

УДК 532.51.0134:536.24:537.2

© 2000 г. М.Г. ВЕЛАРДЕ, Б.Л. СМОРОДИН

### **КОНВЕКТИВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОГО ГОРИЗОНТАЛЬНОГО СЛОЯ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ПЕРЕМЕННЫХ И МОДУЛИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ**

Исследована электротермоконвективная неустойчивость плоского горизонтального слоя слабопроводящей жидкости в модулированном вертикальном электрическом поле. Рассмотрение базируется на уравнениях электрогидродинамического приближения. Для определения порога устойчивости в линейном приближении использовалась теория Флоке. Влияние периодической модуляции на поведение жидкости изучено как при наличии постоянной составляющей электрического поля, так и в ее отсутствие. Показано, что модуляции в зависимости от амплитуды и частоты могут стабилизировать неустойчивое основное состояние или дестабилизировать равновесие жидкости. Кроме синхронного или субгармонического отклика на внешнее воздействие неустойчивость может быть связана с двухчастотными (квазипериодическими) возмущениями. Рассмотрение проведено для случая невесомости и при наличии поперечной стратификации жидкости в статическом поле тяжести.

Электротермическая конвекция плоского горизонтального слоя слабопроводящей жидкости в постоянном поле исследовалась экспериментально [1–4] и теоретически [4–7]. В [4, 5] при различных предположениях относительно физических свойств жидкости доказано, что неустойчивость при подогреве сверху связана с колебательной модой. В [4, 6] рассмотрено влияние конечного времени релаксации электрического заряда на динамику системы.

Для теоретического анализа неустойчивости рассматривался только один из трех возможных механизмов зарядообразования: электроиндуктивный, связанный с неодинаковой электропроводностью жидкости вблизи горячего и холодного электродов. Неоднородной поляризацией среды и инжекцией зарядов пренебрегалось. Такой подход оправдан физическими свойствами использованных в экспериментах жидкостей, для которых электропроводность намного сильнее зависит от температуры, чем диэлектрическая проницаемость [1, 4, 5]. Кроме того, пороговое напряжение, начиная с которого инжекционный механизм зарядообразования в жидкости существенно влияет на устойчивость равновесия, превосходит используемые в экспериментах разности потенциалов на границах слоя [3]. Предполагается слабая неоднородность проводимости среды, линейно зависящая от температуры. Экспериментально этот случай реализуется при небольших значениях разности температур на границах слоя.

В данной работе исследовано возникновение движения в горизонтальном слое слабопроводящей жидкости при наличии поперечной разности температур и вертикального переменного электрического поля. Эта задача представляет пример конвекции в системе при наличии модулированного параметра. В отличие от действия на жидкость вибраций конечной частоты или влияния переменных тепловых полей [8–10], когда временной период отклика системы совпадает или вдвое больше периода внешней модуляции, наличие колебательной моды электротермической конвекции приводит к появлению критических возмущений еще одного типа: квазипериодических, характеризующихся двумя различными частотами.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим бесконечный плоский горизонтальный слой слабопроводящей жидкости, ограниченный твердыми идеально тепло- и электропроводными параллельными плоскостями  $z = \pm h$  ( $h$  – полутолщина слоя), на которых  $T = \mp \Theta$ ,  $\Theta = \text{const}$ ,  $\varphi(h) - \varphi(-h) = -2U(\eta_1 + \eta_2 \cos \Omega t)$ .

Здесь  $U$  – эталонный уровень напряжения,  $\eta_1$  и  $\eta_2$  – относительные амплитуды постоянной и переменной компонент разности потенциалов,  $\Omega$  – частота модуляции. Амплитуда модуляции  $\eta_2$  может изменяться непрерывно, в то время как  $\eta_1$  принимает только два значения:  $\eta_1 = 0$  для переменной разности потенциалов,  $\eta_1 = 1$  соответствует модуляции на фоне постоянного поля.

