

УДК 532.529.4:536.25

© 2000 г. Ю.К. БРАТУХИН, С.О. МАКАРОВ, А.И. МИЗЕВ

## КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОЙ КОНВЕКЦИИ ОТ СОСРЕДОТОЧЕННОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА

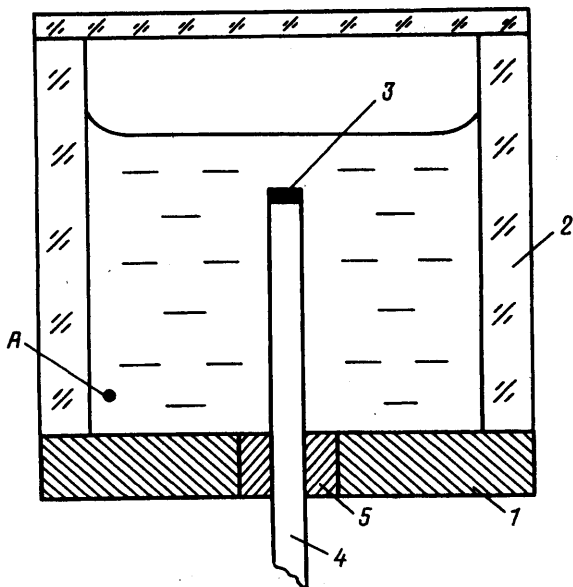
Теоретически и экспериментально исследована устойчивость осесимметричного термокапиллярного течения от сосредоточенного источника тепла, расположенного вблизи свободной поверхности жидкости, заполняющей глубокий бассейн. Показано, что при некоторых значениях глубины погружения и мощности источника тепла термокапиллярная конвекция становится неустойчивой по отношению к колебательным возмущениям формы поверхности.

Необходимость изучения капиллярных течений, вызванных наличием неоднородности температурных условий вдоль границы раздела фаз, возникает при решении многих научных и технических задач. Таких, например, как разделение примесей [1], получение рельефных фотографических изображений [2], поверхностное легирование металлов [3], при лечении ряда легочных заболеваний [4] и т.д. Особый интерес к изучению термокапиллярных течений, связанный с негравитационной природой данного механизма конвекции, вызван разработками новых технологий в области космического материаловедения.

В последние годы опубликовано немало теоретических и экспериментальных работ по данной тематике. Однако в экспериментальных исследованиях наметился определенный подход к сужению рассматриваемой проблемы. Задача устойчивости термокапиллярного течения рассматривается, как правило, в достаточно тонких слоях жидкости, много меньших величин температурной неоднородности. Это, по мнению авторов публикаций, позволяет пренебречь паразитным воздействием термогравитационной конвекции, интенсивность которой существенно убывает с уменьшением толщины слоя жидкости. Однако такой выбор геометрии задачи приводит к существенному ограничению возможных сценариев дальнейшей эволюции течения. Так, в [5] течение уже при относительно малых скоростях становится неустойчивым по отношению к вихреобразным возмущениям, развивающимся на границе поверхностного и придонного течений, существующих в достаточно узкой области жидкости. Аналогичная неустойчивость в виде стоячих или бегущих (в зависимости от числа Прандтля рабочей жидкости) вихрей, возникающих на границе встречных потоков, была обнаружена в [6–8].

Теоретические исследования термокапиллярной конвекции от сосредоточенных источников тепла, расположенных на недеформируемой свободной поверхности жидкости (см., например, [9–11]), также ограничивает класс рассматриваемых явлений, искусственно навязывая эволюцию развития течения, связанную с неустойчивостью только в объеме жидкости. Однако, как показано в [12–14], неотъемлемым атрибутом термокапиллярных течений является искривление свободной поверхности, которое может оказывать влияние на структуру возникшего течения и приводить к его неустойчивости.

В данной работе представлены результаты экспериментальных исследований устойчивости осесимметричного термокапиллярного течения от сосредоточенного источника тепла, расположенного вблизи или на свободной поверхности жидкости,



