

УДК 532.529.6:536.24

© 2000 г. О.Р. ГАНИЕВ, Н.С. ХАБЕЕВ

ДИНАМИКА И ТЕПЛОМАСООБМЕН ПУЗЫРЯ, СОДЕРЖАЩЕГО ИСПАРЯЮЩУЮСЯ КАПЛЮ

В сферически-симметричной постановке рассмотрена задача о нестационарном тепло-массообмене одиночного пузыря, содержащего испаряющуюся каплю сжиженного газа. Получено численное решение задачи и ее квазистационарный аналог. Показано существование двух стадий процесса – динамической и термической. Причем квазистационарное решение является хорошим приближением для последней.

Применительно к проблеме паровых взрывов [1, 2] рассмотрена задача в сферически-симметричной постановке о динамике одиночного парового пузыря, содержащего испаряющуюся каплю сжиженного газа. Подобная задача о динамике паровой оболочки вокруг нагретой частицы, помещенной в жидкость, исследована в [3, 4]. При этом использовалось обобщение моделей для газового и парового пузырьков [5, 6]. Обзоры [7, 8] посвящены динамике и теплообмену газовых и паровых пузырьков.

Контакт двух жидкостей с существенно различными температурами может привести к быстрому росту паросодержания в смеси и принять форму парового взрыва. Практическое приложение этого явления связано, в частности, с проблемой морской транспортировки сжиженных газов в криогенной промышленности. Подобное явление возникает также в системах охлаждения ядерных реакторов на АЭС, когда в результате аварии раскаленные частицы ядерного топлива попадают в холодную воду. Это приводит к взрывному кипению жидкости вокруг частиц и резкому повышению давления. Причины возникновения парового взрыва остаются до конца не выясненными.

Пусть капля более "холодной" жидкости попадает в "горячую" жидкость, температура которой значительно превышает температуру кипения холодной жидкости. В процессе испарения холодной жидкости возникает разделяющий жидкости паровой слой, в котором реализуется практически весь основной перепад температур и который характеризуется малой по сравнению с радиусом капли толщиной парового слоя в начальные моменты времени, большими градиентами температур и плотностей в слое, значительными изменениями величин теплофизических характеристик пара в данном интервале температур, сложным динамическим поведением и т.д. В связи с этим большое значение приобретает решение тепловой задачи в паре.

1. Постановка задачи и основные уравнения. Рассмотрим сферическую каплю, окруженную сферическим паровым слоем, в безграничной жидкости. Задача является сферически-симметричной и все параметры задачи зависят от радиальной эйлеровой переменной r и времени t . Предполагается, что холодная капля и окружающая горячая жидкость несжимаемы, а для пара примем уравнение состояния калорически совершенного газа. Давление в паре считается однородным, что реализуется в широком классе задач с газовой и жидкой фазами, когда радиальная скорость движения газа значительно меньше скорости звука в газе [5].

Уравнения неразрывности, притока тепла и состояния для пара в данной постановке имеют вид [9, 10]

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \rho_g W_g r^2}{\partial r} = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho_g c_g \left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + W_g \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_g r^2 \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) + \frac{dP_g}{dt}$$

$$P_g = \rho_g R_g T_g, \quad d(t) \leq r \leq a(t)$$

где ρ – плотность, P – давление, T – температура, c_g , λ_g , R_g , W_g – теплоемкость при постоянном давлении, коэффициент теплопроводности, газовая постоянная и скорость пара; $d(t)$, $a(t)$ – радиусы испаряющейся капли и внешнего парового слоя. Индексы d , g , l относятся к холодной капле, пару и горячей окружающей жидкости соответственно.

Преобразованная система аналогичных уравнений для капли и окружающей жидкости примет вид [9, 10]

$$\rho_d c_d \frac{\partial T_d}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_d r^2 \frac{\partial T_d}{\partial r} \right) \quad (1.2)$$

$$W_d = 0, \quad \rho_d = \text{const}, \quad 0 \leq r \leq d(t)$$

$$\rho_l c_l \left(\frac{\partial T_l}{\partial t} + W_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_l r^2 \frac{\partial T_l}{\partial r} \right)$$

$$W_l r^2 = W_{la} a^2(t), \quad \rho_l = \text{const}, \quad a(t) \leq r$$

где $W_{la} = W(a, t)$ – скорость горячей жидкости на границе с паровой прослойкой.

