

УДК 532.5.013.4:536.464

© 2000 г. А.Г. КУЛИКОВСКИЙ, И.С. ШИКИНА

ОБ УСЛОВИЯХ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА ПЛАМЕНИ В СЛАБОНЕОДНОРОДНОМ ПОТОКЕ

В линейной постановке рассматривается устойчивость фронта пламени в потоке горючей смеси газов. Пламя считается газодинамическим разрывом, газ динамически несжимаемым, сила тяжести не учитывается. Предполагается, что в невозмущенном состоянии касательная к фронту составляющая скорости набегающего потока u_τ отлична от нуля и может меняться вдоль фронта; нормальная компонента u_n скорости смеси постоянна вдоль фронта.

Сформулирован критерий, различающий абсолютную и конвективную неустойчивость косоугольного фронта пламени, на котором $u_\tau = \text{const}$. Показано, что условие неустойчивости неоднородного фронта, на котором касательная составляющая $u_\tau(x)$ медленно меняется, совпадает с условием абсолютной неустойчивости однородного фронта, на котором u_τ постоянна и равна минимуму $u_\tau(x)$.

Плоский фронт пламени в однородном потоке всегда неустойчив по линейному приближению, т.е. возмущения фронта вида $\exp(ikx - i\omega t)$ при $\text{Im } k = 0$ растут во времени. Такая неустойчивость впервые была теоретически обнаружена Ландау [1] и Даррье [2] в предположении, что скорость распространения фронта пламени относительно газа мала по сравнению со скоростью звука и постоянна. Согласно дисперсионному уравнению [1] неустойчивость имеет место для всех длин волн, причем скорость роста возмущений неограниченно растет при уменьшении длины волны возмущений. Поэтому в постановке Ландау задача Коши для малых локализованных возмущений фронта пламени некорректна.

Позже Маркштейн [3] получил дисперсионное уравнение, в котором приближенно учтены диффузионно-тепловые и кинетические характеристики смеси путем введения феноменологической постоянной μ , которая имеет размерность длины и связывает скорость распространения искривленного фронта по горючей смеси с кривизной фронта. При $\mu > 0$ область неустойчивых длин волн конечна, а инкремент их роста ограничен.

Дисперсионные уравнения [1–3] определяют две ветви $\omega(k)$, одна из которых соответствует возмущениям, растущим во времени. В [4] для изучения неустойчивости фронта пламени использовалось приближенное уравнение, учитывающее только одну ветвь $\omega(k)$, соответствующую растущим возмущениям:

$$\omega = iu_n(A(\alpha)k - \mu k^2), \quad A(\alpha) = \frac{\alpha}{\alpha + 1} \left(-1 + \sqrt{\frac{\alpha^2 + \alpha - 1}{\alpha}} \right), \quad \alpha = \rho_1 / \rho_2 > 1, \quad \text{Re } k > 0 \quad (0.1)$$

Здесь ρ_1, ρ_2 – плотности горючей смеси и продуктов горения, u_n – нормальная к фронту компонента скорости горючей смеси, $\mu > 0$ – постоянная Маркштейна. Первый линейный по k член описывает гидродинамическую неустойчивость Ландау, а квадратичный член приближенно учитывает стабилизацию коротких волн за счет диффузионно-тепловых и кинетических эффектов. Его учет обеспечивает корректность задачи Коши.

Уравнение (0.1) представляет собой степенное разложение по k ветви уравнения [3], соответствующей растущим во времени возмущениям. Это приближение тем точнее,

чем меньше тепловое расширение $(\alpha - 1)$ газа во фронте. При $(\alpha - 1) \ll 1$ имеем $A(\alpha) = (\alpha - 1)/2$.

В [5] рассматривалась устойчивость пламени с использованием полной системы уравнений гидродинамики, описывающей структуру зоны горения с учетом вязкости, теплопроводности и тепловыделения. Полученные там численно для различных значений параметров зависимости $\omega(k)$ оказались близкими к квадратичным типа (0.1). Квадратичная зависимость $\omega(k)$ получена также в [6] при рассмотрении возмущений фронта пламени с длиной волны, много большей толщины зоны горения.

