

УДК 532.5.013.2:531.36

© 2001 г. В.А. ЕРОШИН, Д.В. ЗЫРЯНОВ, В.А. САМСОНОВ

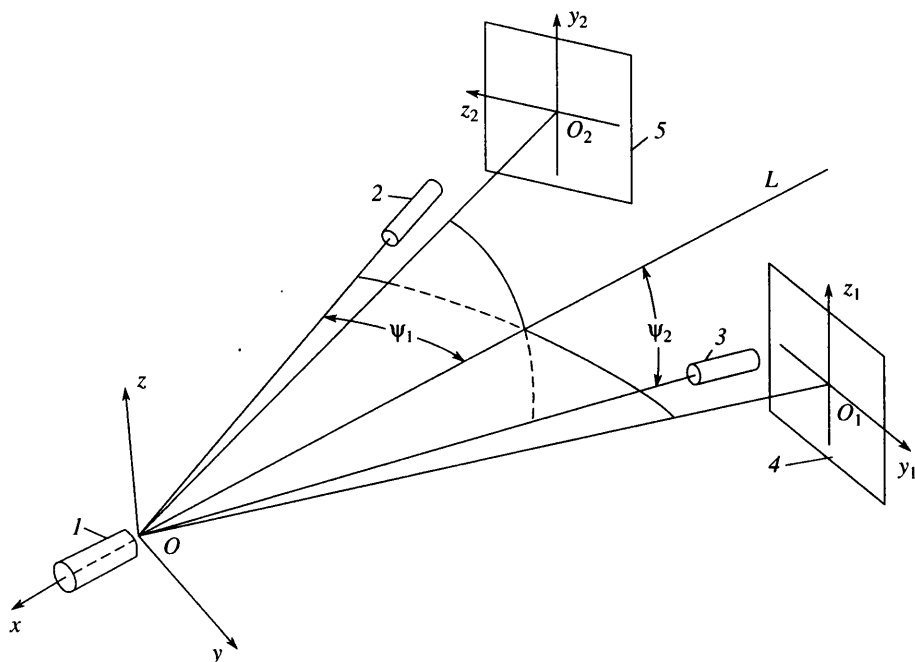
ДВУХЛУЧЕВАЯ СИСТЕМА РЕГИСТРАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ПРИ ВХОДЕ В ВОДУ

Описана методика определения ориентации оси летящего тела с помощью двух лазерных лучей, отражающихся от плоской задней зеркальной поверхности тела. При этом также определяются две проекции угловой скорости тела. Приводятся опытные данные по входу в воду цилиндрических моделей под углом 15° к свободной поверхности, дана оценка погрешности.

В [1, 2] приведена методика определения углов ориентации и угловой скорости свободно летящих тел при входе в воду с большой скоростью. При этом осциллограммы, описываемые на экране следящим лучом лазера, отраженным от зеркального торца, и устанавливающие соответствие между направлением вектора нормали к торцу и положением луча лазера на экране при переходе тела с воздушной части траектории на подводную, позволяют находить угол поворота и угловую скорость. В ряде случаев эта методика позволила получить новые интересные результаты. Тем не менее предположение о том, что движение тела при пересечении свободной поверхности жидкости является плоским, используемое в методике, ограничивало класс движений, представляющих практический интерес. Для того чтобы освободиться от этого предположения, в данной работе слежение за моделью ведется одновременно двумя лазерными лучами, расположенными в двух взаимно перпендикулярных плоскостях [3, 4]. Это позволяет не только уточнить ориентацию оси тела и величину ранее измерявшейся компоненты угловой скорости, но и получить вторую, неизвестную прежде (третья, соответствующая вращению тела вокруг продольной оси, при разгоне в гладкоствольных установках предполагается равной нулю). Именно возможность вычисления угловой скорости отличает предлагаемую методику от методики [5].

1. Методика регистрации. Параметры движения тел, как правило, отличаются от расчетных, и эти отклонения необходимо уметь измерять. Особую сложность и остроту эта проблема приобретает при описании движения тел в сильно неоднородных средах, когда за малый промежуток времени происходит резкое изменение кинематических параметров. Ниже речь пойдет об измерении углов ориентации продольной оси тела l при его движении в окрестности некоторой точки O номинальной траектории L , описываемой центром зеркала, находящегося на заднем плоском торце тела (фиг. 1). Для описания схемы измерения введем прямоугольную декартову систему координат с центром в точке O , ось x направим вдоль L в сторону движения, ось y – горизонтально, ось z дополняет их до правой тройки.