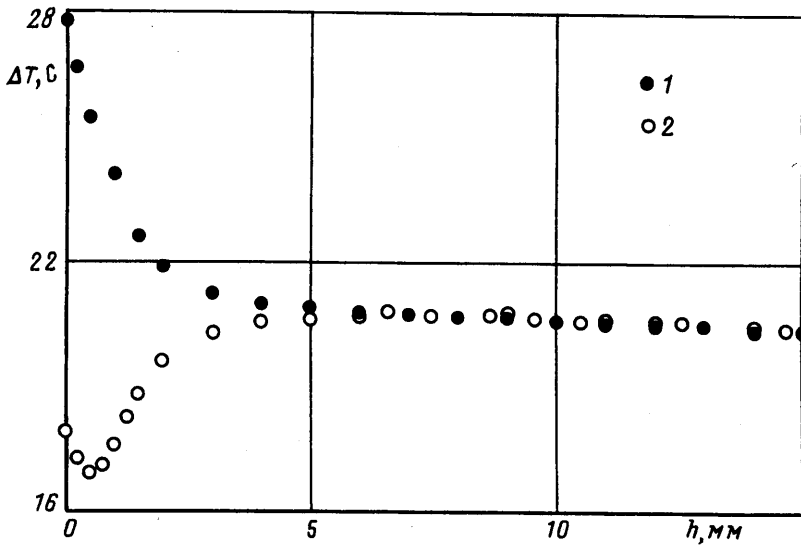
Фиг. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – текстолитовое основание, 2 – стеклянная рамка, 3 – источник тепла, 4 – стеклянная трубка, 5 – фторопластовый сальник, А – место расположения спаев термопары

заполняющей глубокий (по сравнению с размерами источника тепла) бассейн. Показано, что термокапиллярные эффекты могут приводить к существенному изменению структуры течения и интенсификации теплопереноса и в достаточно глубоких бассейнах, когда имеет место развития свободная конвекция. При выбранной геометрии задачи наиболее опасными являются возмущения, связанные с колебательной неустойчивостью формы поверхности и приводящие к образованию поверхностных волн различной конфигурации. В теоретической части работы наблюдаемые в экспериментах эффекты объясняются на простой геометрической модели.

**1. Описание экспериментальной установки и методик.** При проведении экспериментов была использована установка, схематически изображенная на фиг. 1. Она представляет собой прямоугольную конвективную полость с размерами основания  $100 \times 100 \text{ мм}^2$  и высотой 110 мм. На основание 1, выполненное из текстолита, наклеена прозрачная стеклянная рамка 2, ограничивающая размеры полости.

Внутри полости помещен источник тепла 3 цилиндрической формы, размеры которого задавались таким образом, чтобы выполнялось приближение точечности источника тепла. В экспериментах использовались нагреватели с одинаковой высотой 2 мм и с внешним диаметром 5 и 7 мм, что составляло 5 и 7% характерного линейного размера массива соответственно. Источник тепла приклеен к стеклянной трубке 4, внутри которой расположены подводящие провода от источника питания и провода термопары. Противоположный конец трубки выведен за пределы полости через отверстие в основании и прикреплен к микрометрической подвижке, с помощью которой осуществляется перемещение нагревательного элемента в вертикальном направлении. Конструкция подвижки позволяет изменять глубину погружения источника тепла относительно поверхности жидкости с точностью 0,1 мм.

В качестве исследуемой жидкости в представленной серии экспериментов использовался декан. При помощи медь-константановой термопары, один из спаев которой располагался на корпусе нагревательного элемента, измерялась разность температур между источником тепла и удаленной областью жидкости (точка А на фиг. 1), что позволяло контролировать теплоотдачу. В процессе опытов с помощью голографического интерферометра сфокусированного изображения проводились также визуальные наблюдения распределения температуры в жидкости и



Фиг. 2. График зависимости температуры поверхности нагревательного элемента от глубины погружения источника тепла (мощность нагревателя 0,77 Вт, диаметр источника 5 мм): 1 – эксперименты с закрытой поверхностью жидкости; 2 – эксперименты со свободной поверхностью жидкости

формы ее поверхности. Добавление в исследуемую жидкость небольшого количества светорассеивающих частиц (алюминиевая пудра) позволяло одновременно наблюдать структуру и скорость возникающих течений.