Во всех перечисленных работах предполагалось, что фронт пламени ортогонален набегающему потоку. Однако из экспериментов известно, что наличие касательной к фронту составляющей скорости u_τ , особенно в случае, когда она меняется вдоль фронта, влияет на развитие возмущений [7]. В [8] проведена оценка роста возмущений фронта пламени, распространяющегося в трубе, в предположении, что скорость сноса возмущений вдоль фронта пламени равна u_τ .

В общем случае начальные возмущения фронта могут быть сосредоточены в конечной области и задачу устойчивости следует рассматривать как задачу Коши, решение которой представляется интегралом Фурье. В неустойчивых течениях первоначально локализованное малое возмущение при больших временах превращается в расширяющийся волновой пакет, амплитуда которого растет во времени. При наличии течения неустойчивость имеет либо абсолютный, либо конвективный характер [9].

В [10] с использованием уравнения (0.1) показано, что на фронте пламени, нормальном к скорости набегающего потока, растущий во времени волновой пакет расширяется в обе стороны от места первоначальной локализации со скоростью, равной $A(\alpha)u_n$.

В настоящей работе рассматривается устойчивость фронта пламени, на котором $u_\tau \neq 0$ ($u_\tau > 0$). Для случая косоугольного фронта, на котором $u_\tau = \text{const}$, сформулирован критерий, различающий абсолютную и конвективную неустойчивость. Для возмущений неоднородного фронта, на котором касательная составляющая $u_\tau(x)$ медленно меняется, методом ВКБ найдены собственные частоты и построены собственные функции. Показано, что в этом случае условие неустойчивости совпадает с условием абсолютной неустойчивости однородного фронта, на котором u_τ постоянна и равна минимуму $u_\tau(x)$.

1. Пусть сначала $u_\tau = \text{const}$. Используя указанный выше результат из [10], заключаем, что в лабораторной системе координат скорость расширения волнового пакета вдоль фронта пламени равна $u_\tau \pm A(\alpha)u_n$. Поэтому при $u_\tau > Au_n$ волновой пакет будет сноситься вдоль фронта, так что при больших временах в любой конечной точке фронта возмущения будут стремиться к нулю и неустойчивость будет конвективной. При $u_\tau < Au_n$ возмущения будут расти со временем в любой фиксированной точке фронта, т.е. неустойчивость будет абсолютной.

Условие конвективной неустойчивости можно также переписать в виде $\text{tg } \vartheta > A(\alpha)$, где ϑ – угол отклонения фронта пламени от прямого скачка, нормального к скорости потока. Конвективным типом неустойчивости фронта пламени, по-видимому, можно объяснить существование гладких пламен, наблюдаемых в эксперименте.

2. Рассмотрим неоднородный фронт пламени, на котором касательная скорость меняется вдоль фронта. Будем считать, что характерная длина L изменения u_τ много больше характерной длины волны λ_0 , так что u_τ зависит от медленной координаты $X = \varepsilon x$, $\varepsilon = \lambda_0 / L \ll 1$, ось x направлена по u_τ . Будем различать случаи, когда минимум $u_\tau(\varepsilon x)$ достигается: а) во внутренней точке фронта, б) на его границе. Соответственно задача устойчивости будет изучаться при $-\infty < x < \infty$ в случае а) и при $0 \leq x < \infty$ в случае б) причем точке $x = 0$ соответствует в обоих случаях минимум u_τ .

Поведение возмущений слабонеоднородного фронта будет описываться локальным дисперсионным уравнением (0.1), записанным в системе координат, где $u_\tau(\varepsilon x) \neq 0$.

В безразмерных переменных это уравнение имеет вид

$$\Omega = i(A(\alpha)K - K^2) + U(X)K, \quad \text{Re } K > 0, \quad U = u_c / u_n > 0 \quad (2.1)$$

Обезразмеривание произведено с использованием постоянной μ и нормальной скорости горючей смеси u_n . Здесь и далее все безразмерные переменные обозначены заглавными буквами, X – безразмерная медленная координата.

Отметим, что уравнение (2.1) не содержит градиента U , поскольку в него входят только члены главного (нулевого) порядка по ε . Поэтому эффекты типа "облысения" пламени [7], связанные с учетом $\partial U / \partial X$, не описываются этим уравнением.