Для слежения за телом воспользуемся двумя лучами лазеров. Пусть один из лучей 2, в дальнейшем называемый боковым, расположен в плоскости xy . Он проходит через начало координат O и образует с осью x угол ψ_1 . На некотором расстоянии от точки O тело с зеркальным торцом, летящее со скоростью V_0 , входит в зону измерения, луч 2 попадает на зеркало и отражается на полупрозрачный экран 4, плоскость



Фиг. 1. Схема измерений

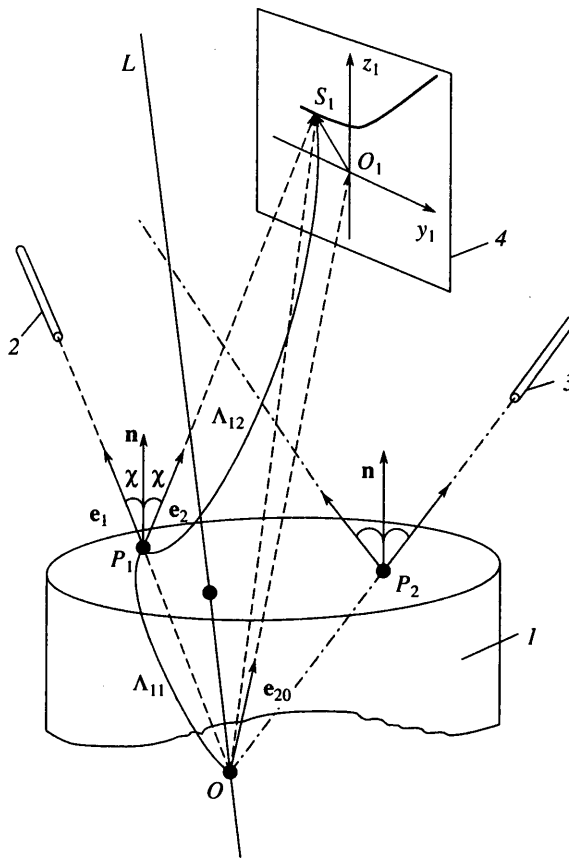
которого ортогональна плоскости xu и повернута относительно оси z по отношению к плоскости yz на угол ψ_1 по часовой стрелке.

При плоскопараллельном движении (с плоскостью симметрии xz) поворот тела (за счет асимметрии обтекания) относительно оси y на угол φ приводит к некоторому отклонению h отраженного луча лазера на экране. Угол поворота φ связан с отклонением h на экране простым соотношением [2]

$$\varphi = h / (2l_1 \cos \psi_1)$$

где l_1 – расстояние от зеркала до экрана ($l_1 = OO_1$). Если при движении тела в зоне измерения центр зеркала находится на оси x , а его плоскость остается перпендикулярной этой оси, точка падения следящего луча будет перемещаться вдоль горизонтального диаметра d зеркала, а отраженный луч опишет на оси O_1y_1 бокового экрана 4 отрезок $[-d \cos \psi_1, d \cos \psi_1]$ со скоростью развертки $V = 2V_0 \sin \psi_1$, т.е. поступательное движение тела осуществит развертку осциллограммы по времени. Интервал времени, в течение которого осуществляется слежение, зависит от диаметра зеркала d , скорости тела V_0 и угла слежения ψ_1 . Его наибольшее значение (при идеальном движении тела по траектории) определяется по формуле $T = d / (V_0 \operatorname{tg} \psi_1)$. Линия, описанная лазерным лучом, регистрируется фотокамерой, расположенной позади экрана.

Второй следящий луч 3, в дальнейшем называемый вертикальным, располагается в плоскости xz . При равенстве углов слежения и расстояний до экранов его положение и положение соответствующего ему экрана получаются поворотом первой пары относительно оси x на угол 90° против часовой стрелки. В случае идеального движения тела на траектории вертикальный луч 3 будет перемещаться вдоль вертикального диаметра зеркала, а отраженный луч опишет на оси O_2y_2 экрана 5 отрезок $[-d \cos \psi_2, d \cos \psi_2]$.



Фиг. 2. Схема отражения луча лазера от зеркального торца модели

Необходимо отметить, что если в момент прохождения через точку O плоскость зеркала будет перпендикулярна оси x , боковой и вертикальный следящие лучи отражаются в центры O_1 и O_2 своих экранов, причем линии OO_1 и OO_2 будут ортогональны к соответствующим экранам.

