

УДК 533.692

© 2000 г. Д.Ф. АБЗАЛИЛОВ, Н.Б. ИЛЬИНСКИЙ, Г.Ю. СТЕПАНОВ

ПОСТРОЕНИЕ БЕЗОТРЫВНО ОБТЕКАЕМОГО КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ С ОТБОРОМ ВНЕШНЕГО ПОТОКА В НЕКОТОРОМ ДИАПАЗОНЕ УГЛОВ АТАКИ

Поставлена и решена задача построения крылового профиля со щелевым отбором воздуха из внешнего потока по заданному на контуре профиля распределению скорости, обеспечивающему безотрывное обтекание в заданном диапазоне изменения углов атаки. Предложенный численно-аналитический метод построения такого профиля в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости основан на теории обратных краевых задач аэрогидродинамики. Безотрывное обтекание искомого профиля достигалось исключением из задаваемого распределения скорости участков падения скорости в двух заданных режимах обтекания. Режим обтекания профиля с отбором внешнего потока определяется не только величиной угла атаки, как в случае непроницаемого профиля, но и величиной расхода отбираемого потока. Щель моделировалась круговым каналом с постоянными скоростями на стенках. Для выполнения условий разрешимости задачи использован способ введения в исходное распределение скорости свободных параметров. Приведены примеры построения таких крыловых профилей.

В работе [1] была решена задача построения высококонусущего крылового профиля со щелевым отбором воздуха из внешнего потока в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости (фиг. 1, а). Щель моделировалась кольцевым каналом с постоянными скоростями на стенках [2]. По поверхности крылового профиля, форму которого необходимо определить, задавалось распределение скорости $V(\gamma)$, $\gamma \in [0, 2\pi]$, где γ – дуговая абсцисса в канонической области (фиг. 1, б). Вид этого распределения скорости изображен на фиг. 2 сплошной линией. Задание скорости в таком виде обеспечивает в рамках принятой математической модели безотрывное обтекание крылового профиля за счет отсутствия участков падения скорости.

С практической точки зрения важной является задача проектирования профилей, имеющих желаемые аэродинамические характеристики (в рассматриваемом случае – отсутствие участков падения скорости) в заданном диапазоне изменений угла атаки. Такие задачи рассматривались в [3–6].

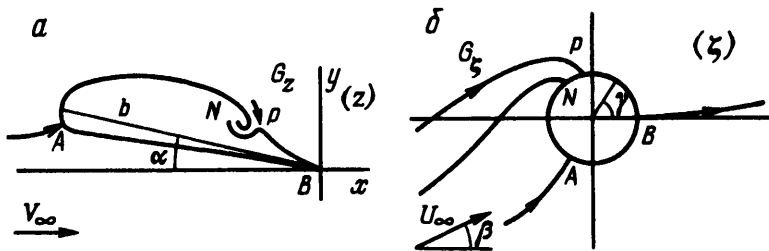
1. Постановка задачи. В рассматриваемой ниже задаче в отличие от работ [3–6] кроме угла атаки α крылового профиля или эквивалентного ему угла β – аргумента скорости набегающего потока в канонической области – появляется еще один дополнительный параметр – величина расхода Q через щель. Поэтому режим обтекания такого профиля определяется двумя параметрами: углом атаки и величиной расхода.

Если пересчитать задаваемое кусочно-линейное распределение скорости на другие режимы, т.е. другие углы атаки и (или) другие расходы, то могут возникнуть участки падения скорости (фиг. 2, штриховые линии).