При небольших значениях разности температур между границами слоя неоднородность электропроводности слабая. Считаем, что электропроводность жидкости линейно зависит от температуры:  $\sigma = \sigma_0(1 + \beta_\sigma T)$ , где  $\beta_\sigma$  – коэффициент температурной зависимости электропроводности. Фактически используются первые члены разложения функции  $\sigma(T)$  в ряд Тейлора около средней температуры.

В дальнейшем будем использовать электрогидродинамическое приближение [7], граница которого соответствует условию малости магнитных эффектов по сравнению с электрическими и определяется соотношениями

$$\sigma \ll \frac{1}{h} \left( \frac{\epsilon}{\mu} \right)^{1/2}, \quad \frac{\Omega}{2\pi} \ll \frac{c}{h}$$

где  $\epsilon$  – диэлектрическая, а  $\mu$  – магнитная проницаемость,  $c$  – фазовая скорость электромагнитной волны в жидкости,  $h$  – характерный масштаб. Для значений параметров

$$\begin{aligned} \epsilon &\sim 88,5 \cdot 10^{-12} \text{ (Ф/м)}, \quad \mu \sim \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ (Гс/м)} \\ h &\sim 10^{-1} \text{ (м)} \quad c \sim 10^8 \text{ (м/с)} \end{aligned}$$

получаются следующие ограничения на электропроводность жидкости и частоту модуляции:

$$\sigma \ll 0,1 \text{ (Ом}\cdot\text{м)}^{-1}, \quad \Omega \ll 10^9 \text{ (рад/с)}$$

которые хорошо выполняются для диэлектрических жидкостей, используемых в экспериментах.

Введем безразмерные переменные на основе единиц: расстояния –  $h$ , времени –  $h^2/\nu$ , скорости –  $\chi/h$ , температуры –  $\Theta$ , давления –  $\rho_l \nu \chi / h^2$ , потенциала –  $U$ , поля –  $U/h$ , плотности заряда –  $\epsilon U / h^2$ , где  $\rho_l$  – плотность жидкости,  $\nu$  и  $\chi$  – соответственно коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности.

Считая жидкость несжимаемой, пренебрегая джоулевым разогревом, неоднородностью поляризации и инжекцией, запишем безразмерную систему уравнений конвекции слабопроводящей жидкости в гравитационном и электрическом полях и соответствующие граничные условия

$$\left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{P} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + \text{Ra} \mathbf{Te} + \text{Ge} \rho \mathbf{E}, \quad \nabla \mathbf{v} = 0$$

$$P \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T = \Delta T$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{\text{Pe}} \nabla (\sigma \mathbf{E}) + \frac{1}{P} (\mathbf{v} \nabla) \rho = 0$$

$$\sigma = 1 + ST, \quad \nabla \mathbf{E} = \rho, \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad \mathbf{e} = (0, 0, 1)$$

$$z = \pm 1: \quad \mathbf{v} = 0, \quad T = \mp 1, \quad \varphi = \mp (\eta_1 + \eta_2 \cos \omega t) \quad (1.1)$$

Здесь  $\mathbf{v}$  – скорость,  $p$  – давление,  $T$  – температура,  $\rho$  – плотность зарядов,  $\mathbf{E}$  и  $\varphi$  – электрические поле и потенциал.

Система уравнений (1.1) содержит следующие безразмерные параметры:

$$Ra = \frac{g\beta\Theta h^3}{\nu\chi}, \quad Ge = \frac{\varepsilon U^2}{\nu\chi\rho_l}, \quad P = \frac{\nu}{\chi}$$

$$Pe = \frac{\varepsilon\nu}{h^2\sigma}, \quad \omega = \frac{\Omega h^2}{\chi}, \quad S = \beta_\sigma\Theta$$

Здесь  $Ra$  – число Рэлея ( $\beta$  – коэффициент теплового расширения жидкости),  $Ge$  – электрический аналог числа Галилея,  $P$  – число Прандтля,  $Pe$  – электрическое число Прандтля,  $\omega$  – безразмерная частота вибрации,  $S$  – малый параметр, характеризующий неоднородность электропроводности жидкости.