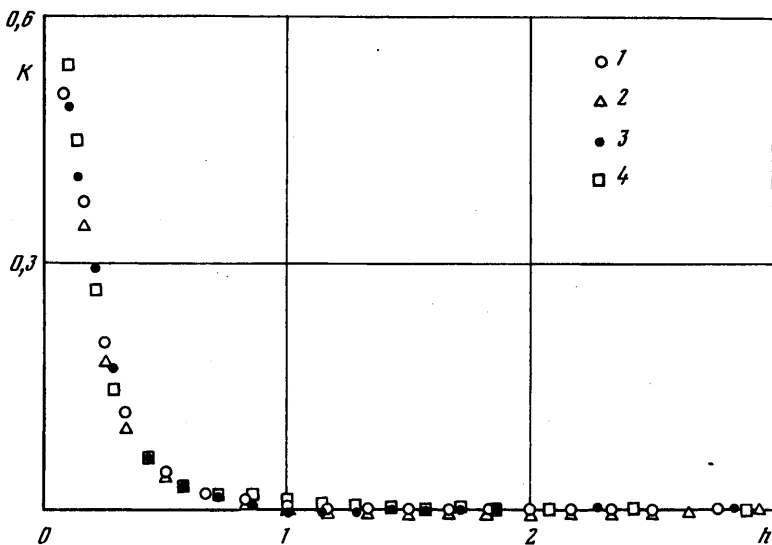
Изменение высоты слоя жидкости над источником тепла вследствие вытекания ее через сальник 5 за время проведения одного эксперимента не превышает 0,1%.

Сверху конвективная полость закрыта прозрачной стеклянной пластиной. Наличие пластины препятствует возникновению случайных воздушных потоков, способных привести к появлению неравновесного распределения поверхностного натяжения вследствие неоднородного испарения вдоль поверхности жидкости.

В ходе эксперимента фиксируются мощность, задаваемая на нагревателе, глубина его погружения, а также температура оболочки источника тепла относительно невозмущенной области жидкости.

Эксперименты проводились для двух случаев: открытой и закрытой поверхности жидкости. Во втором случае поверхность жидкости закрывалась стеклянной пластиной, что позволяло полностью исключить капиллярные эффекты.

**2. Исследование режимов теплоотдачи.** Опыты показали, что при приближении источника тепла к свободной поверхности жидкости температура его поверхности относительно глубинных слоев жидкости существенно уменьшается, что свидетельствует об увеличении теплоотдачи от нагревателя. В случае закрытой поверхности теплоотдача уменьшается. На фиг. 2 представлен характерный график зависимости температуры поверхности нагревательного элемента от глубины его погружения для некоторой мощности источника тепла. Видно, что при достаточно больших значениях глубины погружения режимы теплоотдачи для случаев открытой и закрытой поверхности жидкости одинаковы. Визуальные наблюдения показывают в обоих случаях наличие течения в виде теплового факела с весьма малым характерным значением скорости. Однако начиная с расстояний до поверхности, сравнимых с диаметром нагревательного элемента, характер теплоотдачи в жидкость в указанных случаях существенно различается. При приближении источника тепла к открытой поверхности жидкости теплоотдача от него заметно увеличивается. Это вызвано возникновением термокапиллярных течений на свободной поверхности жидкости. Об этом же свидетельствуют и визуальные наблюдения. При приближении источника тепла к



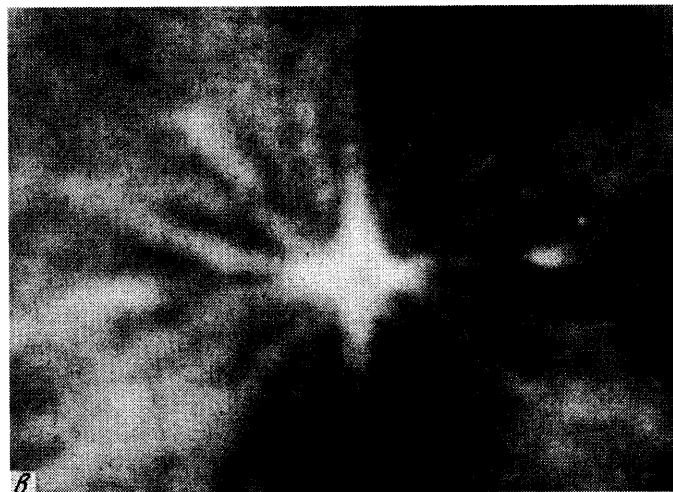
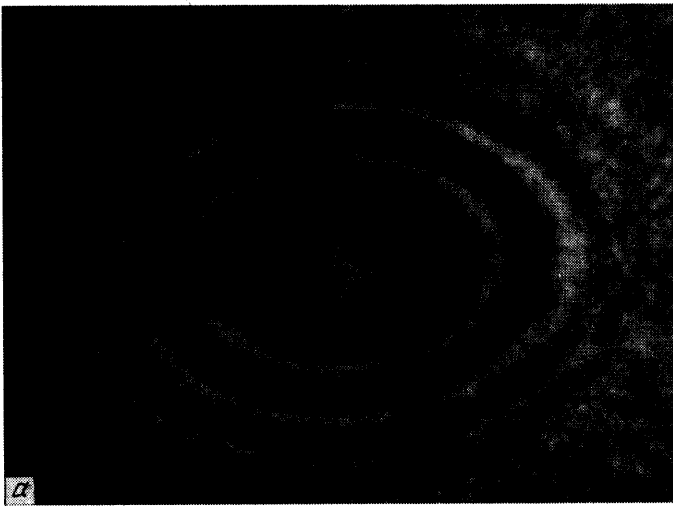
Фиг. 3. График зависимости безразмерной интенсивности термокапиллярного движения от безразмерной глубины погружения источника тепла для источников тепла диаметром  $d = 5$  мм и мощностью  $P = 0,77; 1,32$  Вт (кривые 1, 2) и  $d = 7$  мм,  $P = 0,6; 1,25$  Вт (кривые 3, 4)