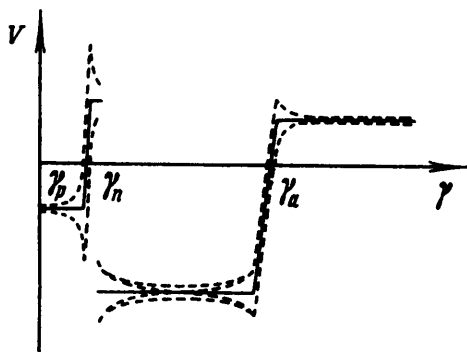
Из рассмотрения комплексно-сопряженной скорости $dw/d\zeta$ обтекания единичного круга со стоком в точке N на границе единичного круга $|\zeta| = 1$ следует [1]

$$\beta = (\gamma_a + \gamma_p - \gamma_n - \pi) / 2 \quad (1.1)$$

$$U(\gamma) = \frac{dw}{d\gamma} = 4U_\infty \sin \frac{\gamma - \gamma_a}{2} \sin \frac{\gamma - \gamma_p}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \sin^{-1} \frac{\gamma - \gamma_n}{2} \quad (1.2)$$



Фиг. 1. Физическая (z) и каноническая (ζ) плоскости течения



Фиг. 2. Распределение скоростей при решении задачи для одного режима обтекания

где $U(\gamma)$ – распределение скорости по единичной окружности; $\gamma_a, \gamma_p, \gamma_n$ – угловые координаты точек A, P, N соответственно.

Циркуляция Γ и расход Q связаны с этими координатами соотношениями

$$Q/U_\infty = 2\pi[\cos\beta + \cos(\gamma_a - \beta) + \cos(\gamma_p - \beta) - \cos(\gamma_n - \beta)] \quad (1.3)$$

$$\Gamma/U_\infty = 2\pi[\sin\beta - \sin(\gamma_a - \beta) - \sin(\gamma_p - \beta) + \sin(\gamma_n - \beta)] \quad (1.4)$$

Пусть $z = z(\zeta)$ – функция, конформно отображающая внешность единичного круга на внешность профиля, а $w_1(z)$ и $w_2(z)$ – комплексные потенциалы течений при обтекании профиля для двух режимов обтеканий. Тогда из очевидного соотношения

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{dw_1/d\zeta}{dw_1/dz} = \frac{dw_2/d\zeta}{dw_2/dz}$$

следует $U_1(\gamma)/V_1(\gamma) = U_2(\gamma)/V_2(\gamma)$, откуда с использованием (1.2) получается формула для пересчета распределения скорости на другой режим

$$V_2(\gamma) = V_1(\gamma)\Phi(\gamma) \quad (1.5)$$

$$\Phi(\gamma) = \frac{U_2(\gamma)}{U_1(\gamma)} = \frac{\sin[(\gamma - \gamma_{p2})/2]\sin[(\gamma - \gamma_{a2})/2]}{\sin[(\gamma - \gamma_{p1})/2]\sin[(\gamma - \gamma_{a1})/2]} \quad (1.6)$$

В эту формулу входят параметры γ_a и γ_p (для двух режимов), которые однозначно связаны с соответствующими им β и Q соотношениями (1.1) и (1.3).

Решение задачи построения крылового профиля со щелевым отбором внешнего потока и нахождения аэродинамических и геометрических характеристик профиля по распределению скорости $V(\gamma)$, $\gamma \in [0, 2\pi]$ описано в [1].

В настоящей работе исследуется задача построения крылового профиля со щелевым отбором внешнего потока при различных режимах обтекания. При этом целью работы является нахождение профиля, который обтекался бы безотрывно при различных режимах. Это может быть достигнуто за счет специального задания распределения скорости $V_1(\gamma)$, чтобы оно и пересчитанное по (1.5), (1.6) на другой режим распределение $V_2(\gamma)$ не убывали на участках $[0, \gamma_n]$ и $[\gamma_n, 2\pi]$. Скорости будем считать безразмерными, отнесенными к заданной скорости $V_\infty = 1$ набегающего потока, а линейные размеры – отнесенными к хорде $b = 1$ профиля.

