

УДК 532.51.013.4:536.25

© 2001 г. Р.В. БИРИХ, С.В. БУШУЕВА

## ТЕРМОКАПИЛЛЯРНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ С ДЕФОРМИРУЕМОЙ ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА

Исследовалась устойчивость равновесия системы, состоящей из двух плоских слоев несмешивающихся вязких жидкостей и находящейся в условиях невесомости. На деформируемой границе раздела сред действует сила поверхностного натяжения, линейно зависящая от температуры. Рассмотрены три модельные системы, возникновение неустойчивости в каждой из которых обусловлено конкретной асимметрией в свойствах жидкостей или толщине слоев. Обсуждаются условия возбуждения на поверхности раздела продольных термокапиллярных и поперечных капиллярных волн, поддерживаемых термокапиллярным эффектом.

Термокапиллярная неустойчивость равновесия слоев жидкости представляет интерес не только как фундаментальная физическая проблема, но и с точки зрения возможных технических приложений в условиях, когда другие механизмы возбуждения конвекции становятся несущественными. Так, в системе, состоящей из двух несмешивающихся слоев жидкостей, при наличии нормального к границе раздела градиента температуры кризис равновесия в невесомости связан именно с термокапиллярным эффектом [1–5]. В зависимости от соотношений параметров сред и толщины слоев неустойчивость носит монотонный или колебательный характер и может возникать при подогреве со стороны любой из жидкостей.

В недавней работе [6] в пределе больших значений числа Галилея, когда существенна длинноволновая гравитационная стабилизация возмущений, показано существование двух колебательных мод неустойчивости, связанных с деформацией поверхности. Первая мода представляет собой гравитационно-капиллярные волны, а дисперсионное соотношение второй содержит число Марангони, что указывает на термокапиллярную природу этих волн. Частота колебаний второй моды пропорциональна волновому числу, в то время как в невесомости подобные термокапиллярные колебания в области длинных волн имеют частоту, не зависящую от волнового числа [7].

В перечисленных выше работах приведены общие условия возникновения конвекции или же рассматриваются определенные пары жидкостей без анализа влияния отдельных параметров слоя на порог устойчивости и характер возникающих движений.

Предлагаемая работа посвящена изучению термокапиллярной неустойчивости в двухслойной системе с поперечным градиентом температуры, на деформируемой границе раздела сред которой присутствует нормальный термокапиллярный эффект. В целях систематизации обнаруживаемых колебательных режимов и для лучшего понимания их механизмов были исследованы различные модельные задачи, в которых за развитие неустойчивости в системе ответственна заданная асимметрия свойств: неодинаковая толщина слоев, разные вязкие или тепловые свойства жидкостей.

1. Рассмотрим систему, состоящую из двух несмешивающихся друг с другом несжимаемых вязких жидкостей, которые заполняют пространство между параллельными твердыми поверхностями, формируя два бесконечных слоя толщиной  $h_1$  и  $h_2$ . На внешних границах поддерживаются постоянные температуры  $\Theta_1$  и  $-\Theta_2$ , отсчитывае-

мые от температуры поверхности раздела сред. В невозмущенном состоянии обе жидкости неподвижны, градиент температуры в каждой из них постоянен и направлен нормально к плоской границе раздела.

Система координат выбрана таким образом, что оси  $x$  и  $y$  располагаются в плоскости равновесной поверхности раздела, а ось  $z$  перпендикулярна ей. Далее все величины с индексом 1 относятся к жидкости, заполняющей область  $-h_1 < z < 0$ , а величины с индексом 2 – к жидкости, заполняющей область  $0 < z < h_2$ .

В состоянии механического равновесия температура обеих жидкостей линейно зависит от поперечной координаты

$$T_{0,n} = -\frac{\Theta_n}{h_n} z = -A_n z, \quad n = 1, 2; \quad \kappa_1 A_1 = \kappa_2 A_2$$

Последнее соотношение вытекает из условия непрерывности теплового потока на границе раздела сред.

Линеаризованная система уравнений для малых возмущений равновесия в традиционных обозначениях для каждой жидкости имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_n} \nabla p + \nu_n \Delta \mathbf{v}, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = A_n (\mathbf{v} \mathbf{n}) + \chi_n \Delta T$$

Здесь  $\mathbf{n}$  – единичный вектор нормали к невозмущенной поверхности раздела, направленный из "первой" жидкости во "вторую".