2. Определение ориентации оси модели. Пусть в некоторый момент времени t тело l находится в зоне измерения (фиг. 2). Положение точки $S_1(y_1, z_1)$ отраженного от зеркала бокового луча лазера 2 на экране 4 можно определить из уравнения

$$\mathbf{OS}_1 = \mathbf{OP}_1 + \mathbf{P}_1\mathbf{S}_1, \quad \mathbf{OP}_1 = \Lambda_{11} \cdot \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{P}_1\mathbf{S}_1 = \Lambda_{12} \cdot \mathbf{e}_2 \quad (2.1)$$

где \mathbf{e}_1 – единичный вектор, направленный вдоль падающего луча, \mathbf{e}_2 – единичный вектор отраженного луча. Угол падения равен углу отражения, поэтому

$$\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 = 2 \cos \chi \cdot \mathbf{n}, \quad \cos \chi = (\mathbf{n}, \mathbf{e}_1)$$

где $\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z)$ – вектор нормали к зеркальному торцу тела. С другой стороны, точка S_1 лежит в плоскости экрана, следовательно

$$\mathbf{OS}_1 = \mathbf{OO}_1 + \mathbf{O}_1\mathbf{S}_1, \quad \mathbf{OO}_1 = l_1 \mathbf{e}_{20} \quad (2.2)$$

где \mathbf{e}_{20} – соответствующий единичный вектор.

Из уравнений (2.1) и (2.2) следует, что

$$l_1 \cdot \mathbf{e}_{20} + \mathbf{OS}_1 = (\Lambda_{11} - \Lambda_{12})\mathbf{e}_1 + 2(\mathbf{n}, \mathbf{e}_1)\Lambda_{12}\mathbf{n} \quad (2.3)$$

Переход от системы $x_1y_1z_1$ к системе xuz дается двумя преобразованиями: поворотом вокруг оси z на угол ψ_1 по часовой стрелке и переносом начала координат на вектор $l_1 e_{20}$. Используя соотношение (2.3) и связь между системами координат, приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} l_1 \cos \psi_1 - y_1 \sin \psi_1 &= (\Lambda_{11} - \Lambda_{12}) \cos \psi_1 + 2\Lambda_{12}n_x a \\ -l_1 \sin \psi_1 - y_1 \cos \psi_1 &= (\Lambda_{11} - \Lambda_{12}) \sin \psi_1 + 2\Lambda_{12}n_y a \\ z_1 &= -2\Lambda_{12}n_z a \\ a &= n_x \cos \psi_1 + n_y \sin \psi_1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Система (2.4) содержит пять неизвестных. Одно уравнение дает условие $|\mathbf{n}| = 1$. При плоском движении (с плоскостью симметрии xz) $n_y \equiv 0$ и система (2.4) будет замкнутой. В общем случае $n_y \neq 0$ и этих уравнений оказывается недостаточно для нахождения искомых неизвестных.

Рассмотрим теперь второй луч лазера. Введем вторую следящую систему, т.е. луч лазера и соответствующий ему экран. Пусть l_2 – расстояние от точки O до центра второго экрана, ψ_2 – второй угол слежения, P_2 – точка падения вертикального следящего луча на зеркало модели, $S_2(y_2, z_2)$ – точка пересечения отраженного луча со вторым экраном. Проводя аналогичные рассуждения, получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} l_2 \cos \psi_2 - y_2 \sin \psi_2 &= (\Lambda_{21} - \Lambda_{22}) \cos \psi_2 + 2\Lambda_{22}n_x b \\ z_2 &= 2\Lambda_{22}n_y b \\ l_2 \sin \psi_2 + y_2 \cos \psi_2 &= -(\Lambda_{21} - \Lambda_{22}) \sin \psi_2 - 2\Lambda_{22}n_z b \\ b &= n_x \cos \psi_2 + n_z \sin \psi_2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

В дальнейшем для простоты будем предполагать, что расстояния до экранов и углы слежения равны ($l_1 = l_2 = l$, $\psi_1 = \psi_2 = \psi$). Тогда, решая совместно системы (2.4) и (2.5), т.е. исключая параметры Λ_{11} , Λ_{12} , Λ_{21} , Λ_{22} , получаем

