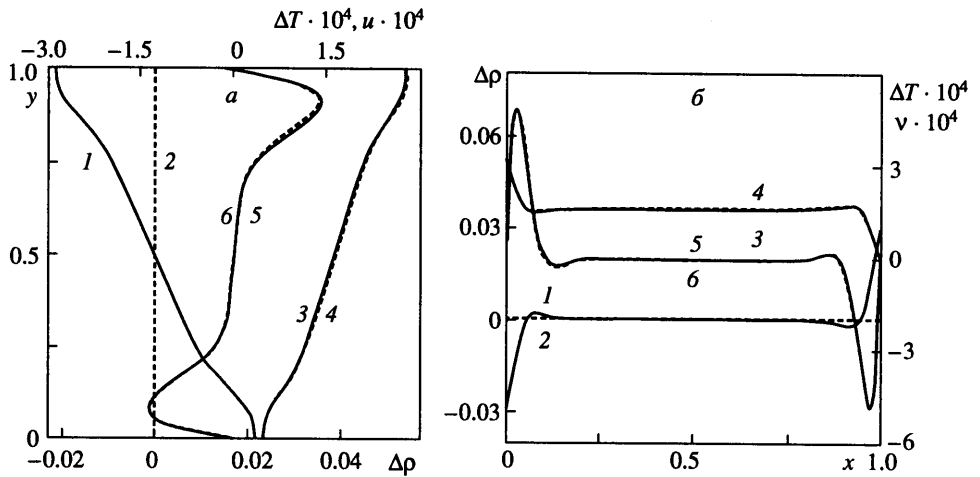
В совершенном газе картина течения иная и связана с другим механизмом теплопереноса внутри области, который происходит медленно и на начальных этапах сопровождается образованием заметного температурного пограничного слоя только около нагретой (левой) поверхности (фиг. 2, в). В результате формируется одноструйное конвективное течение, которое позднее охватывает верхнюю часть области (фиг. 2, г) и со временем также становится стационарным. Максимальная скорость в этом случае несколько меньше: $|U'|_{\max} = 2,96 \cdot 10^{-2}$; $2,24 \cdot 10^{-2}$ см/с. Динамика околоскритической жидкости в этом примере согласуется с полученной в [20], а совершенного газа — с описанной в [5] при больших числах Рейля.

Интегральные характеристики теплопереноса показаны на фиг. 3. В околоскритической жидкости температурная функция ΔE_0 растет быстро (кривая 1), поскольку поршневой эффект обеспечивает быстрый прогрев области, а общий тепловой поток через границы E_d (кривая 2) и суммарная работа сил давления E_p (кривая 3) меняются довольно медленно — за время порядка τ'_v — вместе с формированием развитого конвективного течения. Работа сил давления E_p становится со временем величиной, сравнимой с ΔE_0 , т.е. адиабатическое сжатие жидкости вносит заметный вклад в изменение ее температуры.