На твердых изотермических внешних границах

$$z = -h_1, h_2: \quad \mathbf{v} = 0, \quad T = 0 \quad (1.2)$$

На границе раздела сред  $z = \zeta(x, y, t)$  действует сила поверхностного натяжения, причем коэффициент поверхностного натяжения линейно зависит от температуры:  $\sigma = \sigma_0 - \gamma T$ . Учитывая малость возмущений, получаем

$$z = 0: \quad v_{z,1} = v_{z,2} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}, \quad v_{x,1} = v_{x,2}, \quad v_{y,1} = v_{y,2} \quad (1.3)$$

$$2\eta_1 \frac{\partial v_{z,1}}{\partial z} - 2\eta_2 \frac{\partial v_{z,2}}{\partial z} + p_2 - p_1 = \sigma_0 \Delta_1 \zeta$$

$$T_1 - A_1 \zeta = T_2 - A_2 \zeta, \quad \kappa_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = \kappa_2 \frac{\partial T_2}{\partial z}$$

$$\eta_1 \left( \Delta_1 v_{z,1} - \frac{\partial^2 v_{z,1}}{\partial z^2} \right) - \eta_2 \left( \Delta_2 v_{z,2} - \frac{\partial^2 v_{z,2}}{\partial z^2} \right) = -\gamma \Delta_1 (T_1 - A_1 \zeta)$$

$$\Delta_1 f \equiv \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Для перехода к безразмерным величинам (они отмечены звездочкой) используются суммарные параметры системы

$$f_n^* = \frac{f_n}{f}, \quad f = f_1 + f_2 \quad (f = \Theta, h, \nu, \eta, \chi, \kappa), \quad \rho_n^* = \frac{\eta}{\nu}$$

Численные значения безразмерных характеристик среды (кроме  $\rho_n^*$ ) и толщины слоя могут меняться в пределах от 0 до 1.

Выберем в качестве единиц измерения расстояния –  $h$ , времени –  $h^2/\nu$ , скорости –  $\nu/h$ , температуры –  $\Theta$ . Рассматривая нормальные возмущения, зависящие от времени и координат  $x$  и  $y$  по закону  $\exp[i(-\omega t + k_x x + k_y y)]$ , из системы (1.1)–(1.3) получаем для безразмерных амплитуд возмущений температуры  $\theta$ ,  $z$ -компоненты скорости  $v$  и деформации поверхности раздела  $\xi$  краевую задачу (знак звездочка у безразмерных величин здесь и далее опускается)

$$-i\omega(v'' - k^2 v) = \nu_n (v^{IV} - 2k^2 v'' + k^4 v) \quad (1.4)$$

$$-i\omega\theta = \text{Pr}^{-1} \chi_n (\theta'' - k^2 \theta) + a_n \nu, \quad k^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (1.5)$$

$$z = -h_1: v_1 = v_1' = \theta_1 = 0 \quad (1.5)$$

$$z = h_2: v_2 = v_2' = \theta_2 = 0 \quad (1.6)$$

$$z = 0: v_1 = v_2 = -i\omega\xi, \quad v_1' = v_2' \quad (1.7)$$

$$\eta_1 (v_1''' - 3k^2 v_1') - \eta_2 (v_2''' - 3k^2 v_2') + i\omega\rho_1 v_1' - i\omega\rho_2 v_2' = \text{Ca} k^4 \xi$$

$$\theta_1 - a_1 \xi = \theta_2 - a_2 \xi, \quad \kappa_1 \theta_1' = \kappa_2 \theta_2'$$

$$\eta_1 (v_1'' + k^2 v_1) - \eta_2 (v_2'' + k^2 v_2) = -k^2 \text{Pr}^{-1} \text{Ma} (\theta_1 - a_1 \xi)$$

$$a_1 = \frac{\kappa_2}{h_1 \kappa_2 + h_2 \kappa_1}, \quad a_2 = \frac{\kappa_1}{h_1 \kappa_2 + h_2 \kappa_1}$$

Задача (1.4)–(1.7) содержит три независимых безразмерных параметра

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\chi}, \quad \text{Ma} = \frac{\gamma\Theta h}{\eta\chi}, \quad \text{Ca} = \frac{\sigma_0 h}{\eta\nu}$$

Число Марангони  $\text{Ma}$  задает интенсивность термокапиллярного воздействия на границе раздела, а капиллярный параметр  $\text{Ca}$  характеризует способность границы к деформации под воздействием вязких сил. Плоской недеформируемой поверхности раздела соответствует бесконечно большое значение  $\text{Ca}$ . Поскольку знак  $\text{Ma}$  совпадает со знаком  $\Theta_1$ , положительные числа Марангони означают подогрев со стороны "первого" слоя, а его отрицательные значения – подогрев со стороны "второго" слоя жидкости.