Для диэлектрических жидкостей, в которых экспериментально наблюдается электротермическая конвекция,  $\beta_\sigma \sim 0,03 \text{ grad}^{-1}$  [2–4] и при разности температур не больше  $10^\circ$  хорошо выполняется соотношение  $S < 1$ . Результаты теоретических расчетов пороговых значений электроконвекции в постоянных полях, использующие усиленное условие  $S \ll 1$ , хорошо согласуются с экспериментом [2–4, 7].

Рассмотрим невозмущенное решение системы (1.1) в виде  $v_0 = 0$ ,  $T_0 = T_0(z)$ ,  $E_0 = (0, 0, E_0)$ ,  $\rho_0(z, t)$ ,  $E_0 = E_0(z, t)$ .

Из (1.1) с точностью до слагаемых второго порядка по  $S$  находим

$$T_0 = -z, \quad E_0 = (\eta_1 + \eta_2 \cos \omega t) + Sz \left( \eta_1 + \eta_2 \left( \frac{\cos \omega t + \omega Pe \sin \omega t}{1 + \omega^2 Pe^2} \right) \right)$$

$$\rho_0 = S \left( \eta_1 + \eta_2 \frac{\cos \omega t + \omega Pe \sin \omega t}{1 + \omega^2 Pe^2} \right) \quad (1.2)$$

Для исследования устойчивости основного состояния (1.2) рассмотрим его малые возмущения. После исключения давления и горизонтальных компонент скорости представим возмущения вертикальной скорости  $v_z$ , температуры  $\vartheta$  и плотности заряда  $\rho$  в виде

$$v_z = w(z, t) \exp[ikx], \quad \vartheta = \theta(z, t) \exp[ikx], \quad \rho = \rho(z, t) \exp[ikx] \quad (1.3)$$

Здесь  $w$ ,  $\theta$ ,  $\rho$  – амплитуды,  $k$  – волновое число. Векторы  $E_0$  и  $\nabla T_0$  направлены перпендикулярно границам, поэтому задача изотропна в плоскости слоя и ось  $x$  можно направить вдоль волнового вектора  $\mathbf{k}$ .

Квазиравновесное поле (1.2) содержит два слагаемых  $E = E_{00} + SE_{01}$ . Первое слагаемое  $E_{00}$  не зависит от  $S$  и характеризует поле между проводящими пластинами в отсутствие жидкости – внешнее поле. Второе слагаемое  $SE_{01}$  связано с перераспределением заряда в жидкости  $\rho_0 = S\rho_{01}$ , возникающим из-за неоднородной проводимости среды. Возмущения силы Кулона в связи с этим можно записать в виде  $\mathbf{F}'_k = Ge(\mathbf{E}_{00}\rho + S(\mathbf{E}_{01}\rho + \mathbf{E}'\rho_{01}))$ , где  $\mathbf{E}'$  – возмущение поля. Малость параметра  $S$  позволяет использовать безындукционное электрогидродинамическое приближение, в котором пренебрегается электрическим полем, связанным с перераспределением заряда в жидкости, по сравнению с внешним полем [4, 6] –  $\mathbf{F}'_k = Ge\mathbf{E}_{00}\rho$ .

Подставляя возмущенные поля в систему (1.1) и производя линеаризацию по возмущениям, получим амплитудную задачу

$$\frac{\partial Dw}{\partial t} = D^2 w - Ra k^2 \theta - Bk^2 \rho (\eta_1 + \eta_2 \cos \omega t)$$

$$P \frac{\partial \theta}{\partial t} - w = D\theta, \quad D = \frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2 \quad Pe \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho = -(\eta_1 + \eta_2 \cos \omega t) \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (1.4)$$

$$z = \pm 1: w = 0, \quad w' = 0, \quad \theta = 0 \quad (1.5)$$

Несмотря на малость неоднородности электропроводности  $S$ , связанной с температурой, электрический аналог числа Рэлея  $B = GeS$  остается конечным (параметр  $Ge$  большой).