$$\begin{aligned} n_z(l \sin 2\psi + y_1 \cos 2\psi) &= z_1(n_y \cos \psi - n_x \sin \psi) \\ n_y(l \sin 2\psi + y_2 \cos 2\psi) &= z_2(n_x \sin \psi - n_z \cos \psi) \\ n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 &= 1 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Таким образом, зная в некоторый момент времени t координаты точек S_1, S_2 , можно найти компоненты вектора нормали \mathbf{n} к зеркалу модели. Точное решение системы (2.6) приведено в [4]. Оно довольно громоздко, поэтому ограничимся здесь приближенным решением для случая, представляющего наибольший практический интерес, когда изменения углов ориентации сравнительно невелики. Действительно в момент выхода тела из канала ствола $n_x \approx -1$, $n_y \approx 0$, $n_z \approx 0$ и, хотя на воздушной части траектории тело движется неустойчиво, изменения углов ориентации сравнительно невелики (они не превосходят $2-3^\circ$, если отраженные лучи лазеров попадают на экран). Поэтому можно считать, что отклонения лучей на экранах малы по сравнению с расстояниями от экранов до модели ($y_i/l \ll 1$, $z_i/l \ll 1$, $i = 1, 2$). В этом случае решение системы (2.6) имеет вид

$$\begin{aligned} n_x &= -1 + o\left(\frac{z_1^2}{l^2}, \frac{z_2^2}{l^2}\right) \\ n_y &= -\frac{z_2}{2l \cos \psi} + o\left(\frac{z_1^2}{l^2}, \frac{z_2^2}{l^2}\right) \\ n_z &= \frac{z_1}{2l \cos \psi} + o\left(\frac{z_1^2}{l^2}, \frac{z_2^2}{l^2}\right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

3. Взаимное соответствие точек осциллограмм. Система уравнений (2.6) устанавливает связь между компонентами вектора нормали $\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z)$ и координатами точек осциллограмм $S_1(y_1, z_1)$, $S_2(y_2, z_2)$ на экранах в некоторый момент времени t . Но как на этих кривых найти точки, отвечающие одинаковым моментам времени? Начальные точки осциллограмм могут отвечать разным моментам времени. Действительно, если зеркало модели сместилось вниз относительно номинальной траектории, вертикальный луч попадет на экран раньше, чем боковой. Можно было бы воспользоваться точками излома осциллограмм, которые соответствуют моменту касания тела со свободной поверхностью, однако не для всех головных частей и углов входа они ярко выражены.

Для установления временного соответствия найдем на осциллограммах точки S_1^* , S_2^* , отвечающие моменту t^* прохождения плоскости зеркала через точку O , в которой следящие лучи пересекаются. В этот момент времени выполняется условие $\Lambda_{11} = \Lambda_{21} = 0$. Учитывая это и исключая из уравнений (2.4), (2.5) параметры Λ_{12} , Λ_{22} , получаем следующую систему уравнений [4]:

$$\begin{aligned} l \cos \psi - y_1^* \sin \psi &= \frac{z_1^* \cos \psi}{2c_1 n_z} - \frac{z_1^*}{n_z} n_x \\ -l \sin \psi - y_1^* \cos \psi &= \frac{z_1^* \sin \psi}{2c_1 n_z} - \frac{z_1^*}{n_z} n_y \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$l \cos \psi - y_2^* \sin \psi = -\frac{z_2^* \cos \psi}{2c_2 n_y} + \frac{z_2^*}{n_y} n_x$$

$$l \sin \psi + y_2^* \cos \psi = \frac{z_2^* \sin \psi}{2c_2 n_y} - \frac{z_2^*}{n_y} n_z$$

$$c_1 = n_x \cos \psi + n_y \sin \psi$$

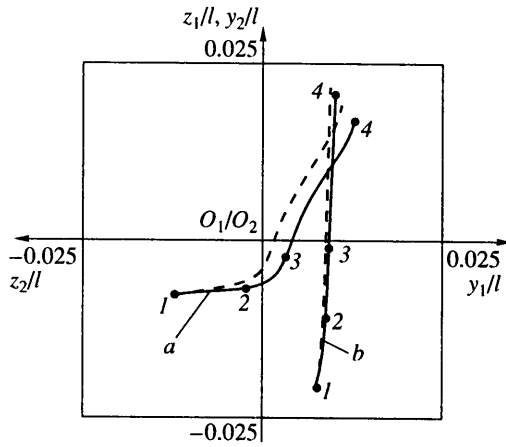
$$c_2 = n_x \cos \psi + n_z \sin \psi$$

Система (3.1) является переопределенной. В общем случае для того, чтобы найти координаты точек S_1^* , S_2^* , необходимо из нее исключить компоненты вектора нормали, что представляет довольно сложную задачу. Однако если углы поворота тела и углы слежения малы ($n_y \ll 1$, $n_z \ll 1$, $\psi \ll 1$), система (3.1) значительно упрощается и связь между координатами точек S_1^* , S_2^* с точностью до малых второго порядка приобретает вид

$$y_1^* \approx -z_2^*, \quad z_1^* \approx y_2^* \quad (3.2)$$

следовательно, чтобы найти эти координаты, необходимо экраны с осциллограммами наложить друг на друга в соответствии с уравнениями (3.2).