Граничные условия отражают связь этих уравнений и взаимодействие фаз на межфазных границах [9, 10]

$$r = 0: \quad \frac{\partial T_d}{\partial r} = 0 \quad (1.3)$$

$$r = d(t): \quad J = \rho_g (W_{gd} - \dot{d}(t)) = -\rho_d \dot{d}(t), \quad T_g = T_d = T_{sg}(P_g)$$

$$\frac{dT_{sg}}{dp} = \frac{T_{sg}}{L} \left(\frac{1}{\rho_{gs}} - \frac{1}{\rho_d} \right), \quad \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial r} - \lambda_d \frac{\partial T_d}{\partial r} = JL$$

Здесь L – теплота испарения вещества капли; J – интенсивность фазового перехода, отнесенная к единице поверхности ($J > 0$ соответствует испарению); $T_{sg}(P)$ – температура насыщения пара, для определения которой используется уравнение Клапейрона – Клаузиуса вдоль линии насыщения (индекс s соответствует значениям величин на линии насыщения, точка – дифференцированию по t). Здесь использована наиболее распространенная квазиравновесная схема фазового перехода [6]

$$r = a(t): \quad T_g = T_l, \quad \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial r} = \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \quad (1.4)$$

$$W_{ga} = \dot{a} = W_{la}, \quad P_{la} = P_g - 2\sigma a^{-1}$$

$$r \rightarrow \infty: \quad T_l \rightarrow T_\infty, \quad P_l \rightarrow P_\infty$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения.

Также необходимо привлечь уравнение Рэлея для описания радиального движения жидкости

$$a \frac{dW_{la}}{dt} + \frac{3}{2} W_{la}^2 = \frac{P_{la} - P_{\infty}}{\rho_l} \quad (1.5)$$

Для рассматриваемой задачи характерно значительное изменение параметров пара по толщине парового слоя. Так, например, при давлении $P = 1$ бар для систем вода (300 К) – сжиженный водород (температура кипения $T_s = 22$ К) или вода (300 К) – сжиженный гелий ($T_s = 4,2$ К) коэффициент температуропроводности пара $D_g = \lambda_g / \rho_g c_g$ меняется в 40 раз (!), что является следствием переменности коэффициента теплопроводности пара λ_g (более чем в 3 раза) и плотности пара по толщине слоя. Этот факт – существенная особенность задач с большими отношениями температур T_h/T_{cs} (T_h, T_{cs} – температуры горячей жидкости и испарения холодной), которая не имела места в задачах динамики пузырька в жидкости и капли в парогазовой среде, но сильно заметна в системах с криогенными жидкостями.

Таким образом, в уравнении притока тепла для пара необходимо учитывать зависимость плотности пара и коэффициента теплопроводности от температуры $\rho_g(T), \lambda_g(T)$. Наиболее простой аппроксимацией зависимости $\lambda_g(T)$ является линейное приближение [11]. Например

$$\lambda_g(T) = \frac{\lambda_{g\infty} - \lambda_{gs}}{T_{\infty} - T_{s0}} (T - T_{s0}) + \lambda_{gs}$$

$$T_{s0} = T_{sg}(P_0), \quad \lambda_{g\infty} = \lambda_g(T_{\infty}), \quad \lambda_{gs} = \lambda_g(T_{s0})$$

Остальные характеристики сред ($\lambda_g, \rho_d, c_d, c_g, L, \lambda_l, \rho_l, c_l$) можно считать постоянными.