Амплитудная задача (1.4) – (1.5) определяет поведение "нормальных" возмущений. Для нахождения границы устойчивости требуется теория Флоке, определяющая условия существования периодических решений амплитудной задачи, для построения которых использовался метод Галеркина – Канторовича.

**2. Метод решения.** Решение строилось в виде суперпозиции пространственных базисных функций с коэффициентами, зависящими от времени

$$w = \sum_{n=1}^N a_n w_n, \quad \theta = \sum_{m=1}^M b_m \theta_m, \quad \rho = \sum_{l=1}^L c_l \frac{\partial \theta_l}{\partial z} \quad (2.1)$$

Уравнение для эволюции плотности заряда системы (1.4) не содержит пространственных производных от  $\rho$  и распределение заряда определяется только электропроводностью и вертикальной производной от поля температуры.

Пространственный базис конструировался из надлежащим образом нормированных собственных функций амплитудной задачи для неподвижного слоя. В качестве базиса для аппроксимации вертикальной скорости брались собственные функции задачи [11]

$$D^2 w_m = -\mu_m D w_m, \quad w_m(\pm 1) = w'_m(\pm 1) = 0 \quad (2.2)$$

Базис для аппроксимации амплитуды возмущения температуры и плотности заряда строился с помощью собственных функций задачи

$$D \theta_n = -\nu_n \theta_n, \quad \theta_n(\pm 1) = 0 \quad (2.3)$$

Процедура ортогонализации методом Галеркина приводила к системе  $M + N + L$  обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентов  $a_m, b_n, c_l$

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_r}{\partial t} &= -\mu_r a_r + \sum_{m=1}^M Ra k^2 C_{mr} b_m + \sum_{l=1}^L Bk^2 (\eta_1 + \eta_2 \cos \omega t) D_{er} c_l \quad (r = 1, 2, \dots, N) \\ P \frac{\partial b_s}{\partial t} &= \sum_{n=1}^N C_{sn} a_n - \nu_s b_s \quad (s = 1, 2, \dots, M) \\ \text{Re} \frac{\partial c_t}{\partial t} &= -(\eta_1 + \eta_2 \cos \omega t) b_t - c_t \quad (t = 1, 2, \dots, L) \\ C_{sn} &= \int_{-1}^1 \theta_s w_n dz, \quad D_{rt} = \int_{-1}^1 \theta'_r w_t dz \quad (2.4) \end{aligned}$$

В разложениях удерживалось до 36 базисных функций. Исследование устойчивости основного состояния сводилось к построению матрицы монодромии, состоящей из  $N + M + L$  линейно независимых решений системы уравнений (2.4), которая интегрируется методом Рунге – Кутты четвертого порядка. Собственные значения матрицы монодромии являются мультипликаторами Флоке. Периодическое решение, описывающее квазиравновесное состояние, устойчиво, если модуль наибольшего мультипликатора  $\gamma_{\max}$  не превышает единицы. На границе устойчивости  $|\gamma_{\max}| = 1$ . При этом  $\gamma_{\max} = -1$  соответствует возмущениям с периодом, вдвое превышающим период внешнего воздействия (полуцелая мода), если  $\gamma_{\max} = 1$ , период нейтральных возмущений совпадает с периодом вынуждающего воздействия (целая мода), если получается пара комплексно-сопряженных собственных значений, модуль которых  $|\gamma| = 1$  – имеет двухчастотные квазипериодические нейтральные возмущения.

**3. Низкие частоты модуляции.** Малость частоты означает, что период модуляции поля  $T$  намного больше, чем характерные времена системы:  $T \gg [h^2/\nu, h^2/\chi, \epsilon/\sigma]$  или в безразмерной форме

$$\omega \ll [1, P^{-1}, \text{Re}^{-1}] \quad (3.1)$$

В случае медленной модуляции электрического поля применение метода численного интегрирования системы (2.4) нецелесообразно (время вычисления увеличивается пропорционально  $T$ ). В этом случае естественно применить асимптотический метод Вентцеля – Крамерса – Бриллюэна [12] с малым параметром  $\omega$ .