На фиг. 3 приведено схематичное изображение осциллограмм, описанных на экранах боковым (a) и вертикальным (b) следящими лучами и наложенных друг на друга. Точка пересечения кривых отвечает моменту t^* . Определив координаты точек S_1^* , S_2^* , можно найти компоненты вектора нормали в этот момент времени и, зная скорости разверток, установить соответствие между остальными точками осциллограмм. Так, точки 1 на фиг. 3 отвечают моментам начала слежения, точки 2 – моменту касания тела с поверхностью жидкости, точки 3 – окончанию ударной стадии погружения и точки 4 – окончанию слежения. Подробный анализ осциллограмм приведен ниже при обсуждении опытных данных.



Фиг. 3. Схематическое изображение осциллограмм, описанных на экранах боковым (*a*) и вертикальным (*b*) лучами лазеров и наложенных друг на друга

4. Определение компонента вектора угловой скорости. Проекции вектора угловой скорости тела $\omega(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ на оси неподвижной системы координат xyz находим из уравнения

$$\dot{\mathbf{n}} = [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}] \quad (4.1)$$

Пользуясь соотношением (4.1), однозначно определить все три компоненты нельзя. Действительно, при повороте тела вокруг оси симметрии осциллограммы, описанные на экранах, не изменятся. Поэтому будем считать, что тело разгоняется гладкоствольной установкой и не вращается вокруг продольной оси. Тогда

$$(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{n}) = 0 \quad (4.2)$$

Дифференцируя систему (2.6) по времени и используя соотношения (4.1), (4.2), получаем следующие выражения для компонент вектора угловой скорости [4]:

$$\begin{aligned} \omega_x &= -\frac{b_1(a_{22}n_z - a_{23}n_y) + b_2(a_{13}n_y - a_{12}n_z)}{(a_{13}n_x - a_{11}n_z)(a_{22} - a_{21}d_1) - (a_{23}n_x - a_{21}n_z)(a_{12} - a_{11}d_2)} \\ \omega_y &= \frac{b_2(a_{13} - a_{11}d_1) - b_1(a_{23} - a_{21}d_1)}{(a_{13} - a_{11}d_1)(a_{22} - a_{21}d_2) - (a_{23} - a_{21}d_1)(a_{12} - a_{11}d_2)} \\ \omega_z &= \frac{b_1(a_{22} - a_{21}d_2) - b_2(a_{12} - a_{11}d_2)}{(a_{13} - a_{11}d_1)(a_{22} - a_{21}d_2) - (a_{23} - a_{21}d_1)(a_{12} - a_{11}d_2)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$a_{11} = n_z z_1 \cos \psi_1 + l_1 n_y \sin 2\psi_1 + y_1 n_x \cos 2\psi_1$$

$$a_{12} = -l_1 n_x \sin 2\psi_1 - n_x y_1 \cos 2\psi_1 + n_z z_1 \sin \psi_1$$

$$a_{13} = n_x z_1 \cos \psi_1 + n_y z_1 \sin \psi_1$$

$$a_{21} = l_2 n_z \sin 2\psi_2 + y_2 n_z \cos 2\psi_2 - z_2 n_y \cos \psi_2$$

$$a_{22} = n_z z_2 \sin \psi_2 + n_x z_2 \cos \psi_2$$

$$a_{23} = n_x l_2 \sin 2\psi_2 + n_x y_2 \cos 2\psi_2 + n_y z_2 \sin \psi_2$$

$$b_1 = (-n_x z_1' \sin \psi_1 + n_y z_1' \cos \psi_1 - n_z \cos 2\psi_1) \dot{y}_1$$

$$b_2 = (-n_x z'_2 \sin \psi_2 + n_z \cdot z'_2 \cos \psi_2 + n_y \cos 2\psi_2) \dot{y}_2$$

$$b_3 = 0$$

$$d_1 = \frac{n_z}{n_x}, \quad d_2 = \frac{n_y}{n_x}$$

$$z'_1 = dz_1 / dy_1 = \dot{z}_1 / \dot{y}_1 = \operatorname{tg} \kappa_1, \quad z'_2 = dz_2 / dy_2 = \dot{z}_2 / \dot{y}_2 = \operatorname{tg} \kappa_2$$

Здесь \dot{y}_1, \dot{y}_2 – скорости разверток на первом и втором экранах, κ_1, κ_2 – углы наклона осциллограмм ($\dot{y}_1 = 2V_0 \sin \psi_1 - \omega_z l_1$, $\dot{y}_2 = 2V_0 \sin \psi_2 + \omega_y l_2$).