Подсистему уравнений для пара можно переписать в виде [9]

$$\rho_g c_g \left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + W_g \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_g r^2 \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) + \frac{dP_g}{dt}$$

$$\frac{dP_g}{dt} = \frac{3(\gamma - 1)}{a^3 - d^3} \left(\lambda_g r^2 \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) \Big|_d^a - \frac{3\gamma P_g}{a^3 - d^3} (W_g r^2) \Big|_d^a \quad (1.6)$$

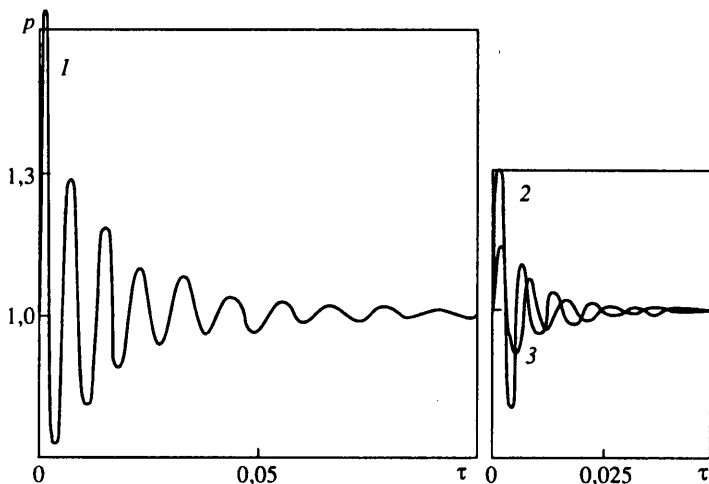
$$r^2 W_g = d^2 W_{gd} + \frac{\gamma - 1}{\gamma P_g} \left(\lambda_g r^2 \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) \Big|_d^r - \frac{r^3 - d^3}{3P_g} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dP_g}{dt}$$

где γ – показатель адиабаты пара.

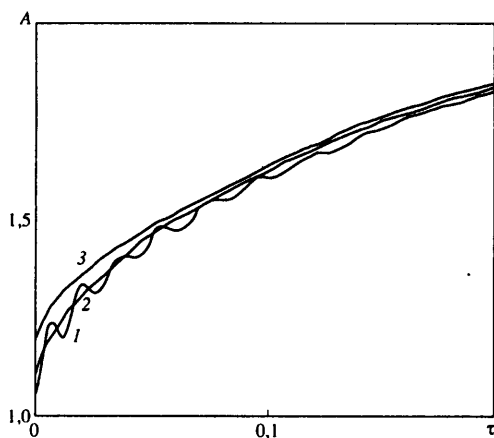
Итак, система свелась к трем уравнениям конвективной нелинейной теплопроводности в разных пространственных областях (в капле, в паре и в жидкости), к четырем обыкновенным дифференциальным нелинейным уравнениям (Рэлея – Ламба, Клапейрона – Клаузиуса, изменения давления и радиуса капли) и к соответствующим граничным условиям. В задаче имеются две подвижные границы $d(t)$ и $a(t)$. Для удобства численного счета эти границы замораживались преобразованиями координат

$$0 \leq r \leq d(t): \quad \eta = \frac{r}{d}, \quad d(t) \leq r: \quad \xi = \frac{r - d}{a - d}$$

2. Результаты численного анализа. Расчеты проводились для размеров капель 0,1–2,0 мм. В качестве горячей жидкости рассматривалась вода при комнатной температуре $T_0 = 293$ К, а в качестве холодной жидкости – сжиженные азот и водород

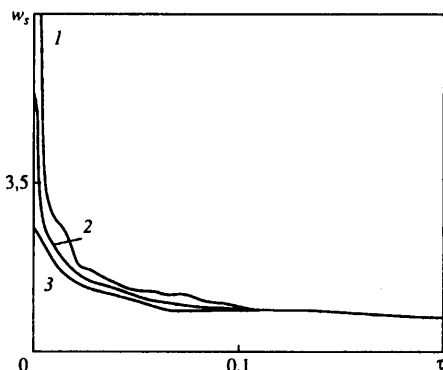


Фиг. 1. Изменение давления в паровом слое: 1-3 - $A_0 = 1,05; 1,1; 1,2$ для $d_0 = 1$ мм, $t_T = 21,7$ мс



Фиг. 2

Фиг. 2. Изменение радиуса парового слоя (см. подпись к фиг. 1)



Фиг. 3

Фиг. 3. Изменение скорости испарения (см. подпись к фиг. 1)

при температуре кипения. Давление в паре в начальный момент $P_0 = 1$ бар. Теплофизические характеристики газов и воды брались в соответствии с [11].

Расчеты показали, что начальное распределение температур в паре существенно сказывается только на начальном интервале времени. Поэтому приведенные результаты относятся к линейному начальному профилю температур.

В результате численного анализа найдено, что изменение температур насыщения вещества капли T_s и поверхности раздела пара и воды малы ($|T_s(p) - T_s(p_0)| \ll T_s(p_0)$, $|T_{la} - T_{la0}| \ll T_{la0}$) и можно считать эти температуры постоянными и решать уравнение теплопроводности только в паровой зоне. Этот вывод справедлив лишь для газового пузыря, на поверхности которого нет фазовых переходов [5, 6]. В данном случае пузырь хотя и паровой, но фазовые переходы идут на его внутренней границе (поверхности капли), поэтому вывод о постоянстве температуры его внешней границы также справедлив. Жидкость в этом случае ведет себя, как термостат.

Анализ процесса показывает, что из-за $\rho_g \ll \rho_d$ характерное время изменения радиуса капли за счет испарения многократно превышает характерное время тепловых процессов $t_T = (d_0)^2/D_g$. Поэтому можно считать, что $d = \text{const}$ на интервале времени, сравнимом с t_T , что было подтверждено численным расчетом.

В рассматриваемых случаях можно выделить две стадии: первая, динамическая, длительностью около $0,1 t_T$, во время которой давление в паровом слое пульсирует; вторая, термическая, когда давление в паре P_g установилось и равно P_∞ , профиль температур приближается к квазистационарному распределению, а паровой слой монотонно растет.

Во время динамической стадии большое влияние на характер процесса имеет начальное значение толщины парового слоя δ_0 .

На фиг. 1–3 приведены графики изменения безразмерных давления в паре $p = P_g/P_0$, радиуса парового слоя $A = a/d_0$ и скорости испарения водорода $w_s = t_T W_{gd}/d_0$ от времени $\tau = t/t_T$ для различных δ_0 .

Поведение давления на фиг. 1 носит осциллирующий характер, причем амплитуда колебаний и время их затухания возрастают с уменьшением δ_0 . Уменьшение δ_0 также приводит к резкому возрастанию значений скоростей испарения w_s и изменения радиуса слоя \dot{a} в начальные моменты времени (фиг. 2 и 3). Все это связано с ростом градиентов температур в паровом слое при уменьшении его толщины.

На фиг. 1 отчетливо видно деление процесса на динамическую и термическую стадии: осциллирующий график давления переходит в прямую, соответствующую P_∞ , скорость испарения w_s быстро падает и стремится к своему квазистационарному значению. Разделение на стадии на графике зависимости A от τ менее выражено и наиболее проявляется для минимального значения δ_0 .

На фиг. 4 и 5 приведены рассчитанные профили температур $\theta = T_g/T_0$ и поля скоростей $w_g = t_T W_{gd}/d_0$ в паровой фазе в различные моменты времени. Можно заметить, что на первой стадии происходит слабое искажение начального линейного профиля температур (фиг. 4), и, наоборот, сильное изменение поля скоростей (фиг. 5), затем значения скоростей и температур выходят на свои квазистационарные значения.

Результаты, приведенные на фиг. 1–3, показывают, что на термической стадии процесса значения переменных практически не зависят от начальных условий (кривые поведения A необходимо для сравнения сдвинуть вдоль оси времени так, чтобы они проходили через одну точку ($\tau = 0, A = 1,2$), т.е. сравнивать процессы во всех трех случаях надо с момента достижения одного и того же значения A). На этой стадии характеристики системы представляют собой медленно меняющиеся функции времени и их характерные времена сравнимы с t_T . В связи с этим имеет смысл рассмотреть отдельно стационарное решение уравнений тепло- и массообмена в паре, когда все параметры не зависят от t , а на поверхности капли имеется постоянный дув (испарение) пара.

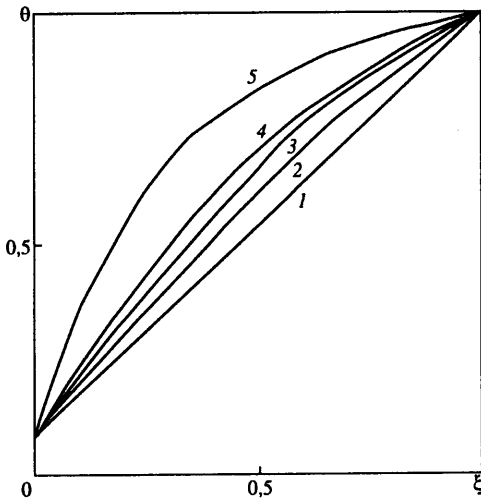
Отбрасывая частные производные по времени в уравнениях неразрывности и притока тепла для пара, получим обыкновенные дифференциальные уравнения

$$\rho_g c_g r^2 W_g \frac{dT_g}{dr} = \frac{d}{dr} \left(\lambda_g r^2 \frac{dT_g}{dr} \right) \quad (2.1)$$

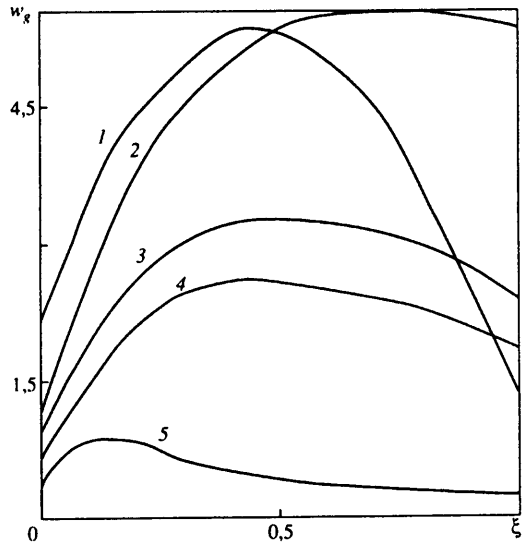
$$\frac{d}{dr} (\rho_g W_g r^2) = 0, \quad P_g = \rho_g R_g T_g, \quad d \leq r \leq a$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} r = d: \quad T_g &= T_s, \quad W_g = W_{gd} \\ r = a: \quad T_g &= T_a, \quad W_g = W_{ga} \end{aligned} \quad (2.2)$$



Фиг. 4. Профили температур в паровом слое: 1-5 - $\tau = 0; 0,01; 0,2; 5; 10$ для $A_0 = 1,1, d_0 = 1 \text{ мм}, t_T = 21,7 \text{ мс}$



Фиг. 5. Распределение скорости в паровом слое (см. подпись к фиг. 4)

Используя граничные условия (2.2), систему (2.1) можно проинтегрировать

$$\lambda_g \frac{dT_g}{dr} = K \frac{T_g - T_s + Lc_g^{-1}}{r^2} \quad (\lambda_g = CT_g + B)$$

$$\varphi(T_g) - (d^{-1} - r^{-1})K = 0, \quad K = \frac{ad}{a-d} \varphi(T_a) \quad (2.3)$$

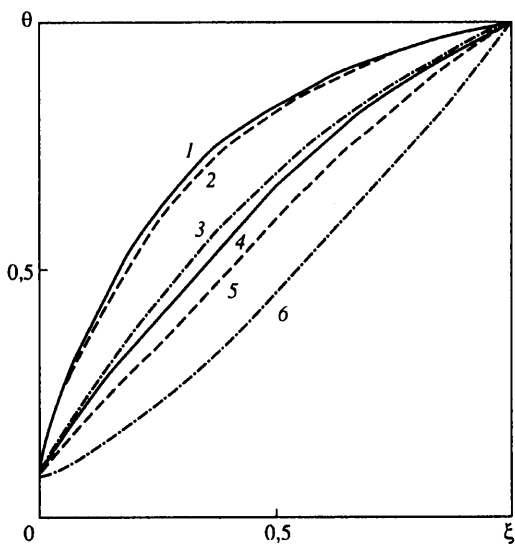
$$\varphi(x) = C(x - T_s) + (B - C(Lc_g^{-1} - T_s)) \ln(1 + (x - T_s)L^{-1}c_g)$$

Используя (2.3) и уравнение для изменения массы пара $\dot{m}_g = 4\pi d^2 J$, получим обыкновенное дифференциальное уравнение для радиуса парового слоя

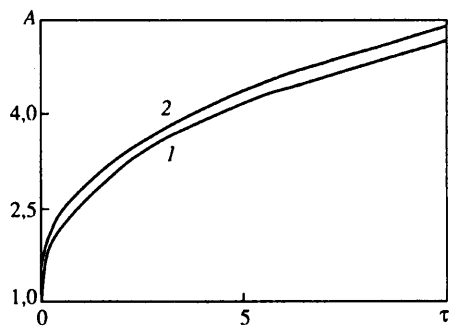
$$\dot{a} = \frac{a(a-d)}{c_g d^5 K^2} \left[\int_{T_s}^{T_g} \frac{3\varphi(x)d + K}{x(K - \varphi(x)d)^5} \frac{Cx + B}{1 + (x - T_s)L^{-1}c_g} dx \right]^{-1} \quad (2.4)$$

Сравнение квазистационарного решения уравнения теплопроводности в паре с численными результатами приведено на фиг. 6 для начального значения $A = 1,1$. Из сравнения видно, что к моменту времени $\tau = 0,2$ ($A = 1,825$) достигается хорошее согласование квазистационарного распределения температур с истинным распределением, а к $\tau = 10$ ($A = 5,138$) совпадение практически точное. Кривые 3, 6 на фиг. 6 соответствуют квазистационарным профилям температуры для $\lambda_g = \text{const}$. Видно, что переменность коэффициента $\lambda_g(T)$ является немаловажной особенностью задачи.

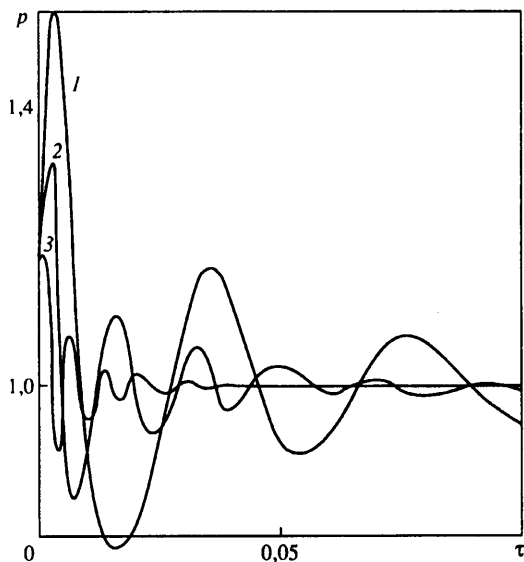
На фиг. 7 проведено сравнение кривых роста радиуса парового слоя, полученных численным интегрированием уравнения (2.4) (кривая 2) и всей основной системы уравнений (кривая 1). Незначительное различие этих кривых является следствием динамической стадии процесса, когда квазистационарное приближение неудовлетворительно. Таким образом, для времен $\tau > 0,1$ расчет радиуса парового слоя по квазистационарной теории дает хорошую точность результатов и решать всю систему уравнений нужно только на динамической стадии процесса.



Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8

Фиг. 6. Профили температур в паровом слое: 1-3 - $\tau = 10$; 4-6 - $\tau = 0,2$ (1, 4 - численные решения; 2, 5 - квазистационарные решения (2.3); 3, 6 - квазистационарные решения для $\lambda_g = \text{const}$), $A_0 = 1,1$, $d_0 = 1$ мм, $t_T = 21,7$ мс

Фиг. 7. Изменение радиуса парового слоя: 1 - решение полной системы, 2 - квазистационарное приближение (2.4) для $A_0 = 1,1$, $d_0 = 1$ мм, $t_T = 21,7$ мс

Фиг. 8. Изменение давления в паровом слое: 1-3 - $d_0 = 0,5; 1; 2$ мм для $A_0 = 1,1$

На фиг. 8 представлены зависимости давления в паровом слое от τ . Кривые построены для различных размеров капель водорода d_0 и масштабов времени, но для одинаковой относительной начальной толщины парового слоя $A_0 = 1,1$. Уменьшение d_0 приводит к увеличению амплитуды осцилляций давления в паровом слое. Это связано с тем, что с уменьшением d_0 увеличивается удельная поверхность, приходя-

щаяся на единицу массы капли, и, как следствие, возрастает роль происходящего на этой поверхности межфазного массообмена.

Проведены также расчеты для случая испарения капель жидкого азота для различных размеров капель. Показано, что для капель азота размером $d \approx 1$ мм в отличие от капель водорода осцилляции давления в паровом слое отсутствуют и проявляются лишь для размеров капель $d < 0,1$ мм. Это связано с уменьшением коэффициента температуропроводности пара ($D_{gN_2} < D_{gH_2}$). Отметим также, что температура кипения жидкого азота $T_{sN_2} = 77$ К существенно выше, чем температура кипения водорода $T_{sH_2} = 22$ К при $P = 1$ бар. Следовательно, перепад температур, реализующийся в паровом слое, в случае капель азота существенно меньше, чем для водородных капель. Это также приводит к уменьшению осцилляции давления и к замедлению роста парового слоя.

Заключение. Исследована динамика пузыря, содержащего каплю сжиженного газа. Показано, что существуют две стадии процесса: динамическая и термическая. Существенное влияние на процесс во время первой стадии оказывает величина начальной толщины парового слоя. Для термической стадии получено квазистационарное решение уравнения теплопроводности в паре и показана пригодность этого решения для времени $\tau > 0,1$.

Численный анализ позволил сделать вывод о том, что зависимость коэффициента $\lambda_g(T)$ является немаловажной особенностью задачи и что пренебрежение этим фактором может сильно повлиять на результаты расчетов.

Авторы благодарят Р.И. Нигматулина за полезное обсуждение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bankoff S.G.* Vapour explosions: A critical review // Proc. 6th Intern. Heat Transfer Conf. Toronto, Canada, 1978. Toronto: Nat. Res. Council Canada 1978. V. 6. P. 355–366.
2. *Cronenberg A.W.* Recent developments in the understanding of energetic molten fuel-coolant interaction // Nuclear Safety. 1980. V. 21. № 3. P. 319–337.
3. *Усынин Г.Б., Храмов Н.И.* Паровой взрыв в смеси двух жидкостей // Физика горения и взрыва. 1983. Т. 19. № 3. С. 112–115.
4. *Зоненко С.И.* О численном исследовании динамики паровой оболочки около нагретой твердой частицы, помещенной в жидкость // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 4. С. 154–157.
5. *Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С.* Теплообмен газового пузырька с жидкостью // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 5. С. 94–100.
6. *Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С.* Динамика паровых пузырьков // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 3. С. 59–67.
7. *Plesset M.S., Prosperetti A.* Bubble dynamics and cavitation // Annual Review of Fluid Mechanics. Palo Alto, Ca.: Annu. Revs. Inc. 1977. V. 9. P. 145–185.
8. *Feng Z.C., Leal L.G.* Nonlinear bubble dynamics // Annual Review of Fluid Mechanics. Palo Alto, Ca.: Annu. Revs. Inc. 1997. V. 29. P. 201–243.
9. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
10. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1984. 560 с.
11. *Варгафтик Н.Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.

Москва

Поступила в редакцию
10.XII.1998