Запишем амплитудную систему уравнений (1.4) в матричной форме

$$\frac{\partial}{\partial t} Au = Nu \quad (3.2)$$

$$u = \begin{pmatrix} w \\ \vartheta \\ \rho \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} D & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & \text{Re} \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} D^2 & -Ra k^2 & -Bk^2 \cdot f(t) \\ 1 & D & 0 \\ 0 & -f(t) \cdot \frac{\partial}{\partial z} & -1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$f(t) = \eta_1 + \eta_2 \cos \omega t$$

где  $u$  – вектор-функция,  $A$  и  $N$  – операторы.

После введения новой переменной  $\tau = \omega t$  уравнение (3.2) принимает вид

$$\omega \frac{\partial}{\partial \tau} Au = Nu \quad (3.4)$$

где теперь  $N$  –  $2\pi$ -периодический по  $\tau$  оператор. Граничные условия (1.5).

При малых  $\omega$  можно разложить оператор  $N$  и амплитуду модуляции  $\eta_2$  в ряды

$$N = N_0 + \omega N_1 + \omega^2 N_2 + \dots, \quad \eta_2 = \eta_{20} + \omega \eta_{21} + \omega^2 \eta_{22} + \dots \quad (3.5)$$

Решение уравнения (3.4) будем искать в виде

$$u = \exp \left[ \frac{1}{\omega} \int_0^\tau \lambda(\tau') d\tau' \right] (u_0 + \omega u_1 + \omega^2 u_2 + \dots)$$

$$\lambda = \lambda_0 + \omega \lambda_1 + \omega^2 \lambda_2 + \dots \quad (3.6)$$

Здесь  $\lambda$  – характеристический декремент возмущений для случая медленного, квазистатического изменения электрического поля (1.2) ( $2\pi$ -периодическая функция  $\tau$ ).

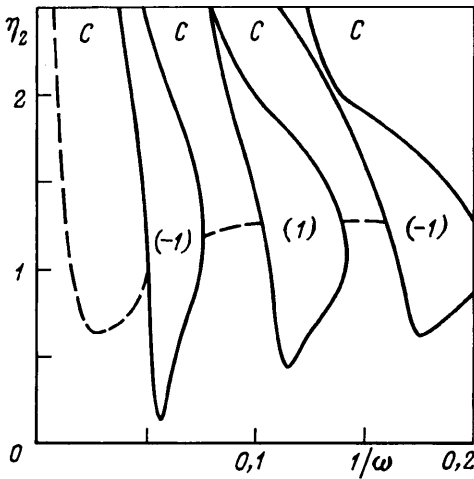
Граница устойчивости, по Флоке, в нулевом по  $\omega$  порядке разложения находится из интегрального условия

$$\int_0^{2\pi} \lambda_{0r}(\eta_{20} \cos \tau) d\tau = 0 \quad (3.7)$$

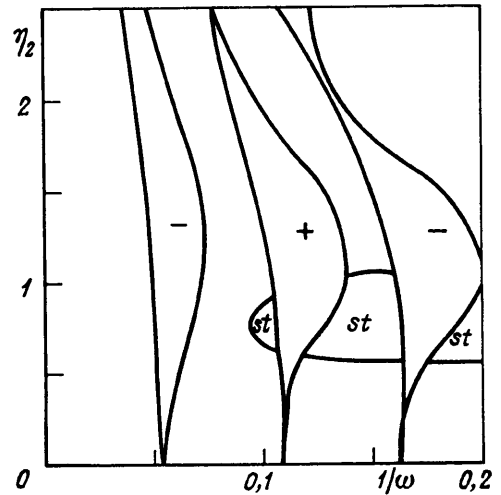
где  $\lambda_{0r}$  – действительная часть  $\lambda_0$ . Для решения в нулевом порядке задачи на собственные значения (3.4) – (1.5) применялся метод Галеркина с базисом, определяемым (2.2), (2.3). В расчетах удерживалось до 30 функций.