свободной поверхности жидкости область существования конвективных течений смещается в приповерхностный слой, образуя тороидальную конвективную ячейку, характерную для термокапиллярного течения при данной геометрии задачи [6–9, 13]. Характерное значение скорости, имеющее максимум на поверхности жидкости, заметно повышается, достигая величины порядка нескольких сантиметров в секунду.

По результатам измерений построен график зависимости интенсивности термокапиллярного движения от безразмерной глубины погружения источника тепла для различных значений мощности, задаваемой на нагревателе. Глубина погружения обезразмеривалась по диаметру нагревательного элемента. В качестве меры интенсивности термокапиллярных течений выбрано безразмерное соотношение  $K = T_c/T_0$ , где  $T_c$  и  $T_0$  – температура нагревательного элемента в случае закрытой и открытой поверхности жидкости соответственно. Эта величина является аналогом числа Нуссельта для данной задачи и имеет смысл отношения теплоотдачи за счет термокапиллярных эффектов к сумме теплоотдач, обусловленных молекулярным переносом и свободно-конвективным движением за вычетом единицы. На фиг. 3 представлена такая зависимость для нагревательных элементов различного диаметра. Влияние термокапиллярных эффектов имеет место для расстояний до поверхности меньших или сравнимых с диаметром источника. При этом теплоотдача посредством термокапиллярной конвекции более чем в полтора раза превышает теплоотдачу вследствие термогравитационной конвекции.

**3. Исследование формы поверхности и структуры течений.** Параллельно с температурными измерениями были проведены визуальные наблюдения формы поверхности жидкости над источником тепла. Оказалось, что поверхность жидкости искривляется, принимая ту или иную форму в зависимости от характера и интенсивности возникающих в объеме жидкости течений. В ходе визуальных наблюдений были обнаружены две основные моды неустойчивости поверхности жидкости: стационарная и колебательная.

При относительно больших глубинах погружения источника тепла, когда интенсивность термокапиллярного течения еще очень мала, определяющими являются течения, вызванные термогравитационным механизмом возбуждения конвекции. Для рас-



Фиг. 4. Фотографии формы свободной поверхности жидкости, полученные теньвым методом: *a* – круговая волна; *б* – спиральная волна; *в* – стоячая волновая структура лучеобразной конфигурации

смаатриваемого случая характерной чертой такого течения является наличие теплового факела, распространяющегося от источника тепла к поверхности жидкости и приводящего к искривлению поверхности в сторону газовой фазы. Величина кривизны поверхности жидкости зависит от расстояния от источника тепла до поверхности жидкости и мощности нагревателя, но не меняется со временем.

При постепенном приближении источника тепла к поверхности жидкости начинает возрастать вклад термокапиллярного механизма конвекции в общую картину течения. Возникающее при этом осесимметричное радиальное течение приводит к уменьшению кривизны поверхности жидкости. При дальнейшем уменьшении глубины погружения источника тепла, когда интенсивность термокапиллярных течений становится сравнимой с интенсивностью термогравитационных течений, происходит смена знака кривизны поверхности жидкости, т.е. поверхность становится искривленной в сторону жидкой фазы, принимая воронкообразную форму. До некоторого значения глубины погружения такая форма поверхности также не зависит от времени.

Начиная с некоторого определенного значения глубины погружения форма поверхности приобретает колебательный характер. При этом кривизна поверхности жидкости над нагревателем меняется периодически со временем возле некоторого равновесного значения, что приводит к образованию поверхностных волн, распространяющихся от источника тепла. Конфигурации возникающих при этом волн зависят от расстояния до поверхности и мощности нагревателя. Первый вид генерируемых колебаниями поверхности волн представляет собой концентрические окружности (фиг. 4, а).