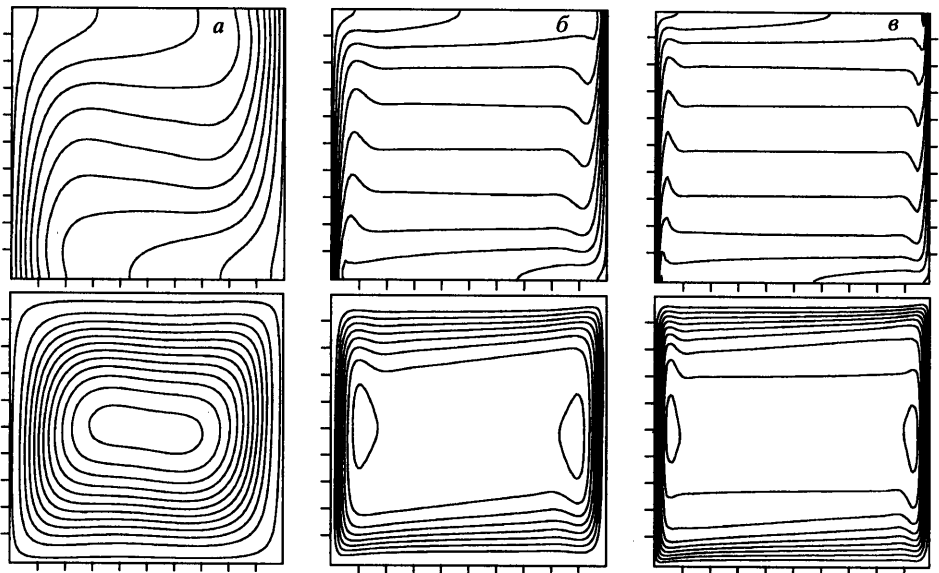
В совершенном газе рост температуры наблюдается на временах порядка τ'_v и обусловлен поступлением тепла через границы области — величины ΔE_0 (кривая 5) и E_d (кривая 6) совпадают на всем временном интервале; вклад работы сил давления E_p равен нулю (кривая 7). Вычисления показали, что в обеих моделях сплошной среды полная внутренняя энергия меняется в результате притока тепла через границы — кривые ΔE и E_d совпадают в обоих случаях.

На фиг. 3 даны также временные зависимости прироста давления по сравнению с начальной величиной $\Delta p = p - p^*$ (кривые 4, 8), которое меняется подобно температурной функции ΔE_0 (кривые 1, 5), хотя в совершенном газе кривые Δp и ΔE_0 совпадают, а в околоскритической жидкости различаются. Такая зависимость связана с уравнением состояния, которое для некоторых средних величин (при постоянной плотности) дает $\Delta p = k \Delta T$, $k = (\partial p / \partial T)_p$ со значением $k = 1$ в первом случае и $k = 3/2$ во втором. Температурная функция ΔE_0 при средней плотности, близкой к единице, практически совпадает с ΔT и поэтому растет подобно росту давления Δp .

5. Тепломассоперенос в стационарном течении. Стационарное течение получено как предел нестационарного при установлении решения; интегрирование исходных



Фиг. 4. Распределения относительной плотности $\Delta\rho$ (1, 2), относительной температуры ΔT (3, 4), u -компоненты (или v -компоненты) скорости (5, 6) в центральных вертикальном (а) и горизонтальном (б) сечениях в газе Ван-дер-Ваальса (сплошные линии) и в совершенном газе (штриховые линии)



Фиг. 5. Изотермы и линии тока при $Ra = 10^4$, $\epsilon^* = 3,3 \cdot 10^{-1}$ (а), $Ra = 10^3$, $\epsilon^* = 3,3 \cdot 10^{-3}$ (б), $Ra = 10^4$, $\epsilon^* = 3,3 \cdot 10^{-3}$ (в)

уравнений проводилось до времен порядка τ_d . Исследуются околокритическая жидкость и совершенный газ при значениях параметров из предыдущего примера (фиг. 1–3).

Различные характеристики стационарного течения показаны на фиг. 4. Изменения плотности по отношению к начальной $\Delta\rho = \rho - \rho_e$ (кривые 1, 2) в рассмотренных средах оказываются существенно различными. В околокритической жидкости из-за гиперсжимаемости плотность резко меняется вдоль вертикали (фиг. 4, а) и в тепловых

погранслоях около боковых границ (фиг. 4, б). Однако распределения относительной температуры $\Delta T = T - T^*$ и компоненты скорости в обоих случаях практически совпадают.