При условии неравенства единице числа Прандтля каждой жидкости и  $\omega \neq 0$  общее решение уравнений запишем в виде

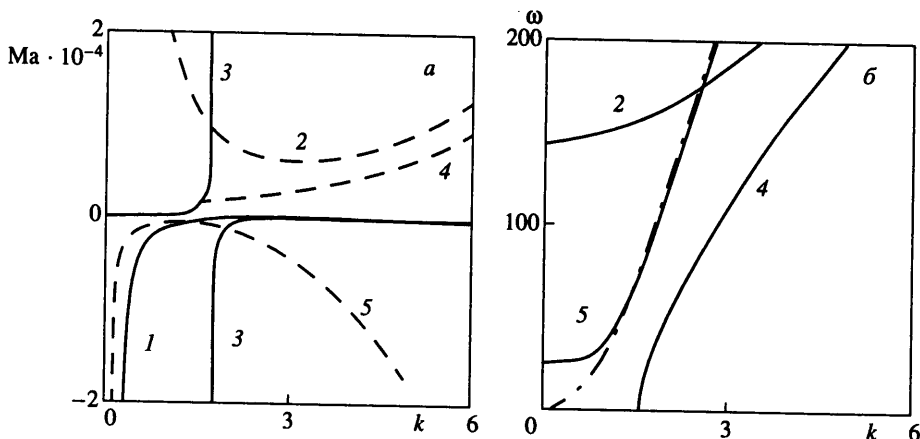
$$v_n = c_{1n} e^{b_n z} + c_{2n} e^{-b_n z} + c_{3n} e^{kz} + c_{4n} e^{-kz}$$

$$\theta_n = \frac{a_n \nu_n \text{Pr} (c_{1n} e^{b_n z} + c_{2n} e^{-b_n z})}{i\omega(\chi_n - \nu_n \text{Pr})} - \frac{a_n (c_{3n} e^{kz} + c_{4n} e^{-kz})}{i\omega} + c_{5n} e^{q_n z} + c_{6n} e^{-q_n z}$$

$$b_n = \left( k^2 - \frac{i\omega}{\nu_n} \right)^{1/2}, \quad q_n = \left( k^2 - \frac{i\omega \text{Pr}}{\chi_n} \right)^{1/2}$$

Подстановка его в граничные условия (1.5)–(1.7) приводит к системе линейных уравнений для коэффициентов  $c_{jn}$  и амплитуды  $\xi$ , условие разрешимости которой позволяет вычислить критическое число Марангони при заданном волновом числе и остальных безразмерных характеристиках.

Анализ механизмов неустойчивости сильно осложняется наличием в задаче в полной ее постановке довольно большого числа независимых параметров, каждый из которых вносит свой вклад в развитие неустойчивости в системе. В такой ситуации оказывается полезным выделить частные случаи, в которых появление неустойчивости связано с каким-то определенным нарушением симметрии свойств двух слоев.



Фиг. 1. Нейтральные кривые (а) монотонной (сплошные линии) и колебательной (штриховые линии) неустойчивости и кривые дисперсионных соотношений (б) (штрихпунктирная линия – капиллярные волны на границе раздела двух идеальных жидкостей) для системы с  $Pt = 0,1$ ,  $h_1 = 0,3$  и одинаковыми свойствами сред. Кривые 1 и 2 соответствуют плоской недеформируемой границе раздела, 3–5 –  $Ca = 5000$

2. Рассмотрим систему с одинаковыми физическими свойствами обеих жидкостей, что соответствует значению 0,5 для всех безразмерных характеристик сред. Потеря устойчивости равновесия системы в этом случае может быть обусловлена только неодинаковой толщиной слоев. Считаем, что  $h_1 < h_2$  и, следовательно,  $0 \leq h_1 < 0,5$ .

