

УДК 532.546

© 2001 г. Д.В. ВОСКОВ, В.М. ЕНТОВ

К ЗАДАЧЕ О ВЫТЕСНЕНИИ НЕФТИ СМЕСЯМИ ГАЗОВ

Рассматривается система уравнений одномерного фильтрационного течения многокомпонентной системы с фазовыми переходами, описывающая, в частности, процессы повышения нефтеотдачи нагнетанием газов. Для нее построены автомодельные решения задачи о распаде разрыва на основе расщепления на "физико-химическую" и "гидродинамическую" задачи.

На примере четырехкомпонентной системы с постоянными коэффициентами распределения проиллюстрированы основные элементы процедуры построения решения и сопоставлены решения, полученные различными методами. Показано что тот же подход эффективен и для системы с большим числом компонентов.

1. Постановка задачи. Вытеснение нефти смесями газов – одна из наиболее эффективных технологий повышения нефтеотдачи. В основе ее лежит массообмен между жидкой и газовой фазами, который при надлежащих условиях может привести к полному извлечению нефти, даже если она находится в неподвижном (защемленном) состоянии. В случае одномерного (фронтального) вытеснения [1–4] описание процесса сводится к решению задачи о распаде разрыва для гиперболической системы уравнений сохранения компонентов смеси:

$$m \frac{\partial c_i}{\partial t} + U \frac{\partial F_i(c_1, \dots, c_n)}{\partial x} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (1.1)$$

Здесь m – пористость, U – скорость вытеснения, c_i – доля для i -го компонента в смеси, насыщающей среду, F_i – доля i -го компонента в потоке. Величины c_i и F_i подчинены условиям

$$c_1 + \dots + c_n = 1, \quad F_1 + \dots + F_n = 1 \quad (1.2)$$

При записи системы (1.1) предполагается, что рассматриваемая смесь может находиться в одно- и двухфазном состоянии, однако суммарная плотность смеси не изменяется при переходе компонента из одной фазы в другую, так что выполнено условие несжимаемости для суммарного потока, $U = \text{const}$. Основные трудности анализа связаны с видом функций распределения потоков компонентов F_i , определяемым условиям фазового равновесия и уравнениями закона фильтрации многофазных систем.

В пространстве концентраций c_i допустимые состояния заполняют $(n - 1)$ -мерную область Φ

$$0 \leq c_i \leq 1; \quad c_1 + c_2 + \dots + c_n = 1 \quad (1.3)$$

которая разбивается на области Φ_1 и Φ_2 одно- и двухфазного состояний (далее исключаются из рассмотрения случаи систем с более чем двумя фазами). В однофазной области все компоненты движутся с одной скоростью и поэтому $F_i \equiv c_i$. В двухфазной области скорости жидкой (U) и газовой (U_g) фаз различны и поэтому

$$F_i = (c_i^g U_g + c_i^l U_l) / U \equiv c_i^g F + c_i^l (1 - F), \quad U = U_l + U_g \quad (1.4)$$

Здесь F – обычная для теории двухфазной фильтрации функция распределения потоков фаз (функция Баклея – Леверетта), выражаемая через относительные фазовые проницаемости f^j и вязкости фаз μ^j

$$F = \frac{f^g(s)}{f^g(s) + \mu f^l(s)}, \quad \mu = \frac{\mu_g}{\mu_l} \quad (1.5)$$

где s – газонасыщенность. В области двухфазных состояний она связана с составом смеси с соотношением

$$c = c^g s + c^l(1 - s) \quad (1.6)$$

где c^g и c^l – составы газовой и жидкой фазы, на которые распадается смесь данного суммарного состава c . Эти составы сами зависят от s , поэтому соотношение (1.6) между c и s , вообще говоря, нелинейно. Точки c^g и c^l лежат на границе двухфазной области, соответственно на $(n - 2)$ -мерных гиперповерхностях точек росы (D) и точек насыщения (B) в пространстве составов, причем между точками этих гиперповерхностей существует взаимно однозначное соответствие. Понятно, что верны соотношения $c_1^g + \dots + c_n^g = 1$ для точек росы и $c_1^l + \dots + c_n^l = 1$ для точек насыщения.

Все смеси, составы которых в пространстве концентраций c лежат на одной ноды – отрезке прямой BD , соединяющей соответственные точки росы и насыщения, распадаются на фазы с составами, отвечающими точкам B и D ; при движении вдоль этого отрезка изменяются только доли газовой и жидкой фазы. Поэтому в силу (1.6) вдоль каждой ноды состав смеси линейно выражается через газонасыщенность s .

Это обстоятельство позволяет существенно упростить задачу и является основой теории, развитой применительно к трехкомпонентным системам (например, [2,3]). В работах [5,6] показано, что и в общем n -компонентном случае можно несколько продвинуться, если ввести новые неизвестные – концентрацию одного из компонентов, например $c = c_1$, и $(n - 2)$ -мерный вектор $\gamma = \{\gamma_1, \dots, \gamma_q\}$, $q = n - 2$, параметров нод. Здесь γ – любой параметр, находящийся во взаимно однозначном соответствии с семейством нод. Вдоль каждой ноды параметр γ постоянен, а концентрации компонентов линейно связаны между собой. Поэтому имеем

$$c_i = A_i(\gamma)c + B_i(\gamma)$$

$$s = \frac{c - c^l(\gamma)}{c^g(\gamma) - c^l(\gamma)}, \quad c \in [c^l(\gamma), c^g(\gamma)] \quad (1.7)$$

и задача (1.1) приводится к виду

$$m \frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial F_1(c, \gamma)}{\partial x} = 0 \quad (1.8)$$

$$m \frac{\partial (A_i c + B_i)}{\partial t} + U \frac{\partial (A_i F_1(c, \gamma) + B_i)}{\partial x} = 0, \quad i = 2, \dots, n - 1$$

Здесь $F_1(c, \gamma)$ – относительный поток первого компонента, выраженный через его концентрацию и параметр γ .

Решение задачи о распаде разрыва (1.8) можно расщепить на последовательное решение двух задач о распаде разрыва [5,6], условно называемых далее физико-химической и гидродинамической. Первая из них формулируется исключительно в терминах условий фазового равновесия и имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{A}(\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{B}(\gamma)}{\partial y} = 0 \quad (1.9)$$

$$\gamma = \gamma^0, \quad -\infty < y < 0; \quad \gamma = \gamma_0, \quad 0 < y < \infty$$

Здесь y – вспомогательная "координата", $-\infty < y < \infty$.

Допустим, что решение этой вспомогательной задачи найдено; оно очевидным образом автомодельно и имеет вид $\gamma = \gamma(\eta)$, $\eta = y/t$.

В пространстве параметров над γ ему соответствует кривая (путь в γ -пространстве), соединяющая точки начального (A , $\gamma = \gamma_\alpha$) и конечного (Ω , $\gamma = \gamma_\omega$) состояний; η играет роль параметра этой кривой. Путь Γ_γ может содержать скачки (разрывы), удовлетворяющие условию эволюционности.

Оказывается [5,6], что путь представляет собой проекцию в $(n-2)$ -мерное подпространство Γ_γ пути Γ в $(n-1)$ -мерном пространстве (γ, c) , отвечающего решению полной задачи (1.8).

Естественно пытаться построить решения задачи (1.8) в два этапа, а именно сначала решить вспомогательную задачу (1.9), а затем переформулировать задачу (1.8) в терминах всего двух переменных: концентрации c и какого-либо параметра вдоль уже известного пути Γ_γ , и решить ее с помощью известных приемов, используемых в теории вытеснения нефти растворами активных примесей [1–3]. Именно эта программа, намеченная в [5,6], реализована в данной работе для простейшего случая четырехкомпонентной системы, а именно системы с постоянными коэффициентами распределения компонентов между газовой и жидкой фазами. Это упрощающее допущение позволяет избежать сложных вычислений, неизбежных при использовании более реалистичных моделей фазового равновесия.

2. Фазовое равновесие. Пространство над в общем n -компонентном случае. Рассмотрим многокомпонентную систему, считая компоненты занумерованными в порядке уменьшения летучести, так что первый компонент – газ, а последний – жидкость при данных давлении и температуре, которые далее считаются неизменными.

Состав, например, четырехкомпонентной смеси удобно изображается точкой внутри правильного тетраэдра единичной высоты; при этом чистым компонентам отвечают вершины тетраэдра, концентрации компонентов равны длинам высот, опущенных на грани, противолежащие этим вершинам, точки на ребрах тетраэдра изображают двухкомпонентные смеси, граням отвечают трехкомпонентные системы.

Под коэффициентами распределения компонентов в двухфазной n -компонентной смеси понимаются отношения $K_i = c_i^g / c_i^l$, $i = 1, \dots, n$, концентраций соответствующих компонентов в газе и жидкости. При сделанных выше предположениях K_i – постоянные, убывающие с увеличением номера компонента i , причем обязательно $K_1 > 1$, $K_n < 1$, что гарантирует существование двухфазной области. Если состав c_i^l , $i = 1, \dots, n$, лежит на поверхности насыщения, то для равновесного с ним состава на поверхности точек росы $c_i^g = K_i c_i^l$, $i = 1, \dots, n$. Поэтому уравнение поверхности точек насыщения имеет вид

$$c_1^l + c_2^l + \dots + c_n^l = 1, \quad K_1 c_1^l + \dots + K_n c_n^l = 1 \quad (2.1)$$

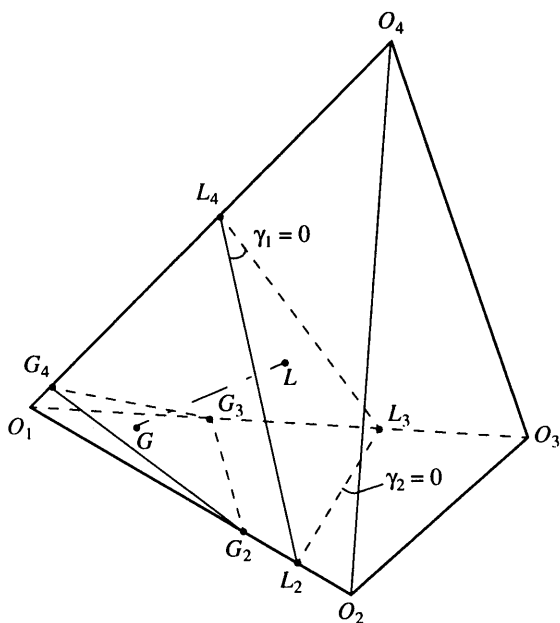
Это $(n-2)$ -мерная гиперплоскость в пространстве составов.

Обозначим через O_i вершину многогранника составов, отвечающих чистому i -му компоненту, и будем называть ее "газовой", если $K_i > 1$, и "жидкостной", если $K_i < 1$. "Газожидкостные" ребра, соединяющие газовые вершины с жидкостными (и только они), пересекают двухфазную зону. В дальнейшем для конкретности рассматривается частный случай, когда только один из компонентов – газ: $K_1 > 1$, $1 > K_2 > \dots > K_n$.

При таком предположении на каждом ребре, исходящем из первой вершины O_1 , имеется участок двухфазного состояния $G_k L_k$, $k = 2, \dots, n$ (фиг. 1).

Введем теперь параметризацию и гиперплоскости точек насыщения L , которая, очевидно, проходит через точки L_2, \dots, L_n . Для этого заметим, что в точке L_k из условий фазового равновесия (2.1) состав смеси выражается соотношением

$$L_k : c_1 = \frac{1 - K_k}{K_1 - K_k}, \quad c_k = \frac{K_1 - 1}{K_1 - K_k}, \quad c_i = 0, \quad i \neq 1, k \quad (2.2)$$



Фиг. 1. Тетраэдрическая фазовая диаграмма для четырех-компонентной смеси в случае постоянных коэффициентов распределения

Для произвольной точки L гиперплоскости насыщения, отвечающей составу (c_1, \dots, c_n) , положим

$$\gamma = \left\{ \frac{c_3}{c_3(L_3)}, \dots, \frac{c_n}{c_n(L_n)} \right\} \equiv \left\{ \frac{K_1 - K_3}{K_1 - 1} c_3, \dots, \frac{K_1 - K_k}{K_1 - 1} c_k, \dots, \frac{K_1 - K_n}{K_1 - 1} c_n \right\} \quad (2.3)$$

Точка L находится в равновесии с точкой G гиперплоскости точек росы, отвечающей составу $\mathbf{c} = \{K_1 c_1, \dots, K_n c_n\}$. Поэтому вдоль ноды, соединяющей точки L и G , составы даются соотношениями

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}(L)(1-t) + \mathbf{c}(G)t, \quad t = \frac{c - c(L)}{c(L)(K_1 - 1)} \quad (2.4)$$

или после несложных вычислений

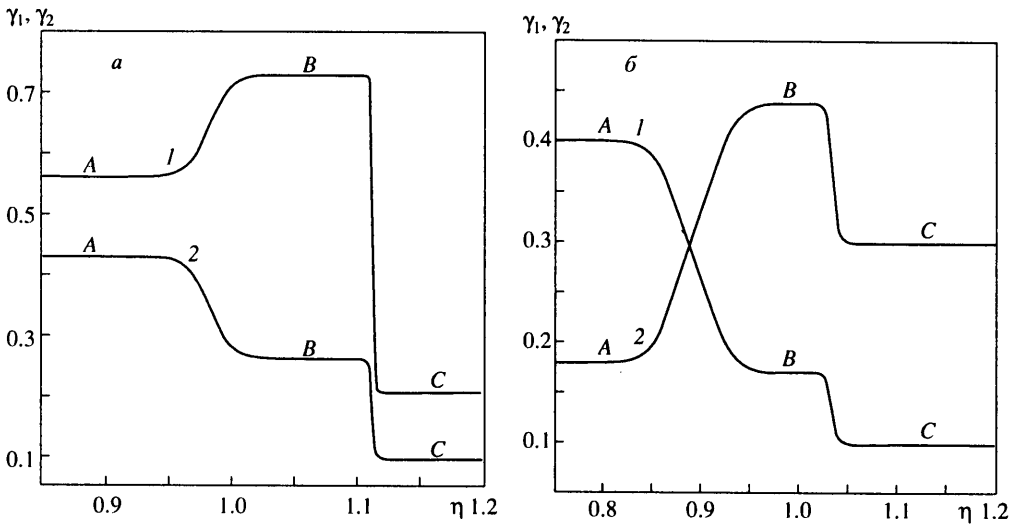
$$c_j = \frac{K_j - 1}{K_1 - 1} c_j(L) \frac{c}{c(L)} + \frac{K_1 - K_j}{K_1 - 1} c_j(L), \quad j = 3, \dots, n \quad (2.5)$$

Припишем ноды, проходящей через точку L , то значение вектор-параметра γ , которое было введено для точки L соотношениями (2.3) и (2.5); тогда вдоль ноды

$$c_j = A_j(\gamma)c + B_j(\gamma) \quad (2.6)$$

$$A_j(\gamma) = \frac{\gamma_{j-1} \mathbf{v}_j}{c(L)}; \quad B_j = \gamma_{j-1}, \quad \mathbf{v}_j = \frac{K_j - 1}{K_1 - K_j}; \quad j = 2, \dots, n-1 \quad (2.7)$$

Соотношения (2.7) показывают, что параметр γ представляет собой вектор значений концентраций $(n-2)$ менее летучих компонентов в точке пересечения данной ноды с гранью $c = c_1 = 0$.



Фиг. 2. Автомоделное решение вспомогательной задачи для $\gamma_{1\alpha} = 0,2075$, $\gamma_{2\alpha} = 0,1038$, $\gamma_{1\omega} = 0,5629$, $\gamma_{2\omega} = 0,4303$ (а) и $\gamma_{1\alpha} = 0,1$, $\gamma_{2\alpha} = 0,3$, $\gamma_{1\omega} = 0,4$, $\gamma_{2\omega} = 0,18$ (б)

Аналогичным образом вектор $\{A_j + B_j\} \equiv \{A_j + \gamma_{j-1}\}$ представляет собой вектор концентраций этих компонентов в точках пересечения ноды с плоскостью, проведенной через вершину 1 параллельно противоположному основанию, при этом все c_i , $i > 1$, — неположительны.

3. Вспомогательная задача. В соответствии со сказанным выше вспомогательная физико-химическая задача имеет вид

$$v_{i+1} \frac{\partial z_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} [z_i c(L)] = 0, \quad i = 1, \dots, n-2, \quad z_i = \frac{\gamma_i}{c(L)} \quad (3.1)$$

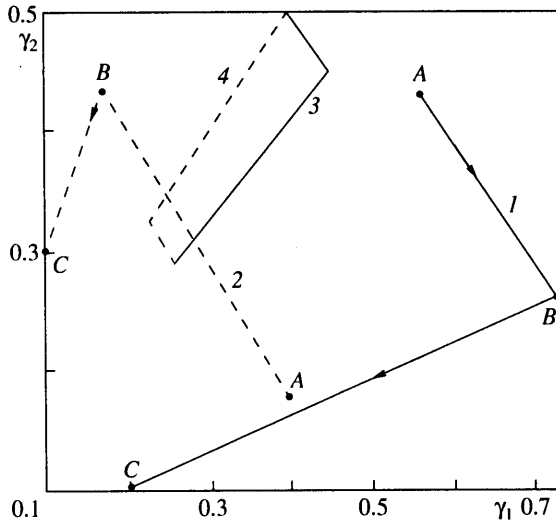
$$\gamma_i = \gamma_{i0}, \quad t = 0, \quad y < 0; \quad \gamma_i = \gamma_i^0, \quad t = 0, \quad y > 0$$

Автомоделное решение этой задачи может быть найдено различными методами.

В данной работе решение системы (3.1) строилось для случая $n = 4$ компонента численно с помощью ориентированной разностной схемы на мелкой сетке; сетка дробилась до тех пор, пока результаты не переставали зависеть от шага при их графическом представлении. Выход на автомоделность контролировался по совпадению распределений $z_i(y, t)$ в автомоделных переменных $(y/t, t)$. Фактически для надежного отыскания автомоделного решения при этом достаточно расчета на сетке, имеющей несколько тысяч узлов по y . Типичный результат показан на фиг. 2.

На фиг. 3 показан отвечающий автомоделному решению путь в плоскости (γ_1, γ_2) . Показательно, что, несмотря на достаточно замысловатый вид распределения $\gamma(\eta)$, путь оказывается весьма простым и состоит из отрезков прямых. Сходную форму имеет путь Γ_γ и для других построенных решений. Меняются лишь положения концов отрезков пути. Этот результат не случаен, а является выражением того общего факта, что для системы с постоянными коэффициентами распределения каждый участок пути, отвечающий простой волне или скачку, принадлежит плоскому инвариантному многообразию в пространстве нод — $(n - 1)$ -мерной плоскости, высланной нодами [5,6].

4. Гидродинамическая задача. Рассмотрим теперь гидродинамическую часть задачи, считая путь Γ_γ известным. Удобно считать, что путь задан параметрически в функции некоторого параметра σ , изменяющегося вдоль пути монотонно от 0 до 1: $\gamma_i = \gamma_i(\sigma)$, $i = 1, \dots, n - 2$.



Фиг. 3. Пути, отвечающие автомодельным решениям в плоскости (γ_1, γ_2) . Пути 1 и 2 соответствуют решениям, показанным на фиг. 2, а, б

Подставляя это выражение в первое из уравнений системы (1.8) и любое из остальных уравнений для γ_i , получим вспомогательную гидродинамическую задачу

$$m \frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial F(c, \sigma)}{\partial x} = 0 \quad (4.1)$$

$$m \frac{\partial A(\sigma)c + B(\sigma)}{\partial t} + U \frac{\partial A(\sigma)F(c, \sigma) + B(\sigma)}{\partial x} = 0$$

$$F(c, \sigma) \equiv F(c, \gamma(\sigma)); \quad A(\sigma) \equiv A_j(\gamma(\sigma)); \quad B(\sigma) \equiv B_j(\gamma(\sigma)) \quad (4.2)$$

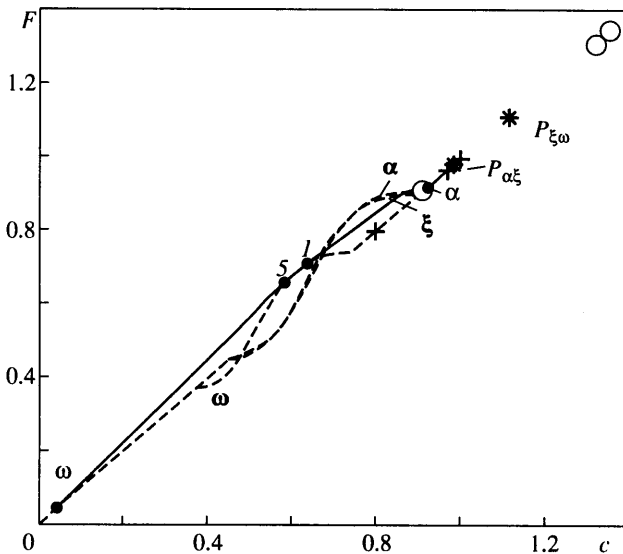
причем значение j отвечает тому уравнению системы (1.8), которое выбрано для дальнейших расчетов.

В частности, для пути 2, показанного на фиг. 3, в качестве параметра удобно взять просто $\sigma \equiv \gamma_1$. Возникающая система двух уравнений имеет структуру, обычную для задач вытеснения нефти активными примесями и смесями газов [1–3]. Искомое решение удобно представить в виде пути в плоскости (c, F) . В отличие от физико-химической задачи, в известном смысле стандартной, гидродинамическая задача содержит ряд тонкостей, обусловленных тем обстоятельством, что система (1.8) и ее следствие система (4.1) не являются строго гиперболическими. Проще всего в этом убедиться, если заметить, что характеристические скорости системы (4.1) даются выражениями

$$\lambda_1 = \frac{U}{m} \frac{\partial F(c, \sigma)}{\partial c} \Big|_{\sigma=\text{const}}, \quad \lambda_2 = \frac{U}{m} \frac{F(c, \sigma) + \rho_k(\sigma)}{c + \rho_k(\sigma)} \quad (4.3)$$

Здесь ρ_k – собственные значения матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}'$, соответствующие $\rho_k(\sigma) \equiv v(\sigma)$ – реализующейся скорости волны во вспомогательной задаче.

Поэтому если для данного значения σ построить график $F(c, \sigma)$ как функцию c , то величина λ_1 будет пропорциональна угловому коэффициенту этого графика при данном значении c , а величина λ_2 – угловому коэффициенту отрезка, соединяющего эту точку с "полусом" $P(\sigma)$ с координатами $\{-\rho_k(\sigma), -\rho_k(\sigma)\}$. Типичный вид функции $F_\sigma(c)$ показан на фиг. 4. При обычных значениях $\rho_k(\sigma)$ (положениях полюса $P(\sigma)$) имеются



Фиг. 4. Зависимость потока ведущего компонента ($F(c, \sigma)$) от его концентрации вдоль трех ключевых нод задачи – начальной (ω), конечной (α) и промежуточной (ξ). Построение отвечает данным фиг. 2, а

две точки, в которых $\lambda_1 = \lambda_2$. В результате в одних частях области течения более быстрыми являются характеристики второго семейства, а в других – первого. Совпадение характеристических скоростей и делает систему не строго гиперболической и является источником трудностей при аналитическом решении и численном счете.

В структуре решения появляются простые волны, в которых изменяется c , но не меняется γ (c -волны), примыкающие к скачкам c , происходящим без изменения γ (c -скачки), и сопряженным скачкам или волнам, в которых происходит изменение и c и γ (γ -скачки и γ -волны) [1–2]. Чередование различных типов волн оказывается в некоторых случаях достаточно причудливым и трудно обозримым. Частая последовательность волн различных типов, типичная для многокомпонентных задач, трудно разрешается даже в детальном численном счете.

Возможность сведения к вспомогательной задаче с двумя неизвестными (c и σ) делает задачу значительно более обозримой и упрощает численное решение. Часто это позволяет получить необходимое точное или приближенное решение с помощью графоаналитической техники, развитой ранее для задач теории вытеснения нефти растворами активных примесей.

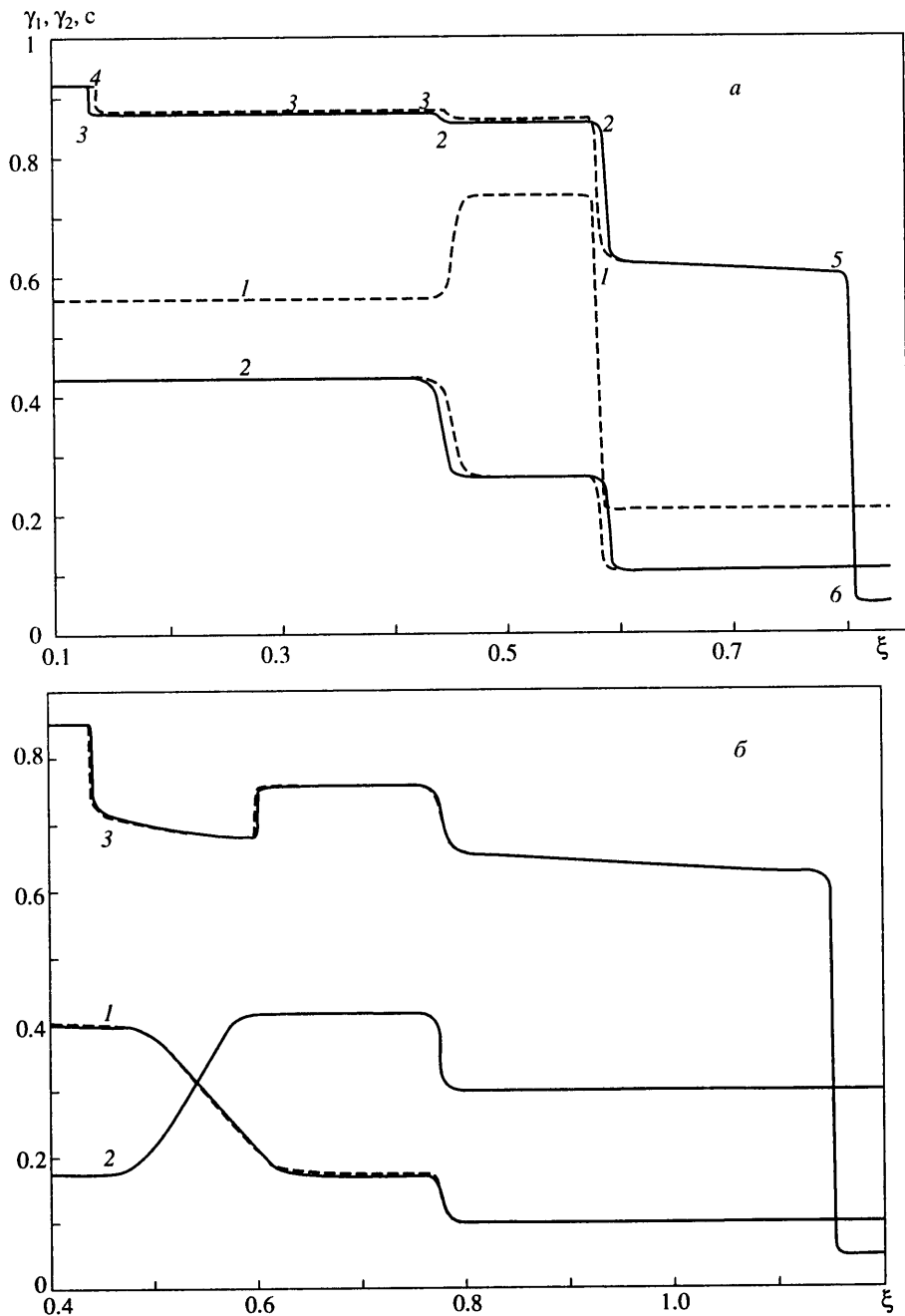
Именно так обстоит дело, если решение вспомогательной физико-химической задачи распадается в последовательность ударных волн и (или) близких к ним γ -волн.

Тогда γ -переходы осуществляются в скачках, а c -скачки и c -волны происходят вдоль трех нод – начальной γ_α , конечной γ_ω , и промежуточной, параметр которой γ_ξ определяется точкой излома пути Γ_γ в пространстве параметров нод (скажем, т. В пути l на фиг. 3). Положим

$$F_\alpha(c) = F(c, \gamma_\alpha), \quad F_\omega(c) = F(c, \gamma_\omega), \quad F_\xi(c) = F(c, \gamma_\xi) \quad (4.4)$$

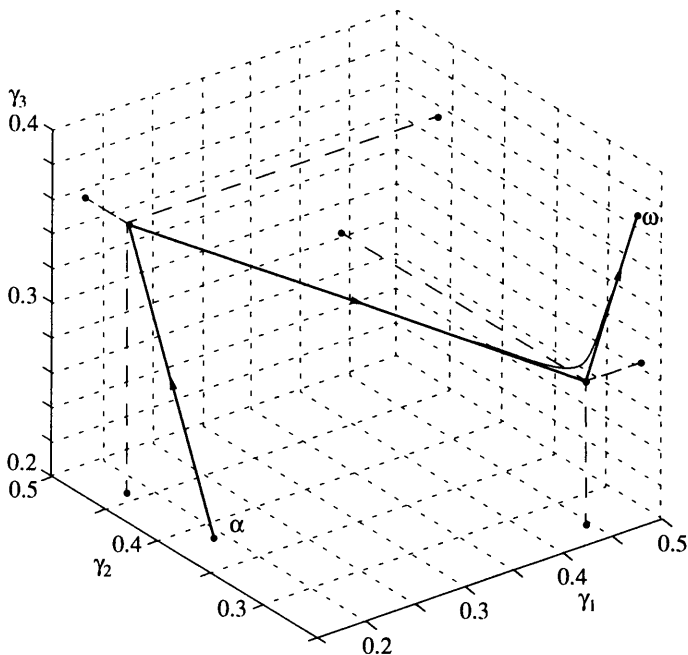
и изобразим кривые $F_\alpha(c)$, $F_\omega(c)$, $F_\xi(c)$ на (c, F) -диаграмме. Отметим на ней также начальную точку $(c_\alpha, F(c_\alpha, \gamma_\alpha))$ и конечную точку $(c_\omega, F(c_\omega, \gamma_\omega))$.

Используя соображения, развитые в [1–3] и аналогичных работах за рубежом, можно показать, что искомому решению отвечает в плоскости (c, F) путь в виде



Фиг. 5. Автомодельное решение полной задачи. Показаны распределения концентрации ведущего компонента c_1 и параметров (γ_1, γ_2) $c_\alpha = 0.05$, $c_\omega = 0.92$; прочие параметры соответствуют фиг. 2, а, $c_\alpha = 0.05$, $c_\omega = 0.85$; прочие параметры соответствуют фиг. 2, б

Пунктирные линии отвечают решению, построенному на основе двухступенчатой процедуры расчета, описанной в разд. 3,4, сплошные – прямому численному решению, штрихпунктир – "точному" решению, построенному с помощью графоаналитической процедуры разд. 4. В случае, изображенном на фиг. 5, б, эти решения попросту совпали



Фиг. 6. Путь в γ -пространстве параметров нод для пятикомпонентной системы, найденный из решения вспомогательной задачи (сплошная линия) и построенный по данным прямого расчета полной задачи (штриховая линия)

выпуклой оболочки $F(c)$, соединяющий точки α и ω . Этот путь состоит из c -скачков и c -волн, происходящих при постоянном γ , и γ -скачков, происходящих вдоль прямых, касающихся одной из кривых $F(c, \gamma)$ и проходящих через "ударные полюсы" $P_{\alpha\xi}$, $P_{\xi\omega}$. Положение ударных полюсов известно заранее из решения вспомогательной физико-химической задачи

$$P_{\alpha\xi} = \{-\rho_{\alpha\xi}, -\rho_{\alpha\xi}\}, \quad P_{\xi\omega} = \{-\rho_{\xi\omega}, -\rho_{\xi\omega}\} \quad (4.5)$$

$$P_{\alpha\xi} = \frac{B_i(\gamma_\alpha) - B_i(\gamma_\xi)}{A_i(\gamma_\alpha) - A_i(\gamma_\xi)}, \quad P_{\xi\omega} = \frac{B_i(\gamma_\xi) - B_i(\gamma_\omega)}{A_i(\gamma_\xi) - A_i(\gamma_\omega)} \quad (4.6)$$

Из условий на скачках вспомогательной задачи следует, что в (4.6) для i можно взять любое значение $i = 2, \dots, n - 1 = q$. Пример показан на фиг. 5, а, отвечающей пути l в γ -пространстве (фиг. 3).

Путь в (c, F) плоскости показан ломаной 6-5-1-2-3-4. Она содержит простую c -волну (5-1), c -скачки (6-5) и (4-3), γ -скачки (1-2) и (2-3) и угловые точки, отвечающие области постоянных состояний (2) и (3). Соответствующие распределения показаны на фиг. 4 (сплошная кривая). Последовательность нумерации точек пути на фиг. 4 выбрана в соответствии с удобным порядком построения пути (при заданных F -кривых $F_\alpha(c)$, $F_\omega(c)$, $F_\xi(c)$, положениях полюсов $P_{\alpha\xi}$, $P_{\xi\omega}$ и точек α и ω).

Ключом к построению является то обстоятельство, что при данном расположении F -кривых γ -скачок $F_\xi \rightarrow F_\omega$ может происходить только по касательной к F_ω из полюса $P_{\xi\omega}$; точка 1 - соответствующая точка касания. Точка 2 определяется как точка пересечения этой касательной с F_ξ ; после этого ясно, что γ -скачок $F_\alpha \rightarrow F_\xi$ должен проходить по лучу, соединяющему точку 2 с $P_{\alpha\xi}$. Его точка пересечения с F_α дает точку 3. Переход из точки α (4) в точку 3 происходит при постоянном γ и поэтому

строится обычными приемами теории уравнения Баклея – Леверетта [1,2]; то же относится и к головной части решения 1–5–6. При расчетах показанных на фиг. 4, использованы относительные фазовые проницаемости вида $f_g = s^2$, $f_l = (1 - s)^2$ и отношение вязкостей фаз $\mu_l/\mu_g = 0,5$.

Описанное графическое построение, обладающее очевидным достоинством наглядности, не является, однако, обязательным. Проще всего вновь найти решение численно, решая систему (4.1) при граничных условиях (4.2). Соответствующие автомодельные решения показаны на фиг. 5 для путей 2. Для контроля эти решения, полученные с помощью развитой двухступенчатой процедуры, сопоставлялись с решениями, полученными в результате прямого численного решения полной задачи (1.8). Соответствующие расчеты значительно более трудоемки, однако также вполне возможны применительно к одномерной задаче. Результаты показаны на фиг. 5 кривыми 1. Близость результатов, полученных разными методами, иллюстрирует эффективность развитой процедуры расщепления.

Развитой подход допускает очевидное обобщение на многокомпонентный случай. В качестве примера на фиг.6 показаны пути Γ_γ в трехмерном пространстве параметров $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ для случая пятикомпонентной смеси. Приведены результаты для решения вспомогательной задачи (путь 1) и для решения полной задачи (путь 2). Их практическое совпадение говорит само за себя.

Заключение. Расщепление задачи на "физико-химическую" и "гидродинамическую" позволит существенно упростить и сделать более наглядной процедуру построения решений задачи о вытеснении нефти многокомпонентными смесями газов. Ожидается, что метод допускает широкое обобщение и открывает перспективы повышения эффективности и точности гидродинамического анализа процессов повышения нефтеотдачи и соответствующих алгоритмов.

Данная работа возникла под впечатлением знакомства с работами группы проф. Франклина ("Линна") Орра в Стенфордском университете [7–9] и стимулирующих бесед с ним одного из авторов. Она выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках гранта 96-01-00748, Проекта МНТЦ № 714 и гранта ИНТАС 96-1910.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208с.
2. Басниев К.С., Бедриковецкий П.Г. Многофазное вытеснение смешивающихся жидкостей из пористых сред // Итоги науки и техники. Комплексные и специальные разделы механики. М.: ВИНТИ, 1988. Т. 3. С. 81–162.
3. Ентов В.М., Зазовский А.Ф. Гидродинамика процессов повышения нефтеотдачи. М.: Недра, 1989. 231 с.
4. Lake L.W. Enhanced Oil Recovery. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1989. 550p.
5. Ентов В.М. Математические модели повышения нефтеотдачи нагнетанием газов / Наука и технология углеводородов. 2000. № 5. С. 166–172.
6. Entov V.M. Nonlinear waves in physicochemical hydrodynamics of enhanced oil recovery. Multicomponent flows // Porous Media: Physics, Models, Simulation: Proc. Intern. Conf., Moscow, Russia, 1997 / Eds. A. Dmitrievsky, M. Panfilov. Singapore: World Scientific, 2000. P. 33–56.
7. Monroe W.W., Silva M.K., Larsen L.L., Orr F.M., Jr. Composition paths in four-component systems: effect of dissolved methane on 1D CO₂ flood performance // Soc. Petr. Eng. Res. Eng. 1990. V. 5. № 3. P. 423–432.
8. Orr F.M., Jr., Johns R.T., Dindoruk B. Development of miscibility in four-component CO₂ floods // Soc. Petr. Eng. Res. Eng. 1993. V. 8. № 2. P. 135–142.
9. Johns R.T., Dindoruk B., Orr F.M., Jr. Analytical theory of combined condensing / vaporising gas drives / Soc. Petr. Engrs. Adv. Technol. Series. 1993. V. 1. № 2. P. 7–16.