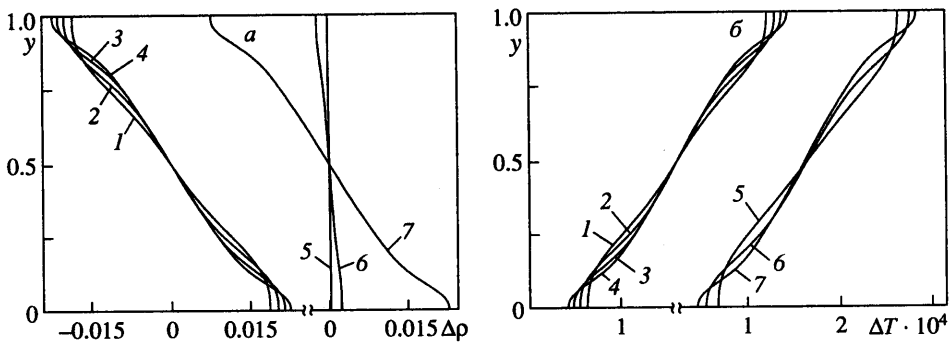
На фиг. 5 представлены изотермы и линии тока; линии тока построены по функции тока ϕ , которая вычислялась с помощью уравнения Пуассона

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial y}$$

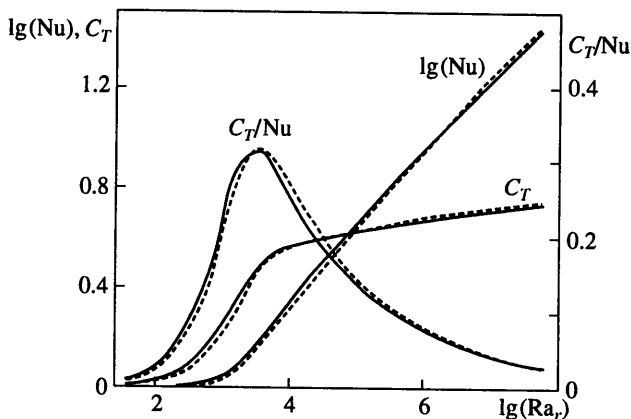
по известным значениям плотности и скорости. Результаты, полученные для обеих моделей среды, оказались одинаковыми, они показаны на фиг. 5, б. Интенсивность течения характеризуется величиной $|U|_{\max} = 1,41 \cdot 10^{-2}$ см/с. Таким образом, можно говорить об определенной аналогии в стационарном течении между околоскритической жидкостью и совершенным газом с параметрами, которые равны реальным параметрам среды вблизи критической точки. Эта аналогия распространяется только на тепловые и динамические поля, распределения плотности существенно различаются.

6. Параметрические исследования стационарного течения. Чтобы исследовать влияние массовой силы, проведена серия расчетов при $\epsilon^* = 3,3 \cdot 10^{-3}$ и $Ra = 10-10^4$. Получено, что в этих вариантах течение происходит в режиме пограничного слоя, при котором конвективный теплоперенос преобладает над диффузионным, хотя в совершенном газе при $Ra \leq 10^3$ наблюдается режим теплопроводности [3, 7, 8]. Это связано с тем, что в околоскритической среде значение реального числа Рэлея Ra_r , фактически определяющего картину процесса, многократно превосходит величину Ra . С увеличением числа Ra (а значит, и Ra_r) погранслои около вертикальных границ становятся более тонкими, около них формируются вторичные вихревые структуры сплюснутой формы. На фиг. 5, б, в представлены тепловые и динамические поля при $Ra = 10^3$ и 10^4 , что соответствует значениям $Ra_r = 6,06 \cdot 10^6$ и $6,06 \cdot 10^7$. Относительные плотность $\Delta \rho$ и температура ΔT в центральном вертикальном сечении, которые показаны на фиг. 6 (кривые 1-4), в исследованном диапазоне параметров мало меняются при вариации Ra .