Также считаются заданными диапазон изменения углов атаки $\Delta = \beta_2 - \beta_1$, ширина h канала отбора и коэффициент k , определяющий отношение скоростей на внутренней и внешней стенках канала отбора

$$k = V(\gamma_n + 0)/V(\gamma_n - 0) \quad (1.7)$$

2. Схема решения. Разобьем задаваемый отрезок $[0, 2\pi]$ на участки, на каждом из которых скорость будем считать постоянной либо для первого, либо для второго режимов обтекания

$$V_1(\gamma) = \begin{cases} C_0, \\ C_1 / \Phi(\gamma), \\ C_2, \\ C_3 / \Phi(\gamma), \\ \dots \end{cases} \quad V_2(\gamma) = \begin{cases} C_0 \Phi(\gamma), & \gamma \in [0, \gamma_1] \\ C_1, & \gamma \in [\gamma_1, \gamma_2] \\ C_2 \Phi(\gamma), & \gamma \in [\gamma_2, \gamma_3] \\ C_3, & \gamma \in [\gamma_3, \gamma_4] \\ \dots & \dots \end{cases}$$

Для того чтобы распределение скорости не имело участков падения, необходимо, чтобы

$$V_2'(\gamma) \geq 0, \quad \gamma \in [0, \gamma_1] \cup [\gamma_2, \gamma_3] \cup \dots$$

$$V_1'(\gamma) \geq 0, \quad \gamma \in [\gamma_1, \gamma_2] \cup [\gamma_3, \gamma_4] \cup \dots$$

Исходя из этого условия будем выбирать границы участков $\gamma_j, j = 1, 2, \dots$, так, чтобы на них выполнялись соотношения

$$\gamma \in [0, \gamma_1] \cup [\gamma_2, \gamma_3] \cup \dots, \quad V_2'(\gamma) = V_1(\gamma)\Phi'(\gamma) = V_1(\gamma)\Phi(\gamma)\Psi(\gamma)$$

$$\gamma \in [\gamma_1, \gamma_2] \cup [\gamma_3, \gamma_4] \cup \dots, \quad V_1'(\gamma) = V_2(\gamma) \left(\frac{1}{\Phi(\gamma)} \right)' = -V_2(\gamma) \frac{\Psi(\gamma)}{\Phi(\gamma)}$$

$$\Psi(\gamma) = \operatorname{ctg} \frac{\gamma - \gamma_{a2}}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\gamma - \gamma_{a1}}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\gamma - \gamma_{p2}}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\gamma - \gamma_{p1}}{2} \quad (2.1)$$

Таким образом, необходимо найти интервалы знакопостоянства у функций $V_1(\gamma)$, $V_2(\gamma)$, $\Phi(\gamma)$, $\Psi(\gamma)$. Возможны два различных случая взаимного расположения критических точек для двух режимов обтекания. Пусть для первого режима угловая координата γ_a критической точки A меньше, чем для второго, т.е. $\gamma_{a1} \leq \gamma_{a2}$. Тогда за первый случай будет считаться случай, когда $\gamma_{p2} \geq \gamma_{p1}$, а за второй – когда $\gamma_{p2} < \gamma_{p1}$.

Строго аналитически можно показать, что для первого случая функция (2.1) не имеет нулей, а для второго всегда имеется два корня, лежащие в интервалах $(\gamma_{p1}, \gamma_{a1})$ и $(\gamma_{a2}, 2\pi + \gamma_{p2})$, которые обозначим через γ_{r1} и γ_{r2} . Знаки функций для двух различных случаев выписаны в табл. 1 и 2 соответственно в табл. 2 представлен вариант, когда $\gamma_{r1} > \gamma_n$ и $\gamma_{r2} < 2\pi$. Остальные три варианта ($\gamma_{r1} > \gamma_n, \gamma_{r2} > 2\pi; \gamma_{r1} < \gamma_n, \gamma_{r2} < 2\pi; \gamma_{r1} < \gamma_n, \gamma_{r2} > 2\pi$) рассматриваются по аналогии.