**4. Невесомость.** Рассмотрим результаты исследования устойчивости в случае невесомости  $Ra = 0$ . В этих условиях при наличии постоянной составляющей поля ( $\eta_1 = 1$ ) остается только электрокондуктивный механизм возбуждения конвекции и роль режимного параметра играет  $B$ . Во всех расчетах тепловое и электрические числа Прандтля полагались следующими:  $P = 1$  и  $\text{Re} = 0,04$ . Порог устойчивости без модуляции поля  $B_* = 438,815$  соответствует критическим возмущениям с волновым числом  $k = 2,14$  и собственной частотой  $\omega_0 = 9,136$ .

На фиг. 1 продемонстрировано дестабилизирующее действие модуляции на устойчивое основное состояние жидкости в случае  $B = 420$ ,  $k = 2,14$  (на плоскости  $1/\omega$ ,  $\eta_2$  появляются области неустойчивости). В отсутствие модуляции  $\eta_2 = 0$  (ось абсцисс) квазиравновесие жидкости устойчиво. Электрическое число Рэлея не превышает



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Зависимость критической относительной амплитуды модуляции от обратной частоты  $1/\omega$ . Волновое число фиксировано:  $k = 2,14$ . Без модуляции система устойчива ( $B = 420$ ). Штриховые и сплошные линии – границы областей нарастающих квазипериодических и периодических возмущений соответственно

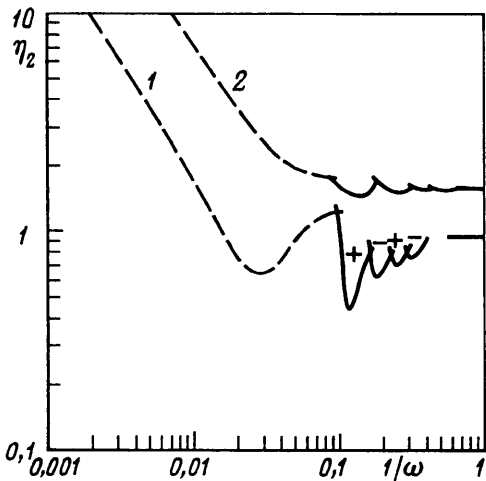
Фиг. 2. Зависимость  $\eta_2(1/\omega)$  для  $k = 2,14$ . Без модуляции система неустойчива ( $B = 450$ ). *st* – области устойчивости

критического значения  $B < B_*$ . Рост амплитуды модуляции приводит к появлению растущих возмущений, тип которых зависит от частоты.

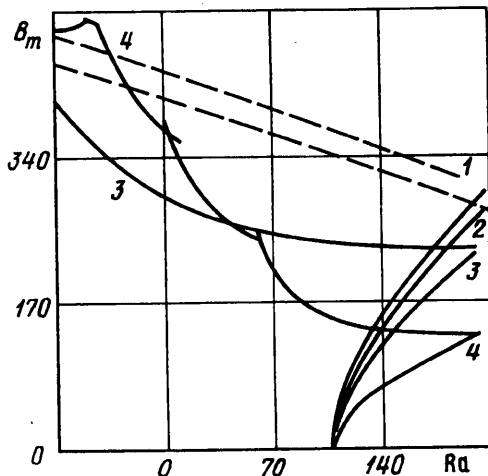
Внутри областей  $(-1)$  нарастают возмущения полуцелого типа, внутри областей  $(1)$  – целого. При умеренных амплитудах модуляции между областями синхронного и субгармонического отклика на внешнее поле расположены области *C* критических квазипериодических возмущений. Минимальное значение амплитуды модуляции  $\eta_2 = 0,134$  соответствует полуволновым возмущениям и частоте  $\omega = 17,91 \approx 2\omega_0$ . Остальные минимумы на границах областей целых и полуцелых растущих возмущений приходятся на частоты  $2\omega/m$ , где  $m$  – целое число.