Влияние близости к критической точке по температуре было исследовано при $Ra = 10^4$ и $\epsilon^* = 3,3 \cdot 10^{-1}, 3,3 \cdot 10^{-2}, 3,3 \cdot 10^{-3}$. При уменьшении температурного параметра ϵ^* в картине тепломассопереноса проявляются закономерности, аналогичные описанным выше при увеличении Ra (погранслои уменьшаются, формируются двухвихревые течения), что тоже объясняется возрастанием реального числа Рэлея Ra_r . На фиг. 5 продемонстрированы результаты моделирования при $\epsilon^* = 3,3 \cdot 10^{-1}$ (а)



Фиг. 6. Распределения относительной плотности $\Delta \rho$ (а) и относительной температуры ΔT (б) в центральном вертикальном сечении при $Ra = 10, 10^2, 10^3, 10^4$ (1-4) и при $\epsilon^* = 3,3 \cdot 10^{-1}, 3,3 \cdot 10^{-2}, 3,3 \cdot 10^{-3}$ (5-7)



Фиг. 7. Зависимость числа Нуссельта Nu , отношения температур C_T и приведенного отношения температур C_T/Nu от Ra_r в газе Ван-дер-Ваальса (сплошные линии) и в совершенном газе (штриховые линии)

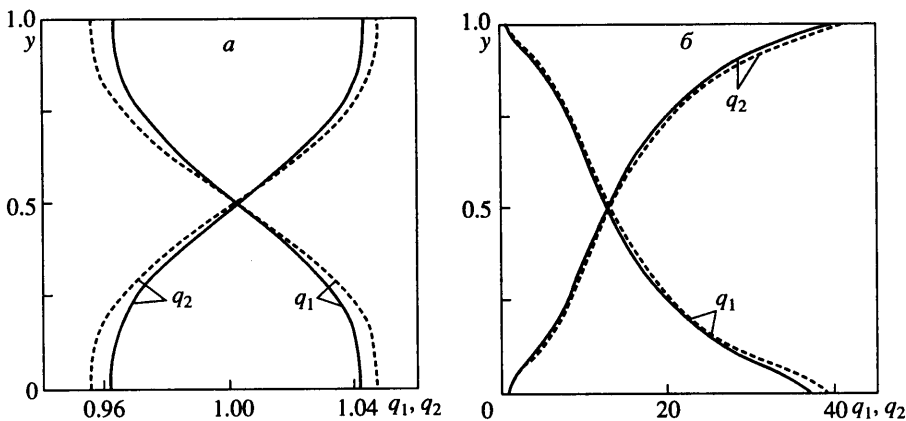
(соответствующее значение $Ra_r = 3,54 \cdot 10^4$) в сравнении с результатами, полученными при $\epsilon^* = 3,3 \cdot 10^{-3}$ (е). Фигура 6 (кривые 5–7) иллюстрирует вертикальные распределения плотности $\Delta\rho$ и температуры ΔT и показывает, что температурное расслоение слабо зависит от параметра ϵ^* . Однако из-за гиперсжимаемости изменения плотности с уменьшением ϵ^* резко возрастают.

Теплоперенос характеризуется числом Нуссельта на боковых границах

$$Nu = \frac{1}{j_s} \int_0^1 \lambda \frac{\partial T}{\partial x} dy$$

где j_s – тепловой поток в неподвижной среде (значения Nu на левой и правой границах в стационарном режиме совпадают), отношением максимальной разности температур в центральном вертикальном сечении к разности температур на боковых границах $C_T = \Delta T_{\max}/\Theta$ и приведенным отношением температур C_T/Nu . На фиг. 7 представлены эти величины в зависимости от значений Ra_r , рассчитанных по (2.2), в совершенном газе – от Ra . В совершенном газе при небольших числах Рэлея ($Ra < 10^3$) величина $lg(Nu)$ близка к нулю, а C_T и C_T/Nu существенно увеличиваются [3, 7, 8]. При больших числах Рэлея значение $lg(Nu)$ возрастает почти линейно, C_T меняется незначительно, а C_T/Nu , достигнув максимума, начинает уменьшаться. Такое изменение характера кривых объясняется переходом при числе $Ra_r \approx 3 \cdot 10^3$ от режима очень слабой конвекции, при которой теплоперенос внутри области осуществляется главным образом за счет теплопроводности, к режиму пограничного слоя, при котором перенос тепла в результате интенсивного конвективного перемешивания преобладает над диффузионным теплопереносом. Согласно фиг. 7, закономерности, характерные для совершенного газа, наблюдаются и в околокритической среде.