Проанализируем первый случай по данным табл. 1. Так как на первом участке $(0, \gamma_{p1})$ лишь производная $V_1'(\gamma) > 0$, а $V_2'(\gamma) < 0$, то здесь в качестве постоянной следует

Таблица 1

	$(0, \gamma_{p1})$	$(\gamma_{p1}, \gamma_{p2})$	(γ_{p2}, γ_n)	(γ_n, γ_{a1})	$(\gamma_{a1}, \gamma_{a2})$	$(\gamma_{a2}, 2\pi)$
V_1	-	+	+	-	+	+
V_2	-	-	+	-	-	+
Φ	+	-	+	+	-	+
Ψ	+	-	+	+	-	+
V'_2	-	+	+	-	+	+
V'_2	+	+	-	+	+	-

Таблица 2

	$(0, \gamma_{p2})$	$(\gamma_{p2}, \gamma_{p1})$	(γ_{p1}, γ_n)	(γ_n, γ_{r1})	$(\gamma_{r1}, \gamma_{a1})$	$(\gamma_{a1}, \gamma_{a2})$	$(\gamma_{a2}, \gamma_{r2})$	$(\gamma_{r2}, 2\pi)$
V_1	-	-	+	-	-	+	+	+
V_2	-	+	+	-	-	-	+	+
Φ	+	-	+	+	+	-	+	+
Ψ	-	+	-	-	+	-	+	-
V'_2	+	+	-	+	-	+	+	-
V'_1	-	+	+	-	+	+	-	+

Таблица 3

№	Δ	α_1°	α_2°	Q_1	Q_2	C_{y1}	C_{y2}
1	0,50	1,4	30,1	0,132	0,035	4,41	5,59
2	0,44	3,0	28,5	0,036	0,040	3,98	5,57
3	0,20	3,4	14,9	0,028	0,266	2,87	4,99
4	0,00	3,8	3,8	0,027	0,400	2,93	5,14

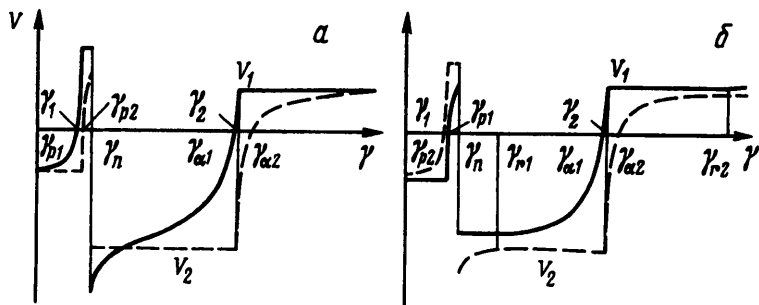
задавать распределение скорости, соответствующее второму режиму $V_2(\gamma) = C_0 = \text{const}$. В этом случае при пересчете на первый режим обтекания этот участок постоянной скорости перейдет в некоторую монотонно возрастающую кривую $V_1(\gamma)$. На втором участке $(\gamma_{p1}, \gamma_{p2})$ обе производные положительны, поэтому здесь в качестве постоянной можно задавать как $V_1(\gamma)$, так и $V_2(\gamma)$. Участков, на которых обе производные были бы отрицательны, не имеется. В итоге распределение скорости, удовлетворяющее условию отсутствия участков падения скорости, можно записать в следующем виде:

$$V_1(\gamma) = \begin{cases} C_0 / \Phi(\gamma), \\ C_1 \\ C_2 / \Phi(\gamma), \\ C_3, \end{cases} \quad V_2(\gamma) = \begin{cases} C_0, & \gamma \in [0, \gamma_1] \\ C_1 \Phi(\gamma), & \gamma \in [\gamma_1, \gamma_n] \\ C_2, & \gamma \in [\gamma_n, \gamma_2] \\ C_3 \Phi(\gamma), & \gamma \in [\gamma_2, 2\pi] \end{cases} \quad (2.2)$$

где $\gamma_1 \in (\gamma_{p1}, \gamma_{p2})$, а $\gamma_2 \in (\gamma_{a1}, \gamma_{a2})$. Оба этих распределения $V_1(\gamma)$ и $V_2(\gamma)$ изображены на фиг. 3, а сплошной и штриховой линиями соответственно.