По мере уменьшения расстояния от источника тепла до поверхности жидкости волновое число увеличивается. На некоторой глубине погружения нагревателя такая форма волны становится неустойчивой. В результате образуется новая конфигурация, представляющая собой спиральную волну, вращающуюся вправо или влево (фиг. 4, б). Выбор направления вращения в момент образования данного типа волны происходит случайным образом, т.е. вероятности образования волны правой или левой закрутки одинаковы. Уменьшение глубины погружения нагревателя приводит к увеличению как радиального, так и азимутального волновых чисел, что проявляется в увеличении числа ветвей спиральной волны. На фотографии (фиг. 5, а, б, в) представлена эволюция конфигурации спиральной волны по мере приближения источника тепла к свободной поверхности жидкости.

Дальнейшее приближение источника тепла приводит к соприкосновению оболочки нагревательного элемента с поверхностью жидкости. Колебания поверхности жидкости при этом прекращаются и на поверхности образуется стационарная, стоячая волновая структура лучеобразной конфигурации (фиг. 4, в). Теплоотдача от источника тепла в момент касания немного уменьшается, что хорошо заметно по поведению зависимости температуры оболочки нагревателя от глубины погружения источника тепла для случая открытой поверхности в области малых глубин погружения (см. фиг. 2). Теплоотдача уменьшается пропорционально увеличению площади контакта оболочки нагревателя с газовой фазой, теплопроводность которой много меньше теплопроводности жидкой фазы.

Проведившиеся параллельно с остальными измерениями визуальные наблюдения структуры течения показали следующие результаты. Оказалось, что радиальная, не зависящая от азимутального направления структура течения, характерная для термокапиллярной конвекции при данной геометрии задачи, остается устойчивой при любых значениях глубины погружения и мощности источника тепла, а также при любых формах поверхности и конфигурациях поверхностных волн. При этом с изменением глубины погружения и мощности источника тепла меняются лишь размер конвективной ячейки, глубина проникновения и скоростные характеристики течения.

**4. Теоретическая модель наблюдаемых эффектов.** Наблюдаемый в эксперименте эффект смены стационарного термокапиллярного течения на автоколебательное может быть исследован на простой геометрической модели.



Фиг. 5. Теневая фотография формы свободной поверхности жидкости, показывающая эволюцию конфигурации спиральной волны по мере приближения источника тепла к свободной поверхности жидкости

Рассмотрим задачу о термокапиллярной конвекции в плоском слое неоднородно нагретой жидкости. Будем считать, что на нижней свободной, но недеформируемой поверхности слоя  $z = -h$  задано стационарное распределение температуры  $T = T_0 \cos kx$ . Верхняя, теплоизоляционная поверхность в ходе процесса деформируется, принимая форму  $z = \zeta(x, t)$ ,  $|\zeta| \ll 1$  ( $x, z$  — оси декартовой системы координат), определяемую в ходе решения. Сила тяжести отсутствует.

Поверхностное натяжение жидкостей считаем линейно меняющимся с температурой:  $\sigma(T_0 + \delta T) = \sigma_0(T_0) - \sigma_1 \delta T$ .

Зависимостью поверхностного натяжения от давления пренебрегаем [15]. Феноменологический параметр  $\sigma_1$  в общем случае многокомпонентных гетерогенных веществ может быть как положительным, так и отрицательным. Для однокомпонентных жидкостей  $\sigma_1 > 0$  [15].

Все параметры жидкости (плотность  $\rho$ , вязкости  $\eta$  и  $\nu$ , теплопроводность  $\kappa$  и температуропроводность  $\chi$ ) постоянны и конечны. Теплопроводность и вязкость внешней среды исчезающе малы. Это предположение позволяет решить задачу только в слое и тем самым существенно уменьшить число независимых параметров. (С физической точки зрения такое допущение не принципиально и соответствует экспериментам по термокапиллярным течениям в жидкости, граничащей с газами.)