Если при движении тела в зоне измерения углы поворота малы ($y_i/l_i \ll 1$, $z_i/l_i \ll 1$, $i = 1, 2$), причем $l_1 = l_2 = l$, $\psi_1 = \psi_2 = \psi$, уравнения (4.3) значительно упрощаются

$$\omega_x \approx 0$$

$$\omega_y \approx \frac{\dot{z}_1 (l \sin 2\psi + y_2 \cos 2\psi) \sin \psi - z_1 \dot{z}_2 \sin \psi \cos \psi}{z_1 z_2 \cos^2 \psi + f}$$

$$\omega_z \approx \frac{\dot{z}_2 (l \sin 2\psi + y_1 \cos 2\psi) \sin \psi + z_2 \dot{z}_1 \sin \psi \cos \psi}{-z_1 z_2 \cos^2 \psi - f} \quad (4.4)$$

$$f = [l \sin 2\psi + y_1 \cos 2\psi] [l \sin 2\psi + y_2 \cos 2\psi]$$

$$\dot{z}_1 = (2V_0 \sin \psi - \omega_z l) \operatorname{tg} \kappa_1, \quad \dot{z}_2 = (2V_0 \sin \psi + \omega_y l) \operatorname{tg} \kappa_2$$

5. Обсуждение экспериментальных результатов. Для иллюстрации методики определения углов ориентации и компонент вектора угловой скорости приведем опытные данные по входу в воду сплошной титановой модели диаметром 30 мм, длиной 120 мм и массой $m = 370$ г.

Эксперименты проводились при следующих условиях входа: $\theta = 14,20 \pm 0,05^\circ$, $\psi_1 = \psi_2 = 7,06 \pm 0,05^\circ$, $l_1 = l_2 = 2073 \pm 1$ мм, $V = 200 \pm 5$ м/с. Средний путь слежения за моделью составлял $d/\operatorname{tg} \psi \approx 250$ мм, среднее время слежения $d/(V \operatorname{tg} \psi) \approx 1,25 \cdot 10^{-3}$ с.

На фиг. 3 изображены типичные осциллограммы, описанные боковым (а) и вертикальным (б) лучами лазеров. Точки 1 осциллограмм, как отмечалось выше, отвечают разным моментам времени ($t_1^a \neq t_1^b$), а их координаты на экранах зависят от углов ориентации и поперечного смещения тела в соответствующие моменты времени. Точки 2 отвечают моменту касания тела с поверхностью воды ($t_2^a = t_2^b = t_2$). Наклон осциллограмм на участках 1–2 обычно незначителен ($\operatorname{tg} \kappa_1 \ll 1$, $\operatorname{tg} \kappa_2 \ll 1$), так как величина угловой скорости на воздушной части траектории невелика. В данном случае к моменту t_2 касания тела с водой проекции вектора нормали n на оси координат равны $n_x^0 = -0,9998$, $n_y^0 = -0,0022$, $n_z^0 = -0,0070$, т.е. модель развернута относительно центра масс и углы нормали с осями координат составляют: $\gamma_1 = 178,8$, $\gamma_2 = 90,1$ и $\gamma_3 = 90,4^\circ$. На интервале 1–2 тело вращается относительно центра масс с постоянной угловой скоростью, проекции которой на оси координат имеют следующие значения: $\omega_x^0 = 0$, $\omega_y^0 = 1,61 \text{ с}^{-1}$, $\omega_z^0 = -1,58 \text{ с}^{-1}$.

Необходимо отметить, что продолжительность интервала 1–2 зависит главным образом от уровня жидкости, который выбирается таким образом, чтобы можно было определить начальные (до удара о воду) значения углов ориентации и компонент вектора угловой скорости. Если бы, например, в эксперименте, изображенном на фиг. 3, уровень жидкости был выше, точки 2, отвечающие моменту касания тела с водой, сместились бы влево (а) и вниз (б), а осциллограммы приняли бы вид, изображенный штриховыми кривыми. Понижение уровня жидкости привело бы к смещению точек 2 вправо (а) и вверх (б).