Уравнение (2.1) определяет два значения K

$$K_{1,2}(\Omega, X) = \frac{A - iU(X)}{2} \pm \sqrt{\frac{(A - iU)^2}{4} + i\Omega} \quad (2.2)$$

соответствующие при замороженном значении X двум волнам, бегущим в разные стороны. Индекс 1 отвечает знаку плюс перед корнем. Волна, соответствующая K_1 , распространяется направо, а волна, соответствующая K_2 – налево, поскольку при $\text{Im } \Omega \rightarrow \infty$ имеем $\text{Im } K_1 \rightarrow +\infty$, а $\text{Im } K_2 \rightarrow -\infty$.

Локальному дисперсионному уравнению можно поставить в соответствие дифференциальное уравнение для возмущений фронта $f(X, T)$ (т.е. для нормальных отклонений от его невозмущенного положения)

$$f_T + \varepsilon(U(X) + iA)f_X - \varepsilon^2 f_{XX} = 0, \quad T = tu_n / \mu \quad (2.3)$$

Это уравнение является частным случаем линейаризованного уравнения Гинзбурга – Ландау, поведение решений которого изучено в [11]. Тем не менее рассмотрение уравнения (2.3) представляет самостоятельный интерес, поскольку из него можно получить более конкретные результаты.

Для исследования устойчивости рассматриваются возмущения, представляющие собой решения уравнения (2.3) вида $f = F(X) \exp(-i\Omega_* T)$, где Ω_* – безразмерная собственная частота, $F(X)$ – собственная функция, $-\infty < X < \infty$. Предполагается, что для $\text{Im } \Omega_* > 0$ решение при $|X| \rightarrow \infty$ представляется уходящими волнами. Неоднородное течение неустойчиво, если среди собственных частот Ω_* найдутся такие, для которых $\text{Im } \Omega_* > 0$.

Для построения собственной функции используется метод ВКБ [12]. Собственная функция представляется в виде суперпозиции двух ВКБ-решений (ВКБ-волн)

$$F(X) = \sum_{m=1}^2 C_m B_m(X) \exp\left(\frac{i}{\varepsilon} \int K_m(\Omega, X) dX\right)$$

Здесь амплитуды B_m определены в виде асимптотических рядов, коэффициенты C_m не являются постоянными во всей комплексной плоскости X . В частности, они меняются при обходе точек поворота X_j , в которых $K_1(\Omega, X) = K_2(\Omega, X)$, где Ω – параметр. Для всякого фиксированного Ω в плоскости X определены линии Стокса, на которых

$$\text{Im} \int_{X_j}^X (K_1(\Omega, \xi) - K_2(\Omega, \xi)) d\xi = 0$$

Нижний предел в интеграле совпадает с одной из точек поворота, из которых выходят эти линии. Из простой точки поворота, где совпадают два корня $K(\Omega)$, выходят три линии Стокса под углом $2\pi/3$. На линиях Стокса обе экспоненты в ВКБ-решениях имеют одинаковый порядок величины. Линии Стокса делят комплексную плоскость X на области, в которых одно из решений (доминантное) экспоненциально велико по сравнению с другим (субдоминантным). При переходе из одной области в

соседнюю субдоминантное решение становится доминантным и наоборот. Коэффициенты C_m постоянны в областях доминантности соответствующего слагаемого или в областях, где доминантное слагаемое отсутствует, а также на линиях Стокса, ограничивающих эти области.

При достаточно больших значениях $\text{Im } \Omega > 0$ уходящие волны, согласно (2.2), являются субдоминантными. В соответствии с граничными условиями решение при $|X| \rightarrow \infty$ должно представляться субдоминантными ВКБ-волнами. Последнее возможно только в том случае, когда действительную ось X пересекает не менее двух линий Стокса, выходящих из каждой точки поворота. При фиксированной частоте Ω точки поворота X_j и значения $K(X_j)$, согласно (2.2), определяются из равенств

$$\Omega = i(A - iU(X))^2 / 4 \equiv \Omega_s(X), \quad K_1 = K_2 = \sqrt{-i\Omega_s(X)} \equiv K_s(X) \quad (2.4)$$

В точках поворота $\partial\Omega/\partial K = 0$. Это равенство при фиксированных значениях X определяет стационарную точку K_s аналитической функции $\Omega(K)$, точка K_s является седловой для гармонической функции $\text{Im}\Omega(K)$.