На фиг. 3, б изображено распределение скорости для второго случая. Заметим, что здесь число участков постоянной скорости равно шести, тогда как в первом случае их четыре.

Распределение скорости (2.2) зависит от 11 параметров: $\gamma_{p1}, \gamma_1, \gamma_{p2}, \gamma_n, \gamma_{a1}, \gamma_2, \gamma_{a2}, C_0, C_1, C_2, C_3$. Но не все они являются свободными, необходимо выполнение нескольких



Фиг. 3. Задаваемые распределения скоростей для двух режимов обтекания: а – первый случай, б – второй случай

условий. Во-первых, надо выполнить условия непрерывности распределения скорости в точках $\gamma = \gamma_1$, $\gamma = \gamma_2$. В задней кромке B , являющейся бесконечно тонкой, также необходимо выполнение условия $V(0) = -V(2\pi)$. В месте расположения щели – точке N – должно выполняться соотношение (1.7).

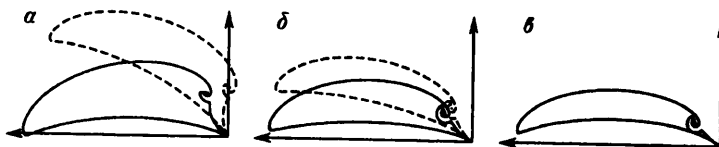
В ходе решения обратной задачи – построении по заданному распределению скорости контура крылового профиля – возникают три условия разрешимости, включающие в себя два условия замкнутости искомого контура профиля и условие совпадения заданной скорости на бесконечности с определяемой в процессе решения [1]. Они представляют собой ограничения на распределение скорости $V(\gamma)$.

Кроме того, согласно постановке задачи, заданы ширина h канала отбора и диапазон изменения углов атаки $\Delta = \beta_2 - \beta_1$. В итоге имеем 9 условий и только 2 из 11 параметров можно выбирать произвольно, а остальные нужно находить из перечисленных выше условий. В качестве таких "свободных" параметров выберем γ_n , отвечающее за положение щели на поверхности крылового профиля, и C_2 – скорость на большей части верхней поверхности для второго режима обтекания.

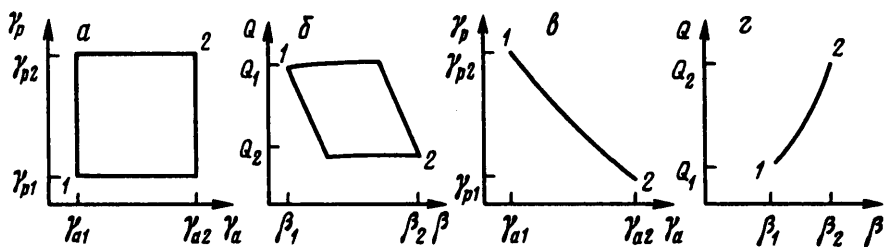
Аналогично и для второго случая с 15 параметрами свободных также будет два, в качестве которых выберем тоже γ_n и C_2 .

3. Примеры построения крыловых профилей. Был разработан алгоритм и составлена программа построения крыловых профилей по заданному в параметрическом виде распределению скорости. В ходе проведенных расчетов установлено, что существует некоторое критическое значение Δ^* и при $\Delta > \Delta^*$ имеется решение для первого случая, а при $\Delta < \Delta^*$ – для второго. При $\Delta \rightarrow \Delta^*$ в обоих случаях получается предельная ситуация со слившимися в одну точку γ_{p1} и γ_{p2} , причем контур профиля в этой точке имеет точку возврата – аналог бесконечно тонкой кромки. На фиг. 4, а, б изображены построенные крыловые профили для первого и второго случаев. В предельном случае крыловой профиль получился визуально совпадающим с первым случаем. На фиг. 4, в представлен пример построения профиля для второго случая с $\Delta = 0$, т.е. смена режима обтекания достигается лишь путем изменения расхода. Для всех профилей ширина канала отбора задавалась равной $h = 2\%$ хорды, отношение скоростей на стенках канала $k = 2$, скорость на большей части верхней поверхности $C_2 = 2,5$, положение канала отбора $\gamma_n = 0,65$. Другие характеристики всех четырех профилей приведены в табл. 3.