N	n_y	n_z	$\omega_y, \text{с}^{-1}$	$\omega_z, \text{с}^{-1}$	$\omega, \text{с}^{-1}$
1	0	0,0073	23,40	0	23,17
2	0,0054	0,0016	27,88	1,28	30,56
3	-0,0210	-0,0045	22,93	-2,74	22,09
4	0,0051	0,0055	22,36	0,32	23,40
5	0,0012	0,0022	30,83	-0,24	31,40
6	0,0095	0,0009	24,51	1,10	25,69
7	0,0101	0,0147	21,31	-1,56	21,61
8	-0,0214	0,0130	30,70	3,39	29,85

Точки 3 отвечают моменту окончания ударной стадии погружения ($t_3^a = t_3^b = t_3$). В отличие от начала удара (точка 2) их положение достаточно условно. В общем случае за продолжительность удара $\Delta t = t_3 - t_2$ можно принять интервал времени между двумя почти прямолинейными участками осциллограмм (соответствующими начальному 1-2 и конечному 3-4 периодам слежения), на которых изменение угловой скорости незначительно. В данном случае (фиг. 3) в качестве t_3 выбрано время обращения в нуль момента гидродинамических сил, действующего на диск, наступление которого известно из многочисленных экспериментов [6]. Как видно из осциллограммы, к моменту t_3 угловая скорость уже приобрела квазистационарное значение, с которым тело продолжит движение на подводной части траектории.

Эксперименты показывают, что на интервале 2-3 происходит быстрый рост проекции ω_y угловой скорости на ось y (в приведенном эксперименте $\Delta\omega_y \approx 20,75 \text{ с}^{-1}$). Проекция ω_x , как правило, изменяется незначительно, а изменение ω_z зависит от ее значения к моменту удара о воду: если до удара о воду ω_z была достаточно большой, она скачкообразно уменьшается (практически до нуля), а если вход в воду происходит почти симметрично относительно плоскости xz , b -осциллограммы близки к вертикальным прямым, параллельным оси y_2 без точек излома. Как и следовало ожидать, повороты тела за время удара сравнительно невелики. Наибольший из них (относительно оси y) имеет порядок $\sim 0,3^\circ$.

Точки 4 соответствуют моментам t_4^a, t_4^b ($t_4^a \neq t_4^b$) окончания слежения за телом. Участки 3-4 осциллограмм, как уже отмечалось, мало отличаются от прямолинейных отрезков, т.е. угловую скорость на этом интервале слежения можно считать постоянной.

Таким образом, хотя слежение за моделью происходит на очень коротком интервале времени, удается проследить все три фазы взаимодействия тела с жидкостью: подлет к воде (почти постоянная угловая скорость), процесс ударного взаимодействия при пересечении свободной поверхности (резкое изменение угловой скорости) и начало "подводного" движения (снова почти постоянная угловая скорость). Следовательно, даже при довольно малых ($\theta = 15^\circ$) углах входа, когда пересечение свободной поверхности растянуто во времени, ориентация оси тела за время удара почти не меняется и теорию удара можно применять в качестве очень хорошего приближения [6].

Результаты обработки серии экспериментов приведены в таблице. Кроме отмеченных выше параметров здесь в последней колонке приведены значения угловой скорости ω , полученные по прежней методике, основанной на использовании одного луча лазера.

Как видно из таблицы, относительная ошибка не превосходит 10%. Тем не менее принципиальное отличие двухлучевой схемы состоит в том, что она дает более пол-

ную картину проникания, позволяет анализировать разброс опытных данных и оценивать погрешности измерений.

6. Погрешность измерений. Измерение расстояния от зеркала модели до центров экранов проводилось с помощью металлической рулетки, погрешность измерений которой составляет ± 1 мм ($l = 2073 \pm 1$ мм). В остальных случаях погрешность измерения линейных величин составляет $\pm 0,5$ мм. Углы номинальной траектории со свободной поверхностью и следящими лучами лазеров находились по тригонометрическим формулам с точностью порядка $\pm 0,05^\circ$ ($\theta = 14,20 \pm 0,05^\circ$, $\psi = 7,06 \pm 0,05^\circ$). Погрешность при измерении начальной скорости тела в окрестности точки входа на базе 1000 мм при толщине 3 мм поперечных лучей лазеров блока измерения скорости, точности измерения интервалов времени $\pm 10^{-6}$ с и скорости 200 м/с составляет ± 1 м/с.