В задачах с двумя точками поворота процедура построения собственной функции хорошо известна. В этом случае дискретный спектр собственных частот Ω_* определяется из условия квантования [13]

$$\int_{X_1}^{X_2} (K_1(\Omega, \xi) - K_2(\Omega, \xi)) d\xi = 2\pi\epsilon(n + \frac{1}{2}) \quad (2.5)$$

где n – целое число. Отсюда следует, что собственная функция может существовать в том случае, когда две точки поворота соединены линией Стокса.

3. Найдем собственные частоты рассматриваемых возмущений фронта пламени.

В случае а) когда минимум u_t достигается во внутренней точке фронта, в окрестности минимума имеем $U(X) = U_0 + DX^2$, $D > 0$. Согласно (2.4), фиксированному значению Ω в плоскости X отвечают две пары комплексных точек поворота, в них значения K_s различаются знаком. Условию $\text{Re } K > 0$, при котором справедливо дисперсионное уравнение (2.1), удовлетворяет лишь одна пара точек X_1, X_2 , соответствующая знаку плюс перед корнем в формуле (2.4). Эти точки поворота при $\Omega_s = i(A - iU_0)^2/4 \equiv \Omega_0$ сливаются в точку $X = 0$, в ней $d\Omega_s/dX = 0$. Следовательно, $X = 0$ является стационарной точкой аналитической функции $\Omega_s(X)$ и седловой точкой гармонической функции $\text{Im } \Omega_s(X)$. Обозначим $K_s(0) = K_0$.

Для значений Ω , близких к Ω_0 , справедливо разложение

$$\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega = \Omega_0 + \frac{1}{2}\Omega''_{KK}(\Delta K)^2 + \frac{1}{2}\Omega''_{XX}X^2$$

Отсюда при $X \neq 0$ находим

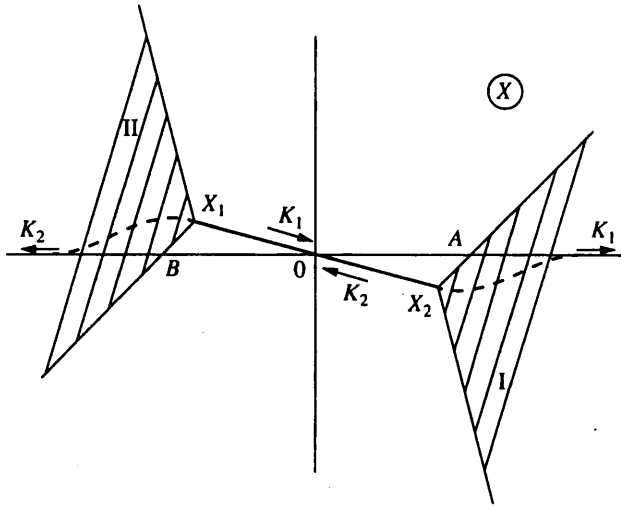
$$K_1 = K_0 + \Delta K, \quad K_2 = K_0 - \Delta K, \quad (\Delta K)^2 = i(\Delta\Omega - DK_0X^2) \quad (3.1)$$

Согласно (3.1), частоте $\Omega_0 + \Delta\Omega$ соответствуют две близкие точки поворота X_1, X_2 , в которых $X^2 = \Delta\Omega/(DK_0)$. Точку поворота, для которой $|\arg X| < \pi/2$, обозначим через X_2 (фиг. 1).

Вычислим интеграл, стоящий в левой части условия квантования (2.5). Имеем

$$\int_{X_1}^{X_2} (K_1(\Omega, X) - K_2(\Omega, X)) dX = 2\int \Delta K dX = 2\pi\Delta\Omega \sqrt{\frac{i}{DK_0}} \quad (3.2)$$

Для вычисления интеграла замкнутый контур, охватывающий точки поворота, уводим на бесконечность (что возможно в соответствии с теоремой Коши). Затем, используя (3.1), раскладываем подынтегральное выражение при больших значениях X в ряд и, применяя теорию вычетов, получаем результат.



Фиг. 1. Линии Стокса на комплексной плоскости X , соответствующие собственной частоте в случае внутреннего минимума u_τ . Стрелки указывают направление распространения волн; X_1 , X_2 – точки поворота. В заштрихованных секторах собственную функцию представляет одна уходящая волна. Пунктиром показана деформированная ось $\text{Re} X$

Используя (3.2), находим, что при $U_0 = A$ указанный интеграл будет действителен для значений $\Delta\Omega$, лежащих на прямых

$$\arg \Delta\Omega = \frac{5}{8}\pi + \pi m, \quad m = 0, 1 \quad (3.3)$$

При значениях U_0 , близких к A , значение $\arg \Delta\Omega$ также изменяется мало.

Для выбора значения m , отвечающего собственной частоте, следует учесть граничные условия при $|X| \rightarrow \infty$. Они, как уже указывалось, требуют, чтобы действительную ось X пересекало не менее двух линий Стокса, выходящих из каждой точки поворота. Для случая двух точек поворота две линии Стокса пересекают ось $\text{Re} X$, если $|\arg X_2| < \pi/3$. Отсюда следует, что в равенстве (3.3) следует выбрать $m = 1$, т.е. $\text{Im} \Delta\Omega < 0$.

Условия квантования (2.5) накладывают ограничения не только на $\arg \Delta\Omega$. Действительная часть (2.5) определяет целочисленный набор значений $|\Delta\Omega_n|$, причем $|\Delta\Omega_n|$ растет с ростом n .

Таким образом показано, что собственные частоты удовлетворяют соотношениям

$$\Omega_{n*} = \Omega_0 + \Delta\Omega_n, \quad \text{Im} \Delta\Omega_n < 0 \quad (3.4)$$

Быстрее всего растут возмущения с малыми n . При увеличении характерного размера задачи, т.е. при $\epsilon \rightarrow 0$, собственные частоты стремятся к частоте Ω_0 , которая не зависит от ϵ . Согласно (2.4), $\text{Im} \Omega_0 = (A^2 - U_0^2)/4$, поэтому при $U_0 < A(\alpha)$ имеем $\text{Im} \Omega_0 > 0$, а следовательно, и $\text{Im} \Omega_* > 0$. Таким образом, при $U_{\min} < A(\alpha)$ неоднородный фронт неустойчив. Это условие, как было показано выше, совпадает с условием абсолютной неустойчивости однородного фронта, на котором $U_\tau = U_{\min}$.

Согласно проведенным рассмотрениям, Ω_0 соответствует значению частоты в (2.1), вычисленному для $K = K_s$, $X = X_s = 0$. Эти точки являются седловыми точками функции $\text{Im} \Omega(K, X)$ на комплексных плоскостях K и X и определяются уравнениями

$$\partial\Omega/\partial K = 0, \quad \partial\Omega/\partial X = 0$$

Аналогичное утверждение сформулировано в [11] для уравнения Гинзбурга – Ландау. Однако в отличие от [11] в рассмотренном случае седловая точка X_s – дейст-

вительна, поэтому условие неустойчивости неоднородного фронта пламени совпало с условием абсолютной неустойчивости однородного фронта, на котором $U_{\tau} = U_{\min}$.

Покажем, что сформулированное условие неустойчивости неоднородного фронта пламени справедливо также для случая, когда на фронте имеется граничная отражающая точка $X = 0$, в которой U достигает минимума. Предполагается, что коэффициент отражения в этой точке порядка единицы.

В окрестности $X = 0$ в общем случае справедливо разложение $U = U_0 + CX$; $C > 0$. При этом, согласно (2.4), в плоскости X точка поворота одна, но для построения собственной функции может быть еще использована граничная точка $X = 0$. Для частоты $\Omega_0 = i(A - iU_0)^2/4$ точкой поворота является $X = 0$, в ней $K_1 = K_2 = K_0 = (A - iU_0)/2$.

В окрестности $X = 0$ найдем корни K_1, K_2 , соответствующие той же частоте Ω_0 . Используя разложение Ω , получаем значения этих корней

$$\Omega = \Omega_0 + \frac{1}{2}\Omega''_{KK}(\Delta K)^2 + \Omega'_X X$$

$$K_1 = K_0 + \Delta K, \quad K_2 = K_0 - \Delta K, \quad (\Delta K)^2 = -iCK_0 X$$

Определим наклон линий Стокса, соответствующий частоте Ω_0 . На этих линиях

$$\text{Im} \int_0^X (K_1(\Omega_0, \xi) - K_2(\Omega_0, \xi)) d\xi = \frac{4}{3} \text{Im} \sqrt{-iCK_0 X^3} = 0$$

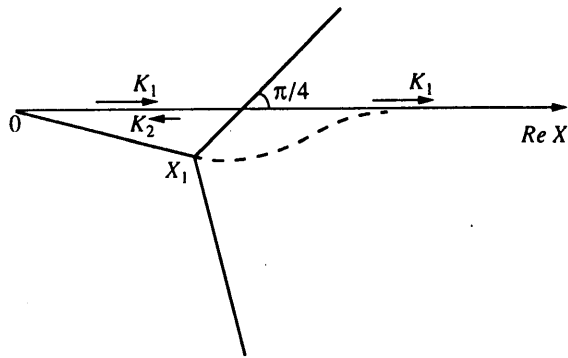
Отсюда находим, что при $\Omega = \Omega_0$ линии Стокса в окрестности точки поворота $X = 0$ направлены по лучам

$$\arg X = \pi/4 + 2\pi m/3, \quad m = 0, 1, 2 \quad (3.5)$$

При $\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega$, где $\Delta\Omega$ – задано, мало по модулю и комплексно, точка поворота сместится из нуля в близкую точку $X_1 = \Delta\Omega/(CK_0)$. Эта точка комплексна, зависит от $\Delta\Omega$ и наклон выходящих из нее линий Стокса мало отличается от значений из (3.5). Пренебрегая малым изменением наклона, подберем $\Delta\Omega$ так, чтобы одна из линий Стокса соединяла точку поворота X_1 и точку отражения $X = 0$. В этом случае $\arg X_1 = -\pi/12$ (фиг. 2), а $\arg \Delta\Omega = -\pi/3$, т.е. $\text{Im} \Delta\Omega < 0$. (Указанное значение $\arg \Delta\Omega$ вычислено при $U_0 = A$. Легко проверить, что $\text{Im} \Delta\Omega < 0$ для некоторого диапазона изменений U_0 в окрестности A .) При этом две линии Стокса пересекают ось $\text{Re} X$, так что граничное условие при $\text{Re} X \rightarrow \infty$ может быть удовлетворено.

Используя правила квантования, аналогичные (2.5), можно показать, что и в этом случае собственные частоты удовлетворяют условиям (3.4). При $\epsilon \rightarrow 0$ можно указать последовательность $n(\epsilon)$, так что $|\Delta\Omega_n| \rightarrow 0$. Таким образом, условие неустойчивости имеет вид $\text{Im} \Omega_0 > 0$.

4. Рассмотрим строение собственной функции, соответствующей собственным частотам (3.4). Удобнее всего это сделать для комплексных X , лежащих на деформированной, как показано пунктирной линией на фиг. 1, 2, оси $\text{Re} X$. В случае a (фиг. 1) на отрезке этой линии между точками поворота собственная функция представляет собой цепочку из двух ВКБ-волн, соответствующих K_1 и K_2 , которые распространяются по линии Стокса между точками X_1, X_2 в разные стороны и, отражаясь от точек поворота, превращаются друг в друга. При этом волна K_1 испытывает пространственное усиление, а волна K_2 – затухание в направлении своего распространения, так что в каждой точке линии Стокса обе волны имеют одинаковый порядок величины. В точках поворота коэффициенты отражения, как известно, по модулю равны единице, так что эти волны "заперты" между X_1 и X_2 – точками внутреннего отражения. В секторах I, II (фиг. 1) собственную функцию представляет одна уходящая субдоминантная волна: K_1 в I и K_2 в II.



Фиг. 2. Линии Стокса на комплексной плоскости X , соответствующие собственной частоте в случае граничного минимума u_x ; $X = 0$ – точка отражения, X_1 – точка поворота

Рассмотрим, как устроена собственная функция на фронте пламени. Линии Стокса пересекают ось $\text{Re } X$ в точках $A, 0, B$ (фиг. 1). На $[A, +\infty)$ собственная функция представляется волной K_1 , на $[A, 0]$ – суммой двух волн, причем K_1 является доминантной, а K_2 – субдоминантной. На $[0, B]$ волна K_1 становится субдоминантной, а K_2 – доминантной; левее точки B имеется только субдоминантная волна K_2 . Таким образом, на фронте пламени только в некоторой окрестности точки минимума u_x можно видеть две волны, распространяющиеся в разные стороны. Из этой окрестности в обе стороны разбегаются волны (по одной направо и налево), причем субдоминантная волна K_1 испытывает пространственное усиление в направлении своего распространения, поскольку $\text{Im } K_1 \rightarrow -\infty$ при $\text{Re } X \rightarrow +\infty$.

В случае б) собственная функция при комплексных X представляет собой суперпозицию двух волн, запертых между точкой поворота и точкой отражения $X = 0$. Волны, бегущие по фронту пламени, показаны на фиг. 2 стрелками.

Заключение. Источником неустойчивости фронта пламени может быть окрестность точки, в которой касательная к фронту составляющая u_x скорости горючей смеси минимальна независимо от того, достигается ли этот минимум во внутренней точке или на границе. Если $u_{\text{min}} < A(\alpha)u_n$, где $A(\alpha)$, согласно (0.1), определяет инкремент неустойчивости Ландау, то в окрестности точки минимума возникают растущие со временем возмущения, которые распространяются от этого источника вверх и вниз по фронту пламени. При этом распространяющиеся вверх по потоку (против u_x) возмущения всегда испытывают пространственное затухание, а возмущения, распространяющиеся вниз по потоку, усиливаются при движении вдоль фронта.

Авторы благодарят Н.И. Кидина за обсуждение содержания работы и полезные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-01150).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д. К теории медленного горения // ЖЭТФ. 1944. Т. 14. № 6. С. 240–245.
2. Darrieus G. Propagation d'un front de flamme // Conférences: La Technique Moderne, 1938; Congress de Mécanique Appliquée, Paris, 1945.
3. Markstein G.H. Experimental and theoretical studies of flame-front stability // J. Aeronaut. Sci. 1951. V. 18. № 3. P. 199–209.

4. *Sivashinsky G.I.* Nonlinear analysis of hydrodynamic instability in laminar flames. I. Derivation of basic equations // *Acta Astronaut.* 1977. V. 4. № 11/12. P. 1177–1206.
5. *Либерман М.А., Бычков В.В., Гольберг С.М.* Об устойчивости пламени в поле тяжести // *ЖЭТФ.* 1993. Т. 104. № 2. С. 2685–2703.
6. *Истратов А.Г., Либрович В.Б.* О влиянии процессов переноса на устойчивость плоского фронта пламени // *ПММ.* 1966. Т. 30. № 3. С. 451–466.
7. *Гостинцев Ю.А., Истратов А.Г., Кидин Н.И., Фортвов В.Е.* Автотурбулизация газовых пламен. Анализ экспериментальных результатов // *Теплофизика высоких температур.* 1999. Т. 37. № 2. С. 306–312.
8. *Зельдович Я.Б., Истратов А.Г., Кидин Н.И., Либрович В.Б.* Гидродинамика течения и устойчивость искривленного фронта при распространении пламени в каналах: Препринт № 143. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1980. 72 с.
9. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Теоретическая физика. Т. 10. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 527 с.
10. *Kuznetsov E.A., Minaev S.S.* Velocity of coherent structure propagation on the flame surface // *Adv. Comput. and Analysis of Combust.* Moscow: ENAS Publ., 1997. P. 397–403.
11. *Chomaz J.-M., Huerre P., Redekopp L.G.* A frequency selection criterion in spatially developing flows // *Stud. Appl. Math.* 1991. V. 84. № 2. P. 119–144.
12. *Заславский Г.М., Мейтлис В.П., Филоненко Н.Н.* Взаимодействие волн в неоднородных средах. Новосибирск: Наука, 1982. 177 с.
13. *Рухадзе А.А., Силин В.П.* Метод геометрической оптики в электродинамике неоднородной плазмы // *Успехи физ. наук.* 1964. Т. 82. Вып. 3. С. 499–535.

Москва

Поступила в редакцию
20.XII.1999