Противоположный случай стабилизирующего действия модуляций на неустойчивое основное состояние представлен на фиг. 2. Электрическое число Рэля в этом случае  $B = 450$  при  $k = 2,14$  превышает критическое значение для постоянного поля. В отсутствие модуляции  $\eta_2 = 0$  квазиравновесие неустойчиво относительно колебательных возмущений. Рост амплитуды модуляции изменяет характер неустойчивости. В область нарастающих квазипериодических возмущений проникают "языки" наиболее опасных целых "плюс" и полуцелых "минус" возмущений, а при умеренных частотах появляются области устойчивости *st*.

На фиг. 3 представлены минимизированные по волновому числу  $k$  границы устойчивости  $\eta_2$  в зависимости от обратной частоты  $1/\omega$  для  $B = 420$  в случае модулированного  $\eta_1 = 1$  (кривая 1) и переменного (кривая 2)  $\eta_1 = 0$  полей. Неустойчивости соответствуют области над кривыми. В случае переменного поля неустойчивость появляется при больших значениях амплитуды модуляции. При частотах  $\omega > \omega_0$  нарастают квазипериодические возмущения. В пределе высоких частот, как видно из графиков, амплитуда и частота перестают быть независимыми: режимным параметром служит отношение  $\eta_2/\omega$ . Горизонтальные линии на рисунках представляют асимптотические результаты, рассчитанные в низкочастотном пределе:  $\eta_2 = 0,921$  при  $k_m = 1,89$  для модулированного поля,  $\eta_2 = 1,590$  при  $k_m = 2,03$  для постоянного. При ко-



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Невесомость. Карта устойчивости на плоскости  $(1/\omega, \eta_2)$  для случая модулированного (1) и переменного (2) полей

Фиг. 4. Карты устойчивости на плоскости  $Ra, B_m$  в модулированном поле, для различных частот внешнего воздействия:  $\omega = \infty, 50, 15, 4$  кривые 1–4

нечных частотах видны области параметрического резонансного возбуждения. При этом для модулированных полей области целых (плюс) и полуцелых (минус) возмущений чередуются, в то время как для переменного поля критических возмущений полуцелого типа не обнаружено.

**5. Электротермоконвекция в поле силы тяжести.** Рассмотрим термоэлектроконвективную неустойчивость в статическом поле тяжести. Поведение возмущений теперь должно рассматриваться с точки зрения полной системы амплитудных уравнений (1.4) с  $Ra \neq 0$ . Задача состоит в исследовании влияния модулированного поля на термоэлектроконвективную неустойчивость.

На фиг. 4 представлена зависимость минимизированного по волновому числу критического электрического числа Рэлея  $B_m$  от числа Рэлея  $Ra$  для амплитуд  $\eta_1 = 1, \eta_2 = 1$  и различных частот модуляции поля.

Случай  $\omega = \infty$  совпадает со случаем отсутствия модуляции  $\eta_2 = 0$ . Таким образом, кривая 1 является границей области неустойчивости слабопроводящей жидкости в постоянном поле ( $\eta_1 = 1, \eta_2 = 0$ ): сплошная кривая – граница монотонной неустойчивости, штриховая – колебательной. В отсутствие электрического поля ( $B = 0$ ) при подгреве снизу ( $Ra > 0$ ) существует критическое число Рэлея, определяющее границу монотонной неустойчивости  $Ra_{m0} = 106,7$ . Электрическое поле приводит к повышению порога неустойчивости этой монотонной (термогравитационной) моды и появлению неустойчивости колебательного типа (электротермоконвективная мода) [4, 7].

Влияние модуляций конечной частоты на порог неустойчивости неоднозначно. Уменьшение частоты внешнего воздействия приводит к монотонному понижению границы гравитационной моды, критическими при любых частотах остаются целые возмущения.