Согласно аналитическим зависимостям (1.1), (1.3), (1.4), можно охарактеризовать первый режим (одновременное увеличение γ_a и γ_p) так: при увеличении угла атаки расход через щель уменьшается; циркуляция при этом остается приблизительно на одном уровне (может как незначительно уменьшаться, так и увеличиваться). Второй режим (при увеличении γ_a значение γ_p уменьшается) характеризуется значительным увеличением расхода Q и циркуляции Γ ; угол атаки при этом возрастает незначительно (может и вовсе убывать).



Фиг. 4. Примеры построения крыловых профилей: а – первый случай, б – второй случай, в – случай $\Delta = 0$



Фиг. 5. Области отсутствия участков падения скорости

Итак, на фиг. 3 изображены распределения скорости, на которых нет участков падения для двух режимов обтекания. Представляет интерес вопрос, будут ли участки падения на распределениях скоростей, соответствующих некоторым промежуточным режимам? В связи с этим желательно найти такую область в переменных (γ_a, γ_p) или (β, Q) , в которой не будет участков падения.

Для первого случая можно аналитически показать, что в прямоугольнике $\gamma_{a1} \geq \gamma_a \geq \gamma_{a2}, \gamma_{p1} \geq \gamma_p \geq \gamma_{p2}$ эти условия выполняются. Более точно область найдена численно, она изображена на фиг. 5, а в плоскости (γ_a, γ_p) и на фиг. 5, б – в плоскости (β, Q) .

Во втором случае область вырождается в одну-единственную кривую, соединяющую два исходных режима обтекания. Условие отсутствия отрицательного градиента в точке $\gamma = \gamma_{r1}$ дает ее уравнение

$$\operatorname{ctg} \frac{\gamma_{r1} - \gamma_a}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\gamma_{r1} - \gamma_{a1}}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\gamma_{r1} - \gamma_p}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\gamma_{r1} - \gamma_{p1}}{2} = 0$$

Эта кривая изображена в плоскостях (γ_a, γ_p) и (β, Q) на фиг. 5, в и г соответственно.

Заключение. Щелевой отбор внешнего потока позволяет в рамках принятой математической модели течения и устройства отбора значительно увеличить коэффициент подъемной силы крылового профиля по сравнению с непроницаемыми профилями и сохранить при этом безотрывность обтекания в заданном диапазоне изменения режимов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 99-01-00365 и 99-01-04029).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абзалилов Д.Ф., Ильинский Н.Б., Степанов Г.Ю. Построение крылового профиля с отбором внешнего потока // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 6. С. 23–28.
2. Степанов Г.Ю. Построение плоских каналов и решеток турбомашин с безотрывным течением // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 30–42.
3. Lighthill M.J. A new method of two-dimensional aerodynamic design // NACA. Rept. and Mem. 1945. № 2112. 44p.

4. *Glauert M.B.* The design of suction aerofoils with a very large C_L -range // Aeronaut. Rese. Council. Rept. and Mem. 1945. № 2111. P 1–7.
5. *Eppler R.* Airfoil design and data. Berlin etc.: Springer, 1990. 562 p.
6. *Елизаров А.М., Фокин Д.А.* Построение крыловых профилей, обтекаемых безотрывно в заданном диапазоне изменения углов атаки // Изв. АН СССР. МЖТ. 1990. № 3. С. 157–164.

Казань
Москва

Поступила в редакцию
29.XI.1999