В случае плоской недеформируемой границы раздела тип неустойчивости определяется условиями подогрева со стороны толстого слоя, в котором может развиваться более интенсивное движение жидкости. Поэтому монотонная мода (кривая 1 на фиг. 1, а) всегда наблюдается при подогреве со стороны толстого слоя, а колебательная (кривая 2) – при охлаждении с его стороны. Для появления колебаний в рассматриваемой системе важно именно ее двухслойное строение, поскольку в однослойной системе с плоской свободной поверхностью колебательная термокапиллярная неустойчивость не обнаружена [8]. Продольные термокапиллярные волны возникают лишь при условии определенной согласованности в движении обеих жидкостей [9, 10]. Дисперсионная кривая таких волн имеет характерную особенность: в длинноволновой области частота колебаний не зависит от длины волны (кривая 2 на фиг. 1, б).

С учетом деформации границы при подогреве со стороны тонкого слоя появляется новая монотонная мода (левая ветвь кривой 3 на фиг. 1, а), обусловленная наклоном границы раздела при ее деформации по отношению к изотермам основного поля температур, что приводит к появлению дополнительной неоднородности температуры на этой поверхности. Длинноволновая неустойчивость развивается при сколько угодно малом поперечном градиенте температуры. В реальных системах значения длины волны ограничены продольными размерами слоя и монотонная неустойчивость будет возникать, возможно, при малой, но все же конечной разнице температур между внешними границами.

Существовавшая в системе с плоской границей колебательная мода, как и пирсоновская монотонная неустойчивость, сдвигаются в коротковолновую область (кривая 4 и правая ветвь кривой 3 на фиг. 1). При этом колебательная мода теперь "отцепляется" от нейтральной кривой новой монотонной неустойчивости.

При деформации границы термокапиллярная колебательная неустойчивость может также возникать из-за появления дополнительного продольного градиента температуры на искривленных по отношению к изотермам основного температурного

поля участках поверхности раздела. Эта неустойчивость обнаружена при подогреве системы с любой стороны, но всегда характеризуется очень высоким критическим значением числа Марангони и на фиг. 1 не изображена.

Еще одна ветвь 5 колебательной неустойчивости появляется при подогреве со стороны толстого слоя. Дисперсионное соотношение при  $k > 1,5$  для этой моды хорошо описывается формулой

$$\omega^2 = \frac{k^3 Ca}{\rho_1 \operatorname{cth}(kh_1) + \rho_2 \operatorname{cth}(kh_2)} \quad (2.1)$$

которая определяет зависимость  $\omega(k)$  для капиллярных волн на поверхности раздела двух идеальных несжимаемых изотермических жидкостей с аналогичными параметрами (штрихпунктирная линия на фиг. 1, б). В вязкой жидкости такие волны должны затухать, однако термокапиллярные силы, появляющиеся на границе раздела при ее изгибе, поддерживают колебания. При меньших значениях  $k$  кривая дисперсионного соотношения отходит от кривой, описываемой зависимостью (2.1), и имеет вид, характерный для термокапиллярной колебательной неустойчивости. Термокапиллярные волны отличаются слабой деформацией поверхности раздела и преимущественно продольным движением жидкости в слоях [7].

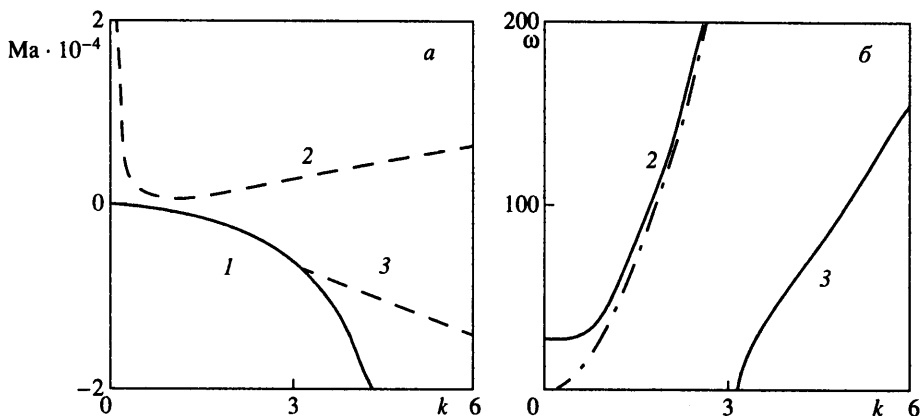
На используемое для обсуждения значение  $h_1 = 0,3$  приходится самое низкое значение минимального критического числа Марангони, соответствующего наименьшей разнице температур твердых границ, при которой возникает неустойчивость для мод 3 (правая ветвь) и 5. При выбранном значении  $Ca$  самой низкой устойчивостью для ветви 4 обладает система с  $h_1 \approx 0,1$  и  $Pr \approx 0,2$ . С ростом числа Прандтля и капиллярного параметра устойчивость к колебательным возмущениям при  $Ma < 0$  повышается, асимптота ветвей монотонной неустойчивости сдвигается в длинноволновую область.