Уравнения гидродинамики и граничные условия, определяющие термокапиллярную конвекцию в этих условиях, запишем в безразмерной форме, выбрав в качестве единиц: длины — среднюю толщину слоя  $h$ , температуры —  $T_0$ , скорости —  $\sigma_1 T_0 / \eta$ , времени —  $h^2 / \chi$ , давления —  $\sigma_1 T_0 / h$ . В задачу войдут следующие безразмерные параметры: числа Прандтля  $Pr = \nu / \chi$ , Марангони  $\mu = h \sigma_1 T_0 / \chi \eta$  и безразмерное поверхностное натяжение при начальной температуре  $\sigma = \sigma_0 h / \chi \eta$ . В выбранных единицах измерения уравнения Навье — Стокса, непрерывности, теплопроводности и граничные условия на границах раздела фаз имеют вид [16]

$$\frac{1}{Pr} \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mu (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} \quad (5.1)$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla T = \Delta T$$

$$z = -1; \quad T = \cos kx; \quad v_z = \frac{\partial v_x}{\partial z} = 0 \quad (5.2)$$

$$z = \zeta(x, t): \quad \frac{\partial T}{\partial z} - \zeta' \frac{\partial T}{\partial x} = 0; \quad \left( \zeta' = \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right); \quad \mu (v_z - \zeta' v_x) = \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (5.3)$$

$$p + \zeta'' \left( \frac{\sigma}{\mu} - T \right) = 2 \frac{\partial v_z}{\partial z} + \zeta' \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial z} - \zeta' \frac{\partial T}{\partial x} \right) (1 + \zeta'^2)^{-1/2} - \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \right] \quad (5.4)$$

$$\zeta' \left[ p + \zeta'' \left( \frac{\sigma}{\mu} - T \right) - \frac{\partial v_x}{\partial x} \right] + \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial T}{\partial z} - \zeta' \frac{\partial T}{\partial x} (1 + \zeta'^2)^{-1/2} = 0 \quad (5.5)$$

Уравнения (5.2) обеспечивают отсутствие нормальных составляющих скорости и касательных напряжений на нижней границе слоя и задают распределение температуры на нем.

Первое из уравнений (5.3) является следствием принятого предположения о нулевой теплопроводности газа, второе связывает нормальную компоненту скорости частицы жидкости на границе ее с газом со скоростью смещения свободной поверхности пленки.

Уравнения (5.4) и (5.5) выражают равенство нулю нормальных и касательных напряжений на свободной поверхности пленки. Средняя кривизна поверхности  $\zeta''$  вычислена для малых чисел Марангони по известным формулам дифференциальной геометрии [17].



Будем искать стационарное решение задачи (5.1)–(5.5) в виде ряда по степеням предполагаемого малым числа Марангони:  $\psi = \psi_0 + \mu\psi_1 + \dots$ , где  $\psi$  – любая из функций – скорость  $v(u_x, u_z)$ , давление  $p$ , температура  $T$  или отклонение поверхности пленки  $\zeta$  от плоскости  $z = 0$ . Стационарное решение задачи (5.1)–(5.5) в нулевом приближении имеет вид

$$T_0 = \text{ch } kz \frac{\cos kz}{\text{ch } k} \quad (5.6)$$

$$w_0(z) = -k \left[ \left( z \frac{\text{ch } kz}{\text{sh } k} \right) + \left( z \frac{\text{sh } kz}{\text{ch } k} \right) \right] / 2; \quad u'_0(z) = -\frac{w'_0}{k}$$

$$q_0(z) = -k \left[ \left( \frac{\text{ch } kz}{\text{sh } k} \right) + \left( \frac{\text{sh } kz}{\text{ch } k} \right) \right]; \quad \zeta_0 = 0$$

Для исследования устойчивости найденного термокапиллярного движения наложим на него нормальные возмущения, пропорциональные  $\exp(-\lambda t)$ :  $\psi = \psi_0 + \delta\psi \exp(-\lambda t)$ , где  $\delta\psi$  – амплитуды возмущений скорости  $v$ , давления  $p$ , температуры  $T$  и поверхности  $\zeta$ ,  $\psi_0$  – решение (5.6). Числа Марангони следует считать малыми, на порядок меньше единицы, и фиксированными.

Из физических соображений (подкрепленных проведенным расчетом) следует, что при исчезающе малых числах Прандтля течение (5.6) устойчиво по отношению к малым возмущениям.

Одним из возможных механизмов развивающейся неустойчивости может стать конкуренция между конвективно-теплопроводным транспортом в приповерхностном слое жидкости и капиллярным фактором на свободной поверхности. Из-за эффекта Марангони жидкость натекает от нагретых участков слоя к более холодным областям. В результате толщина холодных участков слоя жидкости увеличивается. При малой теплопроводности прильвишие по поверхности и неостывшие нагретые частицы жидкости уменьшают перепад температуры вдоль слоя и, как следствие, термокапиллярное движение практически прекращается. С этого момента основным генератором движения станут капиллярные силы, которые будут стремиться уменьшить полную поверхность такой практически изотермической пленки, стараясь вновь превратить ее в плоский слой. Это приведет к появлению перепада температур и возникновению термокапиллярной конвекции.