На фиг. 8 приведены распределения локальных тепловых потоков вдоль боковых границ $q_k(y) = 1/j_s \lambda \partial T / \partial x$, $k = 1, 2$, при очень слабой (а) и интенсивной (б) конвекции, полученные для двух моделей среды с одинаковыми реальными параметрами. Когда течение слабое, то теплоотдача в обоих случаях близка к теплоотдаче в неподвижной среде, однако на части поверхности она несколько больше, а на другой части даже несколько меньше, чем при чистой теплопроводности (фиг. 8, а). Эта зависимость в околокритической жидкости имеет существенные различия до 12% от случая совершенного газа [3, 8], что связано, вероятно, с ее большой сжимаемостью. Интенсивное течение в обоих средах существенно увеличивает потоки тепла от всех участков границы (фиг. 8, б); расхождение незначительное – в пределах 5%.



Фиг. 8. Распределения локальных тепловых потоков на горячей и холодной боковых границах q_1 и q_2 в газе Ван-дер-Ваальса (сплошные линии) с $Ra_r = 10^2$, $Pr_r = 30$ (а), $Ra_r = 6,06 \cdot 10^2$, $Pr_r = 30$ (б) и в совершенном газе (штриховые линии) со значениями Ra , Pr , равными Ra_r , Pr_r

Однако режим слабой конвекции в околокритической жидкости осуществляется редко, а в рассмотренной постановке при отклонении температуры от критической менее чем на 3 К не достигается даже на борту космических аппаратов с уровнем микрогравитации $10^{-5}g_e$ (g_e – ускорение силы тяжести Земли), так как в этих условиях $Ra_r > 10^4$.

Заключение. Поскольку числа Рэлея Ra и Прандтля Pr , входящие в модельную систему уравнений, фактически не характеризуют конвекцию околокритических жидкостей, то для анализа закономерностей теплопереноса в таких средах использованы реальные числа Рэлея Ra_r и Прандтля Pr_r , которые вблизи критической точки резко возрастают. Выражения для Ra_r и Pr_r получены на основе уравнения состояния Ван-дер-Ваальса.

Использование реальных критериев подобия позволило провести обоснованное сравнение с совершенным газом, параметры которого выбирались равными реальным параметрам околокритической жидкости. Получено, что на начальном нестационарном этапе теплопереноса поведение двух сред качественно различается и во многом определяется существованием поршневого эффекта в околокритической жидкости. Однако в стационарном течении обнаружено определенное подобие – тепловые и динамические поля практически совпадают, хотя поля плотности резко различаются (вблизи критической точки проявляется гиперсжимаемость).