Порог электротермоконвективной моды с уменьшением частоты изменяется немонотонно. В зависимости от числа Рэлея и частоты модуляции поля могут приводить как к стабилизации, так и к дестабилизации основного состояния. Причем в исследуемой области чисел Рэлея для относительно высоких частот ( $\omega = 50$ ) критическими являются квазипериодические возмущения. Для  $\omega = 15$  неустойчивость связана с полуцелыми возмущениями. В случае  $\omega = 4$  изломы на границах неустой-

чивости соответствуют переходам от возмущений одних типов к другим, отличающимся как пространственным периодом, так и временным поведением.

**Заключение.** На основе уравнений электрогидродинамики рассмотрена проблема электроконвективной неустойчивости слабопроводящей неравномерно нагретой жидкости в переменном и модулированном электрических полях плоского горизонтального конденсатора. Предполагается, что электропроводность жидкости линейно зависит от температуры, а неоднородность поляризации жидкости и инжекция зарядов пренебрежимо малы.

Определены границы областей неустойчивости. Для случая невесомости получены зависимости амплитуды критической модуляции от частоты. В поле тяжести неустойчивость обусловлена взаимодействием электрокондуктивного и термогравитационного механизмов. При конечных частотах модуляции электрического поля благодаря параметрическому возбуждению возможны как дестабилизация равновесия, так и его стабилизация – в зависимости от амплитуды и частоты. При этом неустойчивость слабопроводящей жидкости в модулированном электрическом поле могут вызывать возмущения с различным временным поведением, которые соответствуют целым, полуполным или квазипериодическим режимам.

Авторы выражают благодарность С.Р. Косвинцеву, И.Ю. Макарихину за плодотворные дискуссии. Исследования, результаты которых представлены в данной статье, выполнялись при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 98-01-00507).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gross M.J., Porter J. E.* Electrically induced convection in dielectric liquids // *Nature*. 1966. V. 212. № 5068. P. 1343–1345.
2. *Turnbull R.J.* Electroconvective instability with a stabilizing temperature gradient. II. Experimental results // *Phys. Fluids*. 1968. V. 11. № 12. P. 2597–2603.
3. *Косвинцев С.Р.* Экспериментальное исследование электроконвекции в плоском слое неоднородно нагретой слабопроводящей жидкости / *Вестн. Перм. ун-та*. 1994. Вып. 2. С. 128–140.
4. *Lee Ch.-O.* Thermal instability of a slightly conducting liquid layer in a vertical electric field // *Heat transfer. Proc. 5th Intern. Heat Transfer Conf. Tokyo*. 1974. s.a. 1974. V. 3. P. 173–177.
5. *Turnbull R.J.* Electroconvective instability with a stabilizing temperature gradient. I. Theory // *Phys. Fluids*. 1968. V. 11. № 12. P. 2588–2596.
6. *Саранин В.А.* Об устойчивости равновесия плоского горизонтального слоя неоднородно нагретой жидкости в электрическом поле // *Конвективные течения*. Пермь: Изд-е Перм. пед. ин-та, 1983. С. 46–52.
7. *Болога М.К., Гросу Ф.П., Кожухарь И.А.* Электроконвекция и теплообмен. Кишинев: Штиинца, 1977. 320 с.
8. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
9. *Гершуни Г.З., Келлер И.О., Смородин Б.Л.* О вибрационно-конвективной неустойчивости в невесомости; конечные частоты // *Докл. РАН*. 1996. Т. 348. № 2. С. 194–196.
10. *Gershuni G.Z., Nepomnyashchy A.A., Smorodin B.L., Velarde M.G.* On parametric excitation of thermocapillary and thermogravitation convective instability // *Micrograv. Quart.* 1994. V. 4. № 4. 215–220.
11. *Петров Г.И.* Применение метода Галеркина к задаче об устойчивости течения вязкой жидкости // *ПММ*. 1940. Т. 4. Вып. 3. С. 3–12.
12. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 3. Квантовая механика. М.: Наука, 1989. 768 с.