Очевидно, что наиболее благоприятные возможности для установления такого периодического движения будут при малых теплопроводностях жидкости, в частности при числах Прандтля  $\text{Pr} \rightarrow \infty$ . Решим задачу для этого случая и для малых, но фиксированных чисел Марангони. Линеаризованная по возмущениям задача (5.1)–(5.5) на устойчивость имеет вид

$$\nabla p = \Delta v; \quad \nabla v = 0 \quad (5.7)$$

$$-\lambda T + \mu(v_0 \nabla T + v \nabla T_0) = \Delta T$$

$$z = -1: \quad T = 0; \quad v_z = \frac{\partial v_x}{\partial z} = 0 \quad (5.8)$$

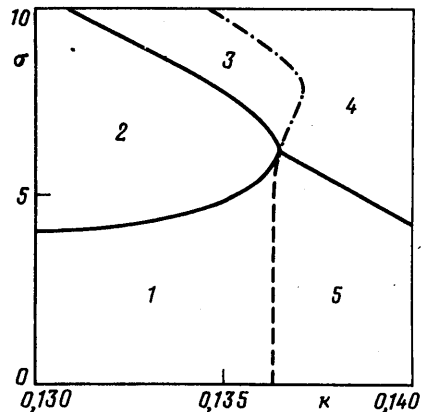
$$z = \varepsilon \mu \cos kx \exp(-\lambda t): \quad \frac{\partial T}{\partial z} = -\varepsilon \mu k^2 \cos 2kx / \text{ch } k$$

$$v_z = -\lambda \varepsilon \cos kx + \varepsilon \mu k^2 \frac{\cos 2kx}{2 \text{sh } k}$$

$$p - 2 \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\varepsilon \sigma k^2 \cos kx - 2\varepsilon \mu k^2 \frac{\cos 2kx}{\text{ch } k}$$

$$\left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial T}{\partial z} = -2\varepsilon \mu k^2 \frac{\sin 2kx}{\text{sh } k}$$

Фиг. 6. Карта устойчивости термокапиллярного движения ( $\sigma$  и  $k$  – безразмерные поверхностное натяжение и волновое число соответственно, число Марангони  $\mu = 0,1$ ): 1, 2 – монотонная неустойчивость; 3 – область устойчивости; 4 – колебательная устойчивость; 5 – колебательная неустойчивость



Исследуем поведение возмущений поверхности, пропорциональных  $\cos kx$ . При этом в граничных условиях для скоростей и температур появляются слагаемые, пропорциональные  $\cos kx$  и  $\cos 2kx$ , которые и определяют периодичность возмущений скорости и температуры вдоль слоя. Амплитуды при этих модах в выражениях для скорости благодаря принятому допущению  $Pr \rightarrow \infty$  определяются точно

$$v_x = u_1(z) \sin kx + u_2(z) \sin 2kx \quad (5.9)$$

$$v_z = w_1(z) \cos kx + w_2(z) \cos 2kx$$

$$p_1 = q_1(z) \cos kx + q_2(z) \cos 2kx$$

$$w_n(z) = a_n \operatorname{ch} nkz + b_n \operatorname{sh} nkz + c_n z \operatorname{ch} nkz + d_n z \operatorname{sh} nkz$$

$$u_n(z) = -w'_n / nk$$

$$q_n(z) = 2(c_n \operatorname{ch} nkz + d_n \operatorname{sh} nkz); \quad n = 1, 2$$

Возмущения температуры определим методом Галеркина, выбрав в качестве аппроксимирующих выражений функции

$$T = \tau_1(z) \cos kx + \tau_2(z) \cos 2kx$$

$$\tau_n(z) = E_n \operatorname{ch} nkz + F_n \operatorname{sh} nkz + H_n z \quad (5.10)$$

Выразив все постоянные интегрирования в выражениях (5.9)–(5.10) через параметр возмущения поверхности  $\epsilon$  с помощью граничных условий (5.8), умножим уравнение теплопроводности в системе уравнений (5.7) на функцию  $T$  из первого уравнения в системе (5.10) и, проинтегрировав полученное выражение по объему периода жидкого слоя, получим условие, которое определит величину  $\lambda$  как функцию  $\sigma$  и  $\mu$ . Не приводя здесь громоздких алгебраических преобразований, приведем сразу результаты анализа, представив их в виде графика (фиг. 6).