При подогреве со стороны толстого слоя на плоскости  $(Ca, Pr)$  можно провести кривую, ниже которой лежит область параметров, где опаснее колебательная капиллярная мода, а выше – область, где опаснее пирсоновская монотонная мода. Для  $h_1 = 0,3$  такая кривая хорошо аппроксимируется зависимостью  $Pr = 11 Ca^{-0,614}$ , при изменении  $h_1$  ее вид меняется незначительно.

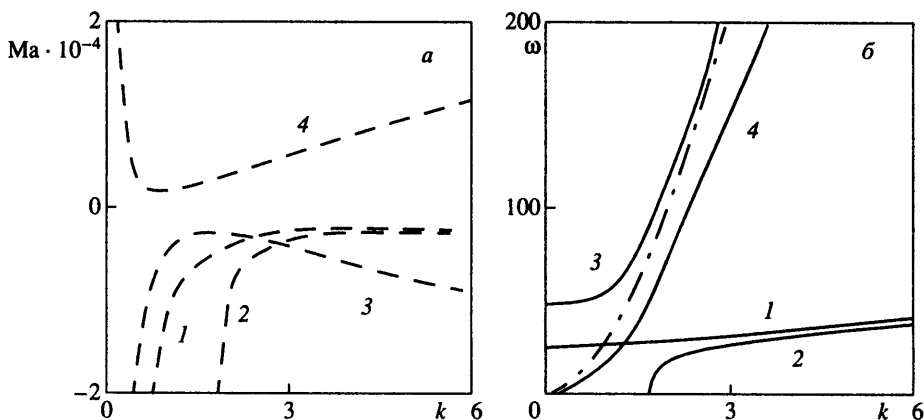
3. Рассмотрим геометрически симметричную двухслойную систему ( $h_1 = h_2 = 0,5$ ) с одинаковыми тепловыми свойствами жидкостей, но с разными значениями коэффициентов кинематической и динамической вязкости.

В двухслойных системах с плоской недеформируемой границей раздела возникновение стационарной конвекции вследствие термокапиллярного эффекта может быть обусловлено либо неодинаковой толщиной слоев, либо различием в коэффициентах температуропроводности жидкостей [2]. Поэтому в отсутствие деформации границы в исследуемой системе монотонной моды не существует. Однако при подогреве со стороны слоя с большим значением коэффициента кинематической вязкости обнаружена термокапиллярная колебательная неустойчивость. Коэффициенты динамической вязкости сред также оказывают влияние на рост возмущений в системе, но в отличие от  $\nu$  их неравенство не может являться причиной потери устойчивости.

При учете деформации границы раздела появление неустойчивости в системе может быть обусловлено также неодинаковыми значениями коэффициентов динамической вязкости жидкостей. В системе с  $\nu_1 = \nu_2$  при подогреве со стороны слоя с большим  $\eta$  появляется абсолютная монотонная неустойчивость (кривая 1 на фиг. 2). Колебания в системе возможны при подогреве с любой стороны. Анализ дисперсионных соотношений показал, что в области средних и коротких волн колебательный режим, возникающий при подогреве со стороны слоя с меньшим значением коэффициента динамической вязкости, при больших значениях  $Ca$  можно отнести к капиллярному типу (кривая 2). При подогреве с другой стороны (кривая 3) дисперсионное



Фиг. 2. Те же кривые, что и на фиг. 1, для системы с  $h_1 = h_2$ ,  $\eta_1 = 0,3$  (остальные параметры сред одинаковы) и  $Ca = 5000$



Фиг. 3. Те же кривые, что и на фиг. 1, для системы с  $h_1 = h_2$  и  $\nu_1 = 0,3$ . Кривая 1 соответствует плоской недеформируемой границе раздела, 2-4 -  $Ca = 5000$

соотношение становится близким к зависимости  $\omega(k)$  для капиллярных волн при малых значениях  $Ca$ . С увеличением  $\eta_1$ ,  $Pg$  и капиллярного параметра устойчивость системы к колебательным возмущениям повышается.

В системе с  $\eta_1 = \eta_2$  и разными  $\nu$  колебательная ветвь 1 на фиг. 3 относится к случаю плоской недеформируемой границы раздела. Для любого значения числа Прандтля самый низкий порог устойчивости здесь будет соответствовать  $\nu_1 \rightarrow 0$ . Эта мода существует и в системе с деформируемой поверхностью раздела (кривая 2) в области средних и коротких волн. Кроме того, возможность деформации границы приводит к появлению еще двух ветвей колебательной неустойчивости. Вид кривой дисперсионного соотношения моды 3 говорит о ее принадлежности к капиллярному типу при  $k > 1$  и больших значениях капиллярного параметра.

Колебания, возбуждаемые при подогреве со стороны слоя с меньшим значением коэффициента кинематической вязкости, имеют характерную для капиллярных волн зависимость  $\omega(k)$  при любых значениях  $Ca$  и волнового числа (кривая 4). С ростом числа Прандтля нейтральные кривые 3 и 4 деформируются и при некотором значении  $Pg$  (для системы с указанными выше параметрами  $Pg \approx 6$ ) происходит их разрыв при  $k \approx 1$ . В результате этого образуются четыре колебательные ветви и область

волновых чисел, в которой колебания отсутствуют. Значения  $Rg$  и  $k$ , соответствующие такому переходу, растут с уменьшением  $v_1$  и  $Ca$ , и в пределе  $Ca \rightarrow 0$  разрыв кривых не происходит.

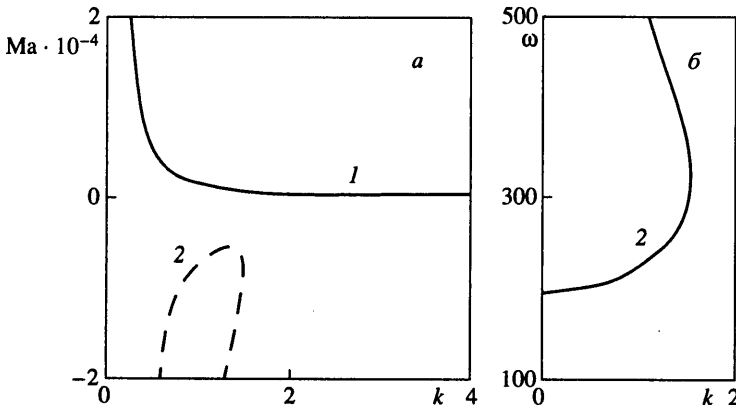
4. Пусть жидкости, образующие слой одинаковой толщины, отличаются друг от друга только тепловыми свойствами. Тип неустойчивости равновесия определяется тогда условиями подогрева со стороны слоя с меньшим значением коэффициента теплопроводности, в котором тепловые возмущения затухают медленнее. Появление монотонной моды наблюдается при подогреве со стороны слоя с меньшим  $\chi$  (кривая 1 на фиг. 4), а колебания возникают при охлаждении системы с этой стороны (кривая 2). Коэффициенты теплопроводности жидкостей также оказывают влияние на рост возмущений в системе, но при  $\chi_1 = \chi_2$  вне зависимости от значений  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$  наблюдается абсолютная устойчивость равновесия системы.

Если коэффициенты теплопроводности жидкостей сильно отличаются друг от друга, то монотонная неустойчивость существует даже при небольших поперечных градиентах температуры соответствующего направления и в пределе  $\chi \rightarrow 0$  для одного из слоев при наличии сколько угодно слабого подогрева с его стороны всегда будет возникать конвективное движение. Самой низкой устойчивостью к монотонным возмущениям обладает система с  $\kappa_1 = \kappa_2$ .

Колебательная неустойчивость в рассматриваемой двухслойной системе возникает при значительно более высоких числах Марангони, чем монотонная. Этот факт может объясняться более активным процессом диссипации в колебательном режиме. Самой низкой устойчивостью обладают системы с большой разницей в коэффициентах теплопроводности жидкостей. Однако при стремлении одного из  $\chi$  к нулю, как и при равенстве  $\chi_1$  и  $\chi_2$ , все колебательные возмущения в слое затухают. Различие в коэффициентах теплопроводности сред теперь не всегда означает повышение устойчивости равновесия слоя по сравнению со случаем, когда  $\kappa_1 = \kappa_2$ , и меньшее критическое число Марангони для заданного  $\chi_1$  приходится на значение  $\kappa_1 \neq 0,5$ .

Самой низкой устойчивостью к колебательным возмущениям обладает система с  $\chi_1 \approx 0,1$ ,  $\kappa_1 \approx 0,4$  и  $Rg \approx 0,4$ , и при любом значении числа Прандтля  $\chi_1 \approx 0,1$  будет отвечать наименьшему значению критического числа Марангони. При фиксированном коэффициенте теплопроводности значение  $Rg$ , соответствующее минимуму устойчивости, будет понижаться с повышением  $\chi_1$ .

В отличие от систем с асимметрией в толщине слоев или в вязкостях сред двухслойная система с неодинаковыми тепловыми свойствами жидкостей оказывается нечувствительной к возможности деформации границы раздела. В слоях с плоской и деформируемой поверхностью раздела сред развитие неустойчивости происходит одинаково.



Фиг. 4. Те же кривые, что и на фиг. 1, для системы с  $h_1 = h_2$  и  $\chi_1 = 0,3$

**Заключение.** В двухслойной системе с деформируемой границей раздела можно выделить два типа колебательной неустойчивости: термокапиллярные волны и капиллярные волны, поддерживаемые термокапиллярным эффектом. Колебания, которые можно классифицировать как капиллярные, могут быть обусловлены геометрической асимметрией системы или неодинаковостью вязких свойств жидкостей и возникают в области средних и коротких волн. В длинноволновой области кривые дисперсионных соотношений этих мод имеют вид, характерный для термокапиллярных волн, когда частота колебаний не зависит от волнового числа при малых его значениях. Единственной колебательной неустойчивостью, являющейся капиллярной при любых значениях длины волны, оказалась та, что возникает при подогреве со стороны слоя с меньшим коэффициентом кинематической вязкости.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 0001 00614).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sternling C.V., Scriven L.E.* Interfacial turbulence: hydrodynamic instability and the Marangoni effect // *AIChE Journal*. 1959. V. 5. № 4. P. 514–523.
2. *Smith K.A.* On convective instability induced by surface-tension gradients // *J. Fluid Mech.* 1966. V. 24. Pt 2. P. 401–414.
3. *Непомнящий А.А., Симановский И.Б.* О колебательной конвективной неустойчивости равновесия двухслойных систем при наличии термокапиллярного эффекта // *ПМТФ*. 1985. № 1. С. 62–65.
4. *Zeren R.W., Reynolds W.C.* Thermal instabilities in two-fluid horizontal layers // *J. Fluid Mech.* 1972. V. 53. Pt 2. P. 305–327.
5. *Jing C., Sato T., Imaishi N.* Thermal Rayleigh – Marangoni instability in two-liquid layer // *Microgravity Sci. Technol.* 1997. V. 10. № 1. P. 21–28.
6. *Rednikov A.Ye., Colinet P., Velarde M.G., Legros J.C.* Two-layer Benard – Marangoni instability and the limit of transverse and longitudinal waves // *Phys. Rev. E*. 1998. V. 57. № 3. P. 2872–2884.
7. *Бирух П.В., Рудаков П.Н.* Термокапиллярная неустойчивость деформируемой жидкой пленки // *Изв. РАН. МЖГ*. 1996. № 5. С. 30–36.
8. *Рябицкий Е.А.* Термокапиллярная неустойчивость равновесия плоского слоя при наличии вертикального градиента температуры // *Изв. РАН. МЖГ*. 1992. № 3. С. 19–23.
9. *Birikh R.V., Briskman V.A., Rudakov R.N., Velarde M.G.* Influence of a high-frequency vibration on the Marangoni instability of two-layer system // *Proc. 10th Europ. and 6th Russian Symp. on Phys. Sciences in Microgravity*. St. Petersburg, Russia, 1997. Moscow: Inst. Probl. Mech. RAS. 1997. V. 1. P. 205–212.
10. *Бирух П.В., Рудаков П.Н.* Механизм термокапиллярных колебаний в системе с границей раздела // *Вибрационные эффекты в гидродинамике*. Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 1998. С. 38–48.

Пермь

Поступила в редакцию  
27.VI.2000