Структура формул для определения погрешности компонент вектора нормали имеет вид [4]

$$\Delta n_{y1} = k_{ny} \max_{i=1,2} |\Delta y_i, \Delta z_i| \quad (6.1)$$

$$\Delta n_{z1} = k_{nz} \max_{i=1,2} |\Delta y_i, \Delta z_i|$$

Коэффициенты k_{ny} и k_{nz} зависят от координат точек осциллограмм, компонент вектора нормали и угла слежения ψ . При проведении экспериментов угол ψ выбирается в соответствии с необходимым временем слежения. При уменьшении ψ время слежения растет, но точность падает. Наибольшая точность измерений достигается при $\psi = 45^\circ$. Но при этом не всегда удается полностью записать ударную стадию погружения. Точность при расшивке осциллограмм зависит также от наличия технических средств. В данном случае относительные ошибки при измерении координат составляют примерно 0,5%, т.е. погрешности при определении углов ориентации – около 3% [4].

Формулы для определения погрешности компонент $\Delta \omega_{y1}$, $\Delta \omega_{z1}$ вектора угловой скорости имеют более сложную структуру, хотя их также можно представить в виде

$$\Delta \omega_{y1} = k_{\omega y} \max_{i=1,2} |\Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \dot{z}_i| \quad (6.2)$$

$$\Delta \omega_{z1} = k_{\omega z} \max_{i=1,2} |\Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \dot{z}_i|$$

Здесь коэффициенты зависят не только от координат точек осциллограмм и угла слежения ψ , но и от скоростей развертки. Характер зависимости коэффициентов $k_{\omega y}$, $k_{\omega z}$ от угла ψ имеет примерно тот же вид, что и в предыдущем случае, однако наибольшая точность измерения достигается при $\psi = 25^\circ$ [4]. Необходимо отметить, что скорости разверток зависят от величины продольной скорости тела и компонент вектора угловой скорости в заданный момент времени. В ряде случаев изменение скорости тела в процессе пересечения свободной поверхности невелико и его можно не учитывать. При указанной выше точности измерений координат и компонент вектора нормали мажорированная оценка точности определения компонент угловой скорости составляет примерно 15–20%. Подробное изложение методики определения погрешности измерений приведено в работе [4].

Заключение. Изложенная выше методика позволяет определять углы ориентации оси свободного летящего тела и компоненты вектора его угловой скорости в окрестности произвольным образом выбранной точки расчетной траектории. Она может использоваться на аэробаллистических трассах при нахождении сил и моментов. Хотя данная методика и имеет некоторые общие признаки с альтернативным способом [5] бесконтактного слежения за движущимся объектом, ее отличают простота и возможность определения угловой скорости.

Отметим также, что получаемые таким образом начальные условия подводного движения тела могут быть использованы в качестве дополнительной информации в

методике определения параметров квазистационарного воздействия среды (воды) на движущееся в ней тело в условиях струйного обтекания [7].

Работа поддержана РФФИ (код проекта 00-01-00405) и "Программой Университеты России. Фундаментальные исследования" (грант № 990876).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ерошин В.А., Макаришин В.М., Константинов Г.А., Романенков Н.И., Якимов Ю.Л., Плюснин А.В.* Способ определения параметров движения объекта с зеркальной поверхностью и устройство для его осуществления // А.С. № 1486775. 1989. Заявл. № 4344888 от 23 ноября 1987 г. 4 с.
2. *Ерошин В.А.* Проникание упругого цилиндра в воду с большой скоростью: Препринт № 5-91. М.: МГУ, 1991. 83 с.
3. *Ерошин В.А., Зырянов Д.В., Макаришин В.М., Плюснин А.В., Самсонов В.А., Якимов Ю.Л.* Способ измерения параметров движущегося объекта и устройство для его осуществления // Патент № 2147727, 2000 г. Заявл. 22.04.98 № 98108044. 4 с.
4. *Ерошин В.А., Зырянов Д.В., Макаришин В.М.* Методика экспериментального определения кинематических параметров тел на гидробаллистических установках // Отчет ин-та механики МГУ. 1998. № 4525. 71 с.
5. United States Patent № 4, 964, 722 oct. 23, 1990. (Remote object configuration/orientation determination.)
6. *Ерошин В.А.* Высокоскоростной вход в воду тяжелого диска под малым углом к свободной поверхности // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 6. С. 13–18.
7. *Ерошин В.А., Самсонов В.А., Шамолин М.В.* Модельная задача о торможении тела в сопротивляющейся среде при струйном обтекании // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 3. С. 23-27.

Москва

Поступила в редакцию
17.III.2000