На фиг. 6 приведена наиболее интересная область изменения параметров  $k$  и  $\sigma$  для числа Марангони  $\mu = 0,1$ . Штриховая линия соответствует значению этих параметров, при которых  $\operatorname{Re}(\lambda) < 0, \operatorname{Im}(\lambda) = 0$ . Таким образом, эта линия разделяет области колебательной и монотонной неустойчивости (на фиг. 6 это области 5 и 1 соответственно). Штрихпунктирная линия проведена по точкам, в которых  $\operatorname{Im}(\lambda) = 0$ , а  $\operatorname{Re}(\lambda) > 0$ . В областях 1, 2 в 3, расположенных левее этой линии, колебательный режим эволюции возмущений сменяется монотонным, 3 – область устойчивости: здесь  $\lambda > 0$ . При переходе из области 3 в 2 через верхнюю ветвь сплошной линии один из декрементов меняет знак и становится отрицательным. В области 1 все декременты отрицательны и действительны. Таким образом, области 1 и 2 соответствуют монотонной неустойчивости. На сплошной линии, разделяющей области 4 и 5, дей-

ствительная часть декрементов равна нулю: это – граница колебательной устойчивости (область 4) и неустойчивости (область 5).

Таким образом, автоколебательный режим термокапиллярной конвекции при малых числах Марангони возникает только в длинноволновой области (длина волны при  $\sigma = 5$  и  $\mu = 0,1$  составляет около 50 толщин слоя). Монотонная гидродинамическая неустойчивость, наоборот, может развиваться в коротковолновой области. С физической точки зрения такие результаты понятны. Для развития, например, автоколебательного режима необходима паритетная конкуренция двух противоборствующих факторов, какими в рассматриваемой задаче являются капиллярные силы. С одной стороны, они стремятся уменьшить поверхность пленки, с другой – создают касательные напряжения, деформирующие поверхность. При малых числах Прандтля градиент температуры вдоль слоя практически не зависит от толщины слоя и задается только распределением температуры на нижней его границе. В этом случае возникновение колебаний маловероятно и в области малых чисел Марангони не выявлено.

Наоборот, при больших числах Прандтля, что соответствует малой теплопроводности жидкости, натекающая к холодным участкам нагретая жидкость не успевает охладиться в утолщенных в результате натекания слоях, что приводит к снижению интенсивности термокапиллярного течения и, как следствие, к обратному оттоку жидкости. Этот эффект приводит при определенных условиях к колебательной неустойчивости термокапиллярного движения в неоднородно нагретых пленках.

**Заключение.** Рассмотренная геометрическая модель позволяет понять причины возникновения в описанном выше эксперименте различных режимов термокапиллярной конвекции. При достаточно глубоком погружении теплового источника в жидкость на поверхности устанавливаются аксиально-симметричные бегущие от источника волны (фиг. 4, а), что связано с попаданием фигуративной точки системы в область колебательной неустойчивости 5 (фиг. 6).

Спиральные волны в эксперименте возникают при малой толщине слоя жидкости между тепловым источником и поверхностью. В этом случае профиль скорости радиального течения Марангони непосредственно над поверхностью нагревателя имеет точку перегиба. Такое течение уже при достаточно малых скоростях становится неустойчивым по отношению к вихреобразным возмущениям, развивающимся на границе встречных потоков [5]. Эти сносимые течением вихри являются непрерывным генератором температурных возмущений (подобно неустойчивости течения Пуазейля по отношению к возмущениям, генерируемым на входе в трубу). Перемешивая над источником нагретую глубинную и более холодную приповерхностную жидкости, вихри создают азимутальную неоднородность температуры. При этом в системе возникают сносимые радиальным потоком со случайным "магнитным" квантовым числом  $m$ , давая начало завиткам спиральных волн (фиг. 4, б). Последний из наблюдаемых режимов (фиг. 4, в) термокапиллярной конвекции имеет гофрировку только в азимутальном направлении.

Смена режимов происходит после того, как жидкость перестает покрывать верхнюю поверхность нагревателя. В этом случае исчезают начальные возмущения, вызываемые сносимыми радиальным течением вихрями на границе встречных потоков, и устанавливается случайная азимутальная неоднородