

УДК 532.526.4

© 2000 г. В.А. АЛЕКСИН, С.Н. КАЗЕЙКИН

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НАБЕГАЮЩЕГО ПОТОКА НА ТЕЧЕНИЕ В НЕСТАЦИОНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Представлен вариант двухпараметрической модели турбулентности, позволяющий непрерывным способом рассчитывать всю область течения от ламинарного до турбулентного режима, включая переход, при периодически распределенном во времени с высокой интенсивностью турбулентности набегающем потоке. Проанализировано влияние параметров гармонических колебаний внешней скорости, а также интенсивности и масштаба турбулентности набегающего потока на характеристики течения на плоской пластине. Сопоставлением численных решений с экспериментальными и теоретическими данными показана возможность описания квазистационарной моделью турбулентности свойств пристенного течения при изменении от малых до больших значений чисел Рейнольдса.

Так как гармонически колеблющиеся во времени турбулентные течения реализуются во многих практических приложениях, это приводит к необходимости привлечения нестационарных моделей движения и методов определения периодически развивающихся во времени характеристик потока и турбулентности [1]. Типичный пример – течения через решетки ступеней турбомашин, где экспериментально показана значительная роль нестационарных эффектов на развитие динамических и тепловых характеристик.

При малой степени турбулентности набегающего потока переход к турбулентному режиму осуществляется через ряд промежуточных стадий увеличения амплитуд флуктуаций и возникновения волн Толлмина – Шлихтинга [2]. Для набегающего потока с высокой интенсивностью турбулентности, типичного для турбомашин, флуктуации с большими амплитудами, диффундируя в пограничный слой, меняют картину перехода без возникновения волн неустойчивости и промежуточных стадий [3]. Неравномерность набегающего потока не только по пространству, но и во времени, образованная следами от профилей предыдущей ступени, в каждый момент времени видоизменяет переход, перемещая его вверх и вниз по течению, и в результате сказывается на динамических и турбулентных характеристиках обтекания.

При увеличении амплитуды колебаний внешней невязкой скорости потока, обезразмеренной на усредненную скорость набегающего потока, от малых значений до величин, близких к единице, в неустановившемся пограничном слое возникают зоны возвратного течения [4–6]. С помощью численных методов удается получить решения для больших значений амплитуд и исследовать свойства основного и возвратного течения с ламинарными и турбулентными режимами [5, 6], где, согласно экспериментальным данным, поток существенно нестационарный [7]. С целью улучшения аэродинамических характеристик обтекания к таким течениям применяются различные способы управления пограничным слоем [8]. Так, периодический отсос через пористую поверхность уменьшает интенсивность обратных потоков и оказывает положительное влияние на эти характеристики в целом [6].

Во всех практических приложениях анализ неустановившихся течений основывается на квазистационарных моделях турбулентности. Использование усложненных

моделей с дополнительными уравнениями для параметров турбулентности позволяет учесть влияние их значений в набегающем потоке на переходные и турбулентные процессы и характеристики пристенной турбулентности.

В представленном исследовании на основе K - ϵ -модели турбулентности анализируется влияние параметров гармонически колеблющихся потоков для умеренных значений амплитуд на развитие характеристик течения и турбулентности в неустановившемся пограничном слое. Модель апробирована для описания экспериментальных и теоретических данных [9, 10] о стационарных течениях по структуре переходного и турбулентного пограничного слоя при изменении от малых до больших локальных турбулентных чисел Рейнольдса. В случае нестационарных течений развивается подход, связанный с модификацией существующей модели турбулентности [11].

1. Постановка задачи. При обычных предположениях теории пограничного слоя и в пренебрежении членами, отражающими влияние нормальных напряжений Рейнольдса, система уравнений для осредненных характеристик нестационарного двумерного пограничного слоя в слабосжимаемом однородном изотермическом потоке газа в системе криволинейных координат ξ , ζ , связанной с поверхностью обтекаемого тела $\zeta = 0$, имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho \sqrt{\frac{g}{g_{11}}} u \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho v) = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial u}{\partial \xi} + v \frac{\partial u}{\partial \zeta} = -\frac{1}{\rho \sqrt{g_{11}}} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\mu \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \rho \langle u'v' \rangle \right]$$

$$\frac{\partial p}{\partial \zeta} = 0, \quad p = \rho RT$$

Здесь u , v – продольная и нормальная компоненты скорости в системе координат ξ , ζ , которые направлены вдоль поверхности и по нормали к ней, $g = g_{11}g_{22} - g_{12}^2$, g_{ij} – компоненты метрического тензора ($i, j = 1, 2$); p – статическое давление, ρ – плотность, нижние индексы e и w относятся к значениям на внешней границе пограничного слоя и стенке, t – к турбулентному режиму, штрих – к пульсационным величинам.

В уравнениях (1.1) использовано предположение о малости членов, содержащих флуктуации плотности и вязкости по сравнению с членами, в которые входят их средние значения. Первое уравнение системы (1.1) – уравнение неразрывности, второе – уравнение импульсов в проекции на криволинейную координату ξ . Статическое давление p – функция t , ξ .

Граничные условия задаются на поверхности и внешней границе пограничного слоя. Распределения продольной составляющей скорости $u_e(t, \xi)$ известны из решения уравнений газовой динамики или из экспериментальных данных. На поверхности ставятся граничные условия

$$\zeta = 0: \quad u = 0, \quad \rho v = (\rho v)_w = F(t, \xi) \quad (1.2)$$

На внешней границе пограничного слоя удовлетворяется асимптотическое условие

$$\zeta \rightarrow \infty: \quad u \rightarrow u_e \quad (1.3)$$

Рассматривается течение, в котором в начальный момент времени $t = 0$ поле течения задается из стационарных условий; при $t > 0$ внешняя скорость $u_e(t, \xi)$ начинает колебаться от стационарной скорости $u_0(\xi)$ по гармоническому закону

$$u_e(t, \xi) = u_0(\xi)(1 + A_0 \cos \omega t) \quad (1.4)$$

В начальный момент времени задаются условия для компонент скорости в общем виде

$$t = 0: \quad u(0, \xi, \zeta) = u_0(\xi, \zeta), \quad v(0, \xi, \zeta) = v_0(\xi, \zeta)$$

Начальные условия для профилей скорости по продольной координате определяются в некоторой области, например при $\xi = \xi_0$.

2. Моделирование турбулентности. При турбулентном режиме течения осредненные уравнения нестационарного пограничного слоя замыкаются с использованием моделей турбулентности, основанных на понятии турбулентной вязкости и на гипотезах Колмогорова – Прандтля. Эти квазистационарные модели разделяются на алгебраические и дифференциальные [12]. При этом задаются степень (интенсивность) Tu_∞ ($Tu_\infty^2 = 10^4 \cdot 2K_\infty / (3V_\infty^2)$) и масштаб турбулентности L_∞ в набегающем потоке, где кинетическая энергия турбулентности $K = 0,5\langle u'_i u'_i \rangle$, $K' = K / V_\infty^2$.

Полное напряжение трения τ на продольную координату представляется с применением гипотезы Буссинеска о градиентном механизме переноса для турбулентного напряжения $\tau_t = -\rho\langle u'v' \rangle$

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \rho\langle u'v' \rangle = \mu_\Sigma \frac{\partial u}{\partial \zeta} \quad (2.1)$$

$$\mu_\Sigma = \mu + \mu_t, \quad \tau_t = \mu_t \frac{\partial u}{\partial \zeta}$$

Здесь μ_Σ , μ_t – полный и турбулентный коэффициенты вязкости.

Для замыкания системы уравнения (1.1) необходимо определить модели турбулентности. Среди них только двухпараметрические K – ϵ -модели используются ниже.

В двухпараметрических K – ϵ -моделях дифференциальное уравнение для кинетической энергии турбулентности K используется совместно с уравнением для скорости ее диссипации ϵ_k или для ее изотропной части $\epsilon = \epsilon_k - D$ [13]. Здесь D – слагаемое, учитывающее влияние стенки.

Уравнения для K и ϵ нестационарного двумерного пограничного слоя в системе координат ξ, ζ имеют вид

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial K}{\partial \xi} + v \frac{\partial K}{\partial \zeta} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\mu_{\Sigma, k} \frac{\partial K}{\partial \zeta} \right] + \frac{P_k}{\rho} - \epsilon_k \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi} + v \frac{\partial \epsilon}{\partial \zeta} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\mu_{\Sigma, \epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial \zeta} \right] + \frac{P_\epsilon}{\rho} - (D_\epsilon + E)$$

$$\mu_{\Sigma, k} = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad \mu_{\Sigma, \epsilon} = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}$$

$$P_k = \tau_t \frac{\partial u}{\partial \zeta}, \quad \epsilon_k = \epsilon + D, \quad D = \frac{2\nu K}{\zeta^2}$$

$$P_\epsilon = c_1 \frac{\epsilon}{K} P_k = c_1 \frac{\epsilon}{K} \mu_t \left[\frac{\partial u}{\partial \zeta} \right]^2, \quad D_\epsilon = c_2 f_2 \frac{\epsilon^2}{K}, \quad E = \frac{2\nu f_4 \epsilon}{\zeta^2}$$

Здесь $\mu_{\Sigma, k}$, $\mu_{\Sigma, \epsilon}$ – коэффициенты полных (эффективных) вязкостей; σ_k , σ_ϵ – числа Прандтля для K и ϵ ; члены P_k , P_ϵ описывают процессы генерации в уравнениях для K и скорости диссипации ϵ в явной форме; D_ϵ – диссипативное слагаемое в уравнении для ϵ , члены D , E выражают влияние вязкости на диссипативные эффекты вблизи стенки

и в областях с малыми локальными числами Рейнольдса в уравнениях для K и ε , как и пристеночные функции f_2, f_4 – в членах D_w, E .

Коэффициент турбулентной вязкости ν_t определяется по второй формуле Прандтля – Колмогорова с демпфирующей функцией f_μ

$$\nu_t = c_\mu f_\mu \frac{K^2}{\varepsilon}$$

В варианте модели [14] функция f_μ включает координату ζ^+ и функцию $c_3^*(\eta_*)$

$$f_\mu = 1 - \exp(-c_3^* \zeta^+), \quad \zeta^+ = \frac{u_* \zeta}{\nu}, \quad u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad c_3^* = \frac{C'_0}{\eta_*^\alpha} \quad (2.3)$$

Функция η_* задается в форме зависимости от локального числа Re_θ и двух параметров A'_0, B'_0 , связанных в общем случае с параметрами набегающего потока и его турбулентности [11]

$$\eta_* = Z + B'_0 \{ \exp[(A - A'_0)^2] - 1 \}, \quad A = \lg Re_\theta \quad (2.4)$$

$$Z = 10 + 3,58(A - 3,95), \quad A \leq 3,95; \quad Z = 10, \quad A \geq 3,95$$

Выбор постоянной C'_0 зависит от значений c_3 и $\eta_*^\alpha(A'_0)$. В численных расчетах формула (2.4) используется только при $A \leq A'_0$, где $C'_0 = c_3 \eta_*^\alpha(A'_0)$. Если $A > A'_0$, то принимается $c_3^* = c_3$.

Здесь вводится эмпирическое соотношение A'_0 от Tu_∞ [11], основывающееся на опытных данных

$$A'_0 = \lg \{ 300 + 2,667 \exp(6,91 - 0,8 Tu_\infty) \}, \quad B'_0 = \text{const} \quad (2.5)$$

Функции f_2, f_4 соответственно применяются в виде

$$f_2 = 1 - 0,2222 \exp \left\{ - \left(\frac{R_t}{6} \right)^2 \right\}, \quad f_4 = \exp(-c_4 \zeta^+), \quad R_t = \frac{K^2}{\varepsilon \nu}$$

Константы модели, определяемой (2.2)–(2.5), имеют значения

$$(c_\mu, c_1, c_2, c_3, c_4, \sigma_k, \sigma_\varepsilon) = (0,09, 1,44, 2, 0,0115, 0,5, 1, 1,3)$$

На поверхности задаются граничные условия

$$\zeta = 0: \quad K = 0, \quad \varepsilon = 0$$

но $D_w \neq 0, E_w \neq 0$. Они определяются из асимптотических условий, следующих из уравнений (2.2) при $\zeta \rightarrow 0$

$$D_w = \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\mu \frac{\partial K}{\partial \zeta} \right] \right\}_w, \quad E_w = \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\mu \frac{\partial \varepsilon}{\partial \zeta} \right] \right\}_w$$

Функции $K_e(t, \xi), \varepsilon_e(t, \xi)$ на внешней границе пограничного слоя находятся при заданном распределении $u_e(t, \xi)$ вне окрестности передней критической точки из уравнений

$$\frac{\partial K_e}{\partial t} + \frac{u_e}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial K_e}{\partial \xi} = -\varepsilon_e, \quad \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial t} + \frac{u_e}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial \xi} = -c_2 \frac{\varepsilon_e^2}{K_e} \quad (2.6)$$

Начальные условия по t для уравнений (2.6) функций K_e и ε_e определяются при $t = 0$

$$K_e(0, \xi) = K_{e(0)}(\xi), \quad \varepsilon_e(0, \xi) = \varepsilon_{e(0)}(\xi)$$

где $K_{e(0)}$ и $\varepsilon_{e(0)}$ – решения стационарных уравнений (2.6).

Начальные условия по ξ для функций K_e и ε_e задаются в начальном сечении $\xi = \xi_0$

$$K_e(t, \xi_0) = K_{e0}(t), \quad \varepsilon_e(t, \xi_0) = \varepsilon_{e0}(t)$$

Тогда на внешней границе задаются условия

$$\zeta \rightarrow \infty: \quad K \rightarrow K_e(t, \xi), \quad \varepsilon \rightarrow \varepsilon_e(t, \xi)$$

Для функций K и ε начальные условия по времени t в общем случае вводятся как

$$t = 0: \quad K(0, \xi, \zeta) = K_0(\xi, \zeta), \quad \varepsilon(0, \xi, \zeta) = \varepsilon_0(\xi, \zeta)$$

Здесь K_0, ε_0 – начальные заданные распределения кинетической энергии и скорости ее диссипации при $t = 0$. Они могут быть получены из решения уравнений (2.2), (2.3) при $t = 0$ и с частными производными по времени $\partial/\partial t = 0$.

Решения в области вниз по потоку зависят от выбора начальных условий для большинства вариантов модели. При ламинарном режиме течения задание начальных функций $K(t, \xi_0, \zeta)$ и $\varepsilon(t, \xi_0, \zeta)$ может быть произведено различными способами.

Начальные условия по ξ для K и ε для полностью развитого турбулентного потока могут быть заданы как в стационарной задаче

$$K(t, \xi_0, \zeta) = \frac{K_e(t, \xi_0)u(t, \xi_0, \zeta)}{u_e(t, \xi_0)}, \quad \varepsilon(t, \xi_0, \zeta) = \frac{c_D f_\mu [K(t, \xi_0, \zeta)]^{3/2}}{L(t, \xi_0, \zeta)} + \frac{\zeta}{\delta} \varepsilon_{e0}$$

Здесь масштаб турбулентности $L(t, \xi_0, \zeta)$ определяется по теории длины пути смешения Прандтля.

Для определения динамических и турбулентных характеристик течения применяется численный метод [6] решения системы уравнений нестационарного пограничного слоя с дифференциальной моделью турбулентности. В основе метода лежит неявная конечно-разностная схема, обеспечивающая четвертый порядок точности по нормальной к поверхности координате с использованием граничных условий общего вида без изменения порядка точности интегрирования и однородности вычислительного алгоритма. В зависимости от структуры потока задаются шаги неравномерной сетки по пространственным координатам.

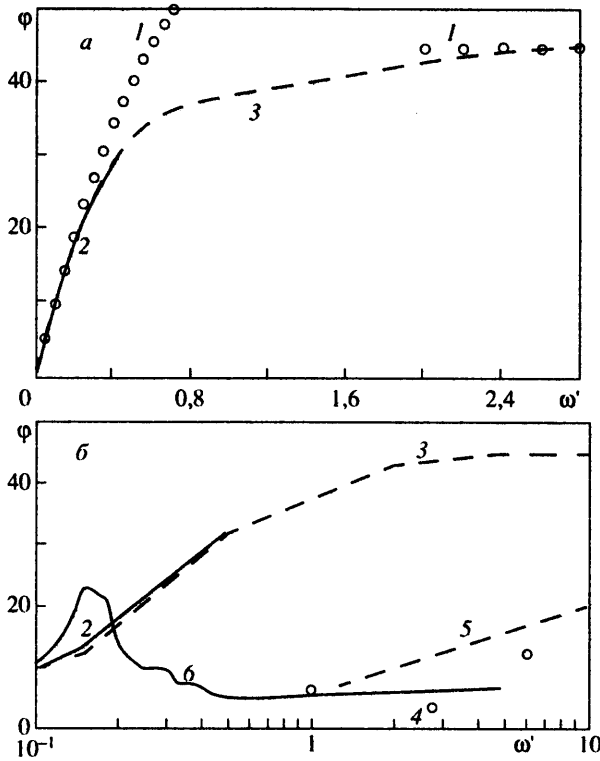
При расчетах нестационарных течений с высокой внешней турбулентностью уравнения сохранения импульса, энергии турбулентности и скорости ее диссипации становятся существенно нелинейными даже в ламинарной области течения и это свойство усиливается при переходе к турбулентному режиму. Для ускорения сходимости решений используются различные варианты линеаризации этих уравнений и построения итерационных алгоритмов.

3. Результаты расчетов. Неустановившийся пограничный слой на плоской пластинке с внешним гармоническим распределением скорости (1.4) рассматривается здесь как характерный пример влияния предыстории потока с высокой степенью турбулентности на развитие пульсационных характеристик движения при ламинарном и переходном режимах, а также в области развитой турбулентности.

Для ламинарного режима течения аналитические решения получены Лайтхиллом [1] для функции $g = 1/2 C_f \text{Re}_\xi^{0.5}$ (число Рейнольдса $\text{Re}_\xi = u_0 \xi / \nu_\infty$ определено по усредненной скорости u_0), связанной с коэффициентом поверхностного трения $C_f = 2\tau_w / (\rho_e u_0^2)$, где τ_w – трение на стенке. Для приведенной частоты $\omega' = \omega \xi / u_0$, много меньшей или большей единицы, они даются двумя различными формулами

$$g(t, \xi) = 0,332 + A_0(0,498 \cos \omega t - 0,849 \omega' \sin \omega t), \quad \omega' \ll 1 \quad (3.1)$$

$$g(t, \xi) = 0,332 + A_0(\omega')^{1/2} \cos\left(\omega t + \frac{1}{4} \pi\right), \quad \omega' \gg 1$$



Фиг. 1. Распределения фазового угла φ от ω' при $f = 0,33$ и $A_0 = 0,147$ для только ламинарного (*a*) и при 1 Гц, $A_0 = 0,352$ для всех режимов (*б*): 1 – решения Лайтхилла, 2, 6 – численные решения, 3, 5 – решения [15]; 4 – экспериментальные данные

Здесь приведенная частота ω' рассматривается как безразмерная координата $\xi' = \xi/D_\omega$ при $Sh = D_\omega\omega/u_0 = 1$, тогда $D_\omega = u_0/\omega$.

Фазовый угол $\varphi(\xi_0)$ между распределениями скорости внешнего потока и безразмерной функции поверхностного трения g при $\xi = \xi_0$ определяется соотношением

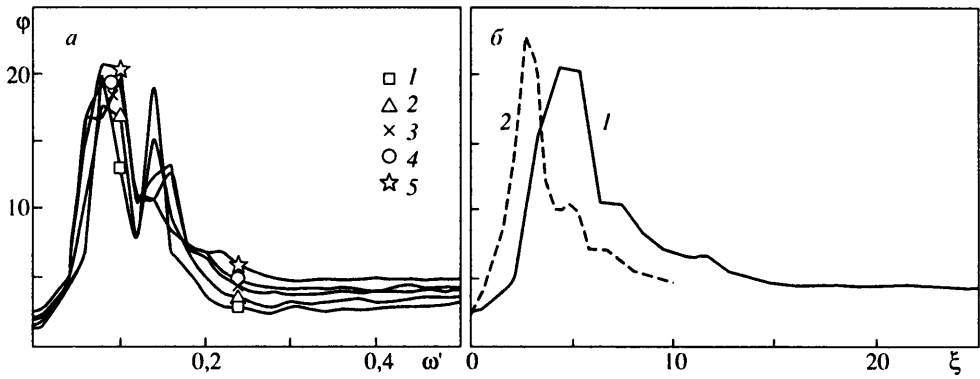
$$\cos \varphi(\xi_0) = \frac{1}{A_1 C \pi} \int_{\tau_0}^{\tau_0+2\pi} [u_e - u_0][g - \langle g \rangle] d\tau, \quad \tau = \omega t \quad (3.2)$$

$$A_1 = u_0 A_0, \quad A_1^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\tau_0}^{\tau_0+2\pi} [u_e - u_0]^2 d\tau, \quad C^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\tau_0}^{\tau_0+2\pi} [g - \langle g \rangle]^2 d\tau$$

$$u_e(t, \xi_0) - u_0(\xi_0) = A_1 \cos \tau, \quad u_0(\xi_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{\tau_0}^{\tau_0+2\pi} u_e(\tau, \xi_0) d\tau$$

$$\langle g(\xi_0) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{\tau_0}^{\tau_0+2\pi} g(\tau, \xi_0) d\tau, \quad g(\tau, \xi_0) - \langle g(\xi_0) \rangle = C \cos[\tau + \varphi(\xi_0)]$$

Для ламинарного режима течения на плоской пластине рассчитанный фазовый угол φ в зависимости от приведенной частоты ω' при $A_0 = 0,147$ и $f = \omega/2\pi = 0,33$ Гц приводится на фиг. 1, *a* для второго периода временной переменной τ : $2\pi \leq \tau \leq 4\pi$. Численные решения (кривая 2) на фиг. 1, *a* сравниваются с приближенным решением [1] (точки 1) по (3.1) при низких и высоких частотах и численными данными [15]



Фиг. 2. Влияние амплитуды A_0 на распределение фазового угла φ от ω' (а) для турбулентного режима при $f = 0,33$: 1–5 – $A_0 = 0,147, 0,202, 0,264, 0,292, 0,352$, и частоты f на распределения φ от координаты ξ (б) при $A_0 = 0,352$: 1, 2 – $f = 0,33; 1$ Гц

(кривая 3). Эти расчетные результаты находятся в хорошем соответствии как с данными [15] во всей расчетной области изменения ω' ($\omega' \leq 0,5$), так и с низкочастотным приближенным решением Лайтхилла для значений $\omega' \leq 0,2$.

Для турбулентного режима течения численные расчеты проведены в соответствии с экспериментальными данными [16] для широких диапазонов изменения параметров колебаний и турбулентности. Эти эксперименты выполнены для области развитого турбулентного колеблющегося потока на плоской пластине с ненулевым градиентом давления по τ для различных значений параметров колебаний A_0 и f . Экспериментальные данные для профилей продольной составляющей скорости даются для числа Рейнольдса $Re_\delta^* = 3,6 \cdot 10^3$.

Так как предполагается обтекание плоской пластины потоком жидкости с высокой интенсивностью турбулентности $Tu_\infty > 1\%$, то используется модифицированный вариант $K - \epsilon$ -модели, ранее апробированный для расчетов стационарных течений сравнением с экспериментальными данными [9] при $Tu_\infty > 3, 6\%$ и значениях ϵ'_∞ из диапазона $0,184 \cdot 10^{-2} - 0,184$. В численных расчетах число Рейнольдса $Re_\infty = V_\infty D / \nu_\infty$, определенное по параметрам набегающего потока и характерной длине $D = V_\infty / f$, выбиралось разным в зависимости от протяженности расчетной сетки по продольной координате и частоты $f = 0,33$ и $1,0$ Гц. Значение $Tu_\infty = 3\%$ и безразмерная величина ϵ'_∞ ($\epsilon'_\infty = \epsilon_\infty D / \nu_\infty^3$) соответственно равна $0,184 \cdot 10^{-2}$ и $0,0184$.

Расчетные кривые 2, 6 сравниваются на фиг. 1, б при $f = 1$ Гц с экспериментом и теоретическими результатами, полученными только для ламинарного \mathcal{J} или турбулентного режимов течения. Для турбулентного режима расчетная кривая 6 имеет тот же самый порядок значений, что и экспериментальные данные 4 из [16] и численные результаты 5 [15], но только для меньших значений частоты ω' .

Распределения фазового угла φ (кривые 1–5) в зависимости от частоты ω' показывают на фиг. 2, а влияние амплитуды A_0 из диапазона $0,147 - 0,352$ и для $f = 0,33$ Гц во всей области течения на пластине с ламинарным, переходным и турбулентным режимами. В переходной области распределения угла φ от ω' имеют для наименьших значений A_0 немонотонный характер с локальным максимумом и минимумом. С увеличением амплитуды A_0 значения расчетного фазового угла φ несколько возрастают как в переходной, так и в турбулентной областях, при этом немонотонность кривых уменьшается и для $A_0 = 0,352$ исчезает. В турбулентной области потока фазовый угол φ имеет минимальные значения.

Влияние частоты f на распределения фазового угла φ , зависящие от координаты ξ (в дюймах), показывает на фиг. 2, б, что пики кривых смещаются в область наименьших значений ξ с увеличением f от 0,33 (кривая 1) к 1 Гц (кривая 2). Данные соответствуют амплитуде колебаний $A_0 = 0,352$.

Продольная компонента скорости в пограничном слое представляется как сумма двух слагаемых

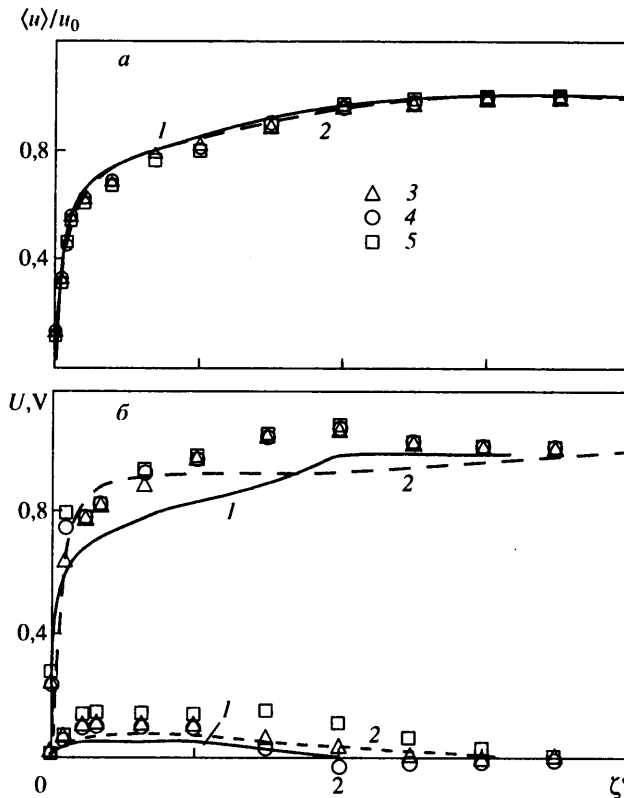
$$u(t, \xi, \zeta) = \langle u(\xi, \zeta) \rangle + u_1 \cos(\tau + \varphi)$$

В экспериментальные данные [16] включены профили составляющих скорости $\langle u \rangle / u_0$, $u_1 \cos \varphi / A_1$, $u_1 \sin \varphi / A_1$ для различных значений амплитуды A_0 и частоты f колебаний набегающего потока. Тогда значения профилей скорости в фазе U и противофазе V определяются из соотношений

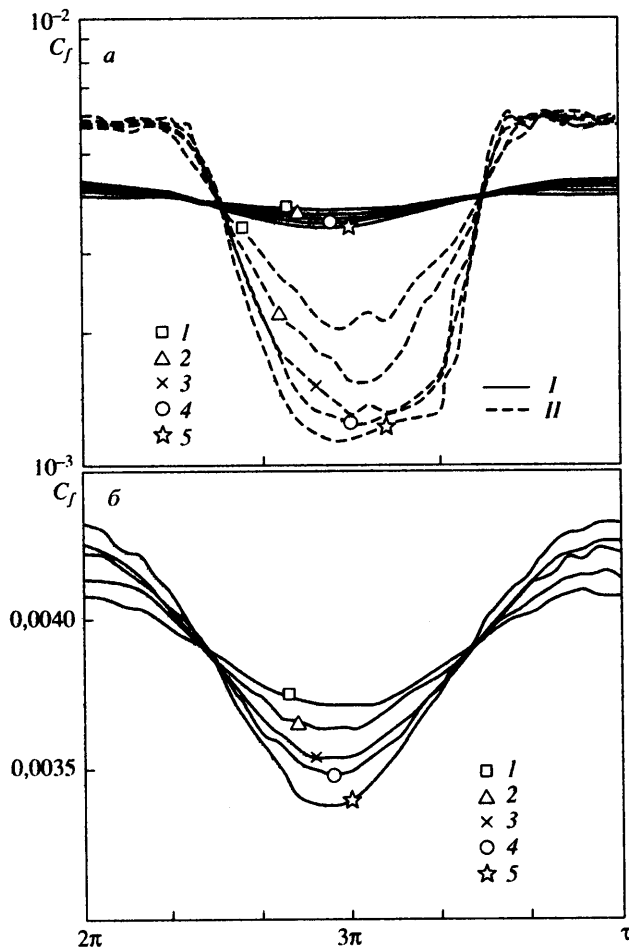
$$U(\xi, \zeta) \equiv u_1 \frac{\cos \varphi}{A_1} = \frac{1}{\pi A_0 u_0} \int_0^{2\pi} u(\tau, \xi, \zeta) \cos \tau d\tau$$

$$V(\xi, \zeta) \equiv u_1 \frac{\sin \varphi}{A_1} = -\frac{1}{\pi A_0 u_0} \int_0^{2\pi} u(\tau, \xi, \zeta) \sin \tau d\tau$$

Профили усредненной составляющей скорости $\langle u \rangle / u_0$ от нормальной координаты ζ' (ζ' в дюймах) для трех величин амплитуды 0,147, 0,264, 0,352 (точки 3–5) и $f = 0,33$ Гц сравниваются на фиг. 3 с экспериментальными значениями. Расчетный профиль 1 для



Фиг. 3. Профили усредненной $\langle u \rangle / u_0$ (а), в фазе U и противофазе V (б) составляющих скорости при $f = 0,33$ Гц для турбулентного режима: 1 – численные решения, 2 – решения [15], 3–5 – экспериментальные данные для $A_0 = 0,147, 0,264, 0,352$



Фиг. 4. Распределения коэффициента трения C_f от τ в ламинарной (I), переходной (II) (а) и турбулентной (б) областях: 1–5 – $A_0 = 0,147, 0,202, 0,264, 0,292, 0,352$

$A_0 = 0,352$ на фиг. 3, а в пристеночной области несколько более наполнен и находится выше профиля 2 из [15] и экспериментальных данных. С ростом амплитуды A_0 соответствие с опытом несколько улучшается. Хотя для выбранных значений A_0 численные профили располагаются очень близко друг к другу. Но лучшее согласование наблюдается при $A_0 = 0,264$ – численный профиль скорости точнее соответствует распределению экспериментальных данных.

Для расчетных профилей составляющих скорости в фазе U (верхние кривые) и противофазе V для тех же значений параметров согласование с экспериментальными данными в целом хуже. Расчетный профиль 1 для составляющей в фазе U при $A_0 = 0,352$ на фиг. 3, б менее наполнен и находится ниже профиля 2 и всех распределений экспериментальных данных [16] (точки 3–5) в пристеночной области пограничного слоя. С увеличением частоты f от 0,33 до 1 Гц профили составляющих скорости U, V становятся более наполненными.

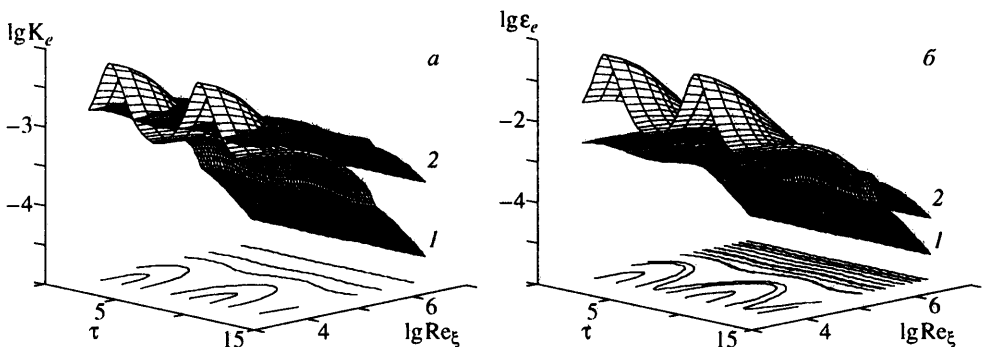
Распределения коэффициента трения C_f от времени τ для второго периода показывают на фиг. 4, а для двух значений Re_ε влияние смены режима течения и амплитуды колебаний при значениях $A_0 = 0,147, 0,202, 0,264, 0,292, 0,352$. В переходной

области в сечении $Re_\xi = 0,329 \cdot 10^6$ распределения C_f для пяти значений A_0 на фиг. 4, а начинают перестраиваться вниз по потоку от ламинарных кривых / гармонического вида к зависимостям II. С ростом амплитуды A_0 эти зависимости заметно расслаиваются, при этом минимумы коэффициента C_f увеличиваются.

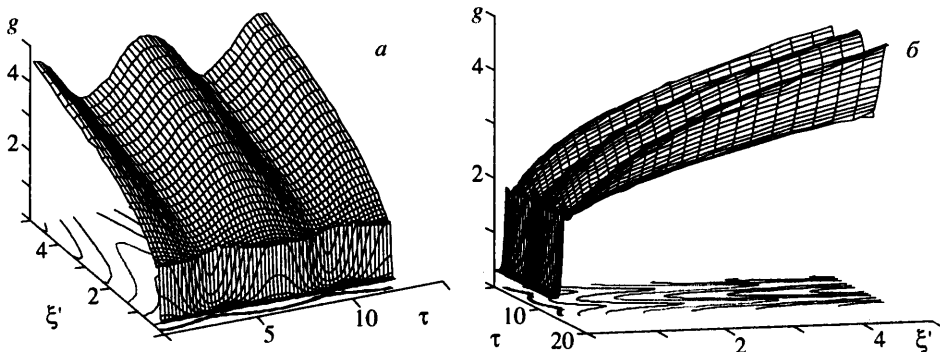
Ниже по течению при развитом турбулентном режиме в сечении $Re_\xi = 0,136 \cdot 10^7$ на фиг. 4, б кривые коэффициента трения C_f принимают вновь периодический характер подобно кривым ламинарного режима и колеблющейся внешней невязкой скорости, но с фазовым углом сдвига φ . Численные результаты показывают, что увеличение амплитуды A_0 колебаний внешней скорости хотя и приводит к возрастанию амплитуды колебаний трения в целом слабо сказывается на значениях коэффициента C_f как при ламинарном, так и турбулентном режимах течения, но ее влияние более заметно в области перехода.

Распределения функций $K'_e(\tau, Re_\xi)$ и $\epsilon'_e(\tau, Re_\xi)$ на внешней границе пограничного слоя зависят от значений обоих параметров турбулентности в набегающем потоке: Tu_∞ и ϵ'_∞ . Влияние скорости диссипации ϵ'_∞ набегающего потока при степени турбулентности $Tu_\infty = 3\%$ на пространственно-временные распределения функций $K'_e(\tau, Re_\xi)$ и $\epsilon'_e(\tau, Re_\xi)$ в логарифмических координатах показано на фиг. 5, а, б для $A_0 = 0,352, f = 1$. Здесь функции K'_e, ϵ'_e – решения уравнений (2.6) для значений $\epsilon'_\infty = 0,0184$ и $0,00184$ – поверхности 1 и 2. Изменение ϵ'_∞ на порядок приводит к заметным различиям в распределениях этих функций как во времени, так и по продольной координате. В начале плоской пластины большее значение ϵ'_∞ соответствует более высоким амплитудам колебаний поверхностей K'_e и ϵ'_e по τ . При этом поверхность 1 функции ϵ'_e имеет большой уровень значений, чем распределение 2. Но поверхности 1 и 2 функции K'_e в отличие от скорости диссипации пересекаются уже в начале пластины. Падение значений K'_e и ϵ'_e для $\epsilon'_\infty = 0,0184$ (поверхности 1) с ростом Re_ξ вниз по течению происходит более интенсивно, чем для меньшего значения ϵ'_∞ .

Отметим, что наиболее интенсивные колебания рассматриваемых функций $K'_e(\tau, Re_\xi)$ и $\epsilon'_e(\tau, Re_\xi)$ приходится на начало пластины, где режим течения по принятой модели предполагается ламинарным. Затем вниз по течению колебания во времени τ этих функций имеют все меньшие амплитуды. В областях переходного и особенно турбулентного режимов амплитуды колебаний значительно уменьшаются. Следует ожидать, что в зависимости от выбранных значений параметров подобный характер их изменений отразится на численных решениях уравнений пограничного слоя, т.е. на характеристиках течения и турбулентности.



Фиг. 5. Распределения функций $K'_e(\tau, Re_\xi)$ (а) и $\epsilon'_e(\tau, Re_\xi)$ (б) на внешней границе пограничного слоя для $Tu_\infty = 3\%$ и $A_0 = 0,352, f = 1$: поверхности 1 и 2 – $\epsilon'_\infty = 0,0184$ и $0,00184$



Фиг. 6. Распределения функций $g(\tau, \xi)$ для $Tu_\infty = 3\%$, $\epsilon'_\infty = 0,00184$ и $A_0 = 0,352$, $f = 1$ со стороны осей τ (а) и ξ (б)

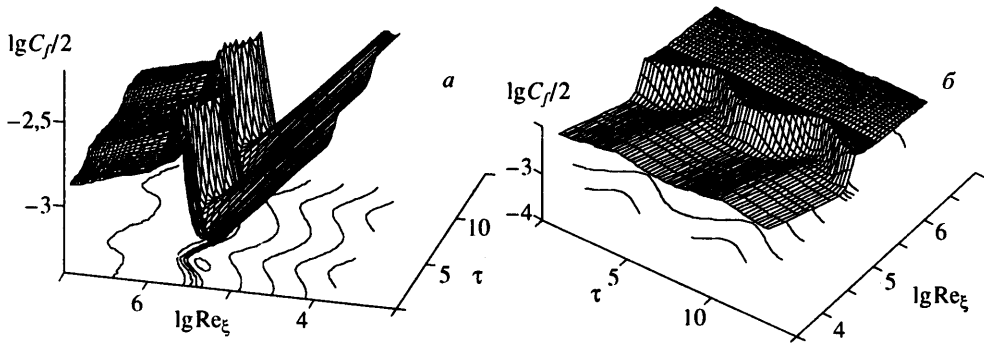
Поверхности значений функции $g(\tau, \xi)$ – безразмерной производной продольной составляющей скорости по нормальной координате на стенке, имеющей значение коэффициента трения на поверхности без учета влияния Re_ξ , для параметров турбулентности $\epsilon'_\infty = 0,00184$, $Tu_\infty = 3\%$ и тех же параметров колебаний, как на фиг. 5, представленные на фиг. 6, дают возможность проанализировать их изменения под наиболее удобными углами как вдоль продольной координаты ξ , так и времени τ .

Картина распределения функции $g(\tau, \xi)$ вдоль оси τ под малым углом зрения к оси ξ (вид с переднего фронта) на фиг. 6, а показывает волновой характер ее изменения в зависимости от времени τ для каждого продольного сечения $\xi = \text{const}$. По продольной координате ξ область ламинарного режима в начале пластины на фиг. 6, а является достаточно узкой, с минимальными значениями $g(\tau, \xi)$. Переход к турбулентному режиму происходит интенсивно с резким возрастанием значений безразмерного трения. Основная часть течения соответствует развитому турбулентному режиму, при котором функция коэффициента трения g монотонно возрастает в продольном направлении ξ . Отметим, что кривые, составляющие сетку на поверхности g , изменяются во времени τ в основном по гармоническим распределениям при всех режимах течения.

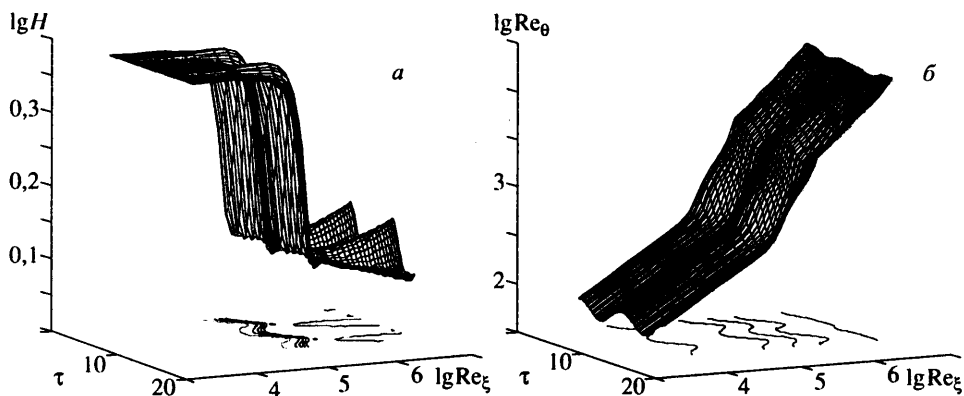
Вид сбоку с другой точки зрения на фиг. 6, б позволяет оценить протяженность этих областей в реальном масштабе продольной оси ξ . Характер изменения g соответствует всем режимам течения. Выделяются пики в конце перехода и затем монотонный рост значений g в турбулентной области.

Для турбулентных течений с ламинарно-турбулентным переходом удобнее представлять распределения трения на стенке в виде поверхностей значений логарифма коэффициента поверхностного трения $C_{fd}/2 = \tau_w / (\rho_e u_e^2)$ от $\lg Re_\xi$, которые на фиг. 7, а дают возможность проанализировать его особенности в растянутых узких областях с ламинарными (с малыми Re_ξ) и переходными режимами в зависимости от τ . Отметим, что коэффициент C_{fe} в отличие от C_f включает зависящую от τ внешнюю скорость u_e . Вид рассчитанных распределений $C_{fd}/2$ в зависимости от Re_ξ (при $\tau = \text{const}$) на фиг. 7, а показывает, что в начале периода переход смещается вниз по потоку, когда внешняя скорость уменьшается, и затем возвращается в исходное положение с ее нарастанием. В то же время протяженность перехода изменяется по гармоническому закону во времени, как показано на фиг. 7, б.

Пространственно-временные распределения формпараметра $H = \delta^*/\theta$ и интегральных толщин пограничного слоя в зависимости от Re_ξ и τ позволяют выделить характерные области течения и проанализировать влияние на них как параметров колебаний внешнего невязкого потока, так и турбулентности.



Фиг. 7. Поверхности коэффициента поверхностного трения $C_f/2$ для $Tu_\infty = 3\%$, $\epsilon'_\infty = 0,00184$ и $A_0 = 0,352, f = 1$ со стороны осей Re_{ξ} (а) и τ (б)



Фиг. 8. Поверхности значений формпараметра H (а) и числа Рейнольдса Re_θ (б) для $Tu_\infty = 3\%$, $\epsilon'_\infty = 0,00184$ и $A_0 = 0,352, f = 1$

Поверхности значений H в логарифмических осях на фиг. 8, а показывают слабое влияние колебаний на формпараметр в ламинарной области и более значительное – в переходной и турбулентной зонах течения. В сечениях $\tau = \text{const}$ значения формпараметра резко уменьшаются при переходе к полностью развитому турбулентному режиму. Кривые H в зависимости от времени τ при $Re_\xi = \text{const}$ изменяются по гармоническому закону, но с разными амплитудами колебаний. На фиг. 8, а выделяются начинающиеся в переходной области и увеличивающиеся по амплитуде колебания H с ростом продольной координаты в турбулентной области течения.

Интегральные толщины пограничного слоя имеют несколько отличные от формпараметра H тенденции изменения в ламинарной и турбулентной областях течения. Так, значения числа Рейнольдса Re_θ , определенного по толщине потери импульса θ , на фиг. 8, б возрастают вниз по потоку с увеличением Re_ξ при всех режимах. Колебания функции Re_θ имеют наибольшую амплитуду в ламинарной области, что связано с наибольшим влиянием на него зависимости u_e от τ . В турбулентной области это влияние ослабевает и амплитуда колебаний во времени уменьшается – это хорошо заметно со стороны больших значений Re_ξ на фиг. 8, б. Кривые изменения Re_θ от τ как пересечения поверхности Re_θ с плоскостями $Re_\xi = \text{const}$ имеют колебательный гармонический характер.

Заклучение. Использование модифицированной квазистационарной K – ϵ -модели турбулентности дало возможность численно исследовать влияние параметров гар-

монических колебаний набегающего потока на характеристики течения и турбулентности в нестационарном пограничном слое. Для набегающего осциллирующего потока с высокой интенсивностью турбулентности при обтекании плоской пластины анализ численных результатов и их сопоставление с экспериментальными данными показали применимость этой модели для расчетов характеристик во всей области течения, включая ламинарно-турбулентный переход. Для ламинарных и турбулентных режимов течения получено удовлетворительное соответствие численных результатов для динамических характеристик с экспериментальными данными и теоретическими решениями.

Так, численные решения для фазового угла коэффициента поверхностного трения при ламинарном режиме течения находятся в соответствии с известными решениями, для турбулентного режима рассчитанные распределения качественно согласуются с экспериментальными и численными данными.

Для профилей продольной компоненты скорости в пограничном слое экспериментальным данным лучше соответствуют усредненные по времени составляющие скорости, чем ее составляющие в фазе и противофазе. С увеличением амплитуды колебаний потока, как и частоты, согласование численных результатов для этих составляющих скорости с экспериментами несколько улучшается, но без заметных качественных изменений. Если вблизи стенки соответствие расчетной составляющей профиля в фазе экспериментальным данным вполне достаточное, то в ядре потока и во внешней области пограничного слоя численные решения имеют меньшие значения, что связано с моделированием особенностей взаимодействия колеблющегося внешнего потока и вязкого пристеночного слоя.

Значения параметров турбулентности в набегающем осциллирующем потоке значительно влияют на распределения этих функций во времени на внешней границе пограничного слоя только в начальной области плоской пластины. Но там их изменения при рассмотренных интенсивностях турбулентности слабо сказываются на распределениях характеристик турбулентности в пограничном слое из-за ламинарности режима. Ввиду быстрого снижения этого влияния вниз по потоку оно незначительно отражается на результатах в области полностью развитого турбулентного пограничного слоя и несколько сильнее влияет на параметры ламинарно-турбулентного перехода.

Исследование выполнено при поддержке Международного фонда INTAS (код проекта 94-255).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lighthill M.J.* The response of laminar skin friction and heat transfer to fluctuations in the stream velocity // *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.* 1954. V. 224. № 1156. P. 1–23.
2. *Драйден Х.Л.* Переход ламинарного течения в турбулентное // *Турбулентные течения и теплопередача.* М.: Изд-во иностр. лит., 1963. С. 9–82.
3. *Addison J.S., Hodson H.P.* Modeling of unsteady transitional boundary layers // *Trans. ASME. J. Turbomach.* 1992. V. 114. № 3. P. 580–589.
4. *Telionis D.P.* Review-Unsteady boundary layers, separated and attached // *Trans. ASME. J. Fluids Eng.* 1979. V. 101. № 1. P. 29–43.
5. *Phillips J.H., Ackerberg R.C.* A numerical method for integrating the unsteady boundary-layer equations when there are regions of backflow // *J. Fluid Mech.* 1973. V. 58. Pt 3. P. 561–579.
6. *Алексин В.А., Кудряков А.М.* Нестационарный периодический пограничный слой с зонами возвратного течения // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1991. № 5. С. 82–89.
7. *Simpson R.L.* Review. A review of some phenomena in turbulent flow separation // *Trans. ASME. J. Fluids Eng.* 1981. V. 103. № 4. P. 520–533.
8. *Tsahalis D.T.* Turbulent boundary layers with unsteady injection-suction // *Trans. ASME. J. Fluids Eng.* 1980. V. 102. № 3. P. 364–371.

9. Transition modelling for turbomachinery II: An Updated Summ. ERCOFTAC Trans. SIG Progr. 2nd WORKSHOP / Ed. A.M. Savill. Cambridge: Univ. Press. 1994. 226 p.
10. *Epik E.Ya.* Heat transfer effects in transitions // Turbulent Heat Transfer: Engin. Found. Conf. 1996. New York; San Diego, California, 1996. P. 1–47.
11. *Алексин В.А.* Моделирование влияния параметров турбулентности набегающего потока на пограничный слой криволинейного профиля // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 5. С. 79–89.
12. *Гиневский А.С., Иосилевич В.А., Колесников А.В. и др.* Методы расчета турбулентного пограничного слоя // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ. 1978. Т. 11. С. 155–304.
13. *Jones W.P., Launder B.E.* The calculation of low-Reynolds-number phenomena with a two-equation model of turbulence / Intern. J. Heat and Mass Transfer. 1973. V. 16. № 6. P. 1119–1130.
14. *Chien K.-Y.* Predictions of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds-number turbulence model // AIAA Journal. 1982. V. 20. № 1. P. 33–38.
15. *Cebeci T.* Calculation of unsteady two-dimensional laminar and turbulent boundary layers with fluctuations in external velocity // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1977. V. 355. № 1681. P. 225–238.
16. *Karlsson S.K.F.* An unsteady turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. 1959. V. 5. Pt 4. P. 622–636.

Москва

Поступила в редакцию
15.XII.1999