Подобие характеристик стационарного переноса тепла найдено в широком диапазоне изменения числа Рэлея Ra и температурного параметра ε^* , хотя границы существования такой закономерности пока не определены. Остается неясным, можно ли околокритической среде с существенно переменными по пространству физическими свойствами (что характерно для более близкой окрестности критической точки), а значит, и с переменными значениями Ra_r и Pr_r , поставить в соответствие совершенный газ. В представленных вариантах свойства среды менялись по области незначительно (при параметрах фиг. 1–4, например, коэффициент λ менялся в 1,047 раза, β – в 1,048 раза, c_p – в 1,078 раза). Этот вопрос требует дальнейшего исследования.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 0001-00401).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *De Vahl Davis G., Jones I.P.* Natural convection in a square cavity – a comparison exercise // Intern. J. Numer. Meth. in Fluids. 1983. V. 3. P. 227–248.
2. *Полежаев В.И., Бунз А.В., Везуб Н.А. и др.* Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье–Стокса. М.: Наука, 1987. 271 с.
3. *Авдеевский В.С., Полежаев В.И.* Некоторые особенности естественной конвекции жидкостей и газов // Избранные проблемы прикладной механики. М.: ВИНТИ, 1974. С. 11–20.
4. *Chenoweth D.R., Paolucci S.* Natural convection in an enclosed vertical air layer with large horizontal temperature differences // J. Fluid Mech. 1986. V. 169. P. 173–210.
5. *Paolucci S.* Direct numerical simulation of two-dimensional turbulent natural convection in an enclosed cavity // J. Fluid Mech. 1990. V. 215. P. 229–262.
6. *Соболева Е.Б.* Моделирование естественной конвекции на основе уравнений Навье–Стокса в приближении дозвукового течения: Препринт № 602. М.: Ин-т пробл. механики РАН, 1997. 32 с.
7. *Полежаев В.И.* Численное решение системы двумерных нестационарных уравнений Навье–Стокса для сжимаемого газа в замкнутой области // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 2. С. 103–111.
8. *Полежаев В.И.* Численное исследование естественной конвекции жидкостей и газов // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. М.: Изд-во МГУ, 1971. Вып. 4. С. 86–180.
9. *Махвиладзе Г.М., Шербак С.Б.* Численный метод исследования нестационарных пространственных движений сжимаемого газа // Инж.-физ. журн. 1980. Т. 38. № 3. С. 528–537.
10. *Стенли Г.* Фазовые переходы и критические явления. М.: Мир, 1973. 416 с.
11. *Анисимов М.А.* Критические явления в жидкостях и жидких кристаллах. М.: Наука, 1987. 272 с.
12. *Moldover M.R.* Low-gravity experiments in critical phenomena // Opportunities for academic research in a low-gravity environment: Progr. Astronaut. and Aeronaut. 1986. V. 108. P. 57–79.
13. *Onuki A., Hao H., Ferrell R.A.* Fast adiabatic equilibration in a singlecomponent fluid near the liquid-vapor critical point // Phys. Rev. A. 1990. V. 41. № 4. P. 2256–2259.
14. *Zappoli B., Durand-Daubin A.* Heat and mass transport in a near supercritical fluid // Phys. Fluids. 1994. V. 6. № 5. P. 1929–1936.
15. *Ермаков М.К.* Теплообмен в сверхкритических жидкостях на основе одномерных уравнений Навье–Стокса // Мат. моделирование. 1997. Т. 9. № 12. С. 31–42.
16. *Zappoli B., Amiroudine S., Carles P., Ouazzani J.* Thermoacoustic and buoyancy-driven transport in a square side-heated cavity filled with a nearcritical fluid // J. Fluid Mech. 1996. V. 316. P. 53–72.
17. *Соболева Е.Б., Крюков И.А.* Моделирование околкритических явлений в гидродинамическом приближении с фильтрацией акустики: Препринт № 624. М.: Ин-т проб. механики РАН, 1998. 51 с.
18. *Полежаев В.И., Соболева Е.Б.* Тепловая гравитационная и вибрационная конвекция околкритического газа в условиях микрогравитации // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 3. С. 70–80.
19. *Соболева Е.Б.* О влиянии уравнения состояния на моделирование конвективного течения и теплопереноса в околкритических жидкостях // Теплофизика высоких температур. 2000. Т. 38. № 5. С. 1–7.
20. *Amiroudine S.* Modélisation numérique des phénomènes de transport de chaleur et de masse dans les fluides supercritiques // Pour obtenir le titre de docteur de l'université de la méditerranée. 1995. 185 p.
21. *Лалин Ю.В., Стрелец М.Х.* Внутренние течения газовых смесей. М.: Наука, 1989. 368 с.
22. *Уэйлес С.* Фазовые равновесия в химической технологии. Т. 1. М.: Мир, 1989. 302 с.
23. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1976. 584 с.

Москва

Поступила в редакцию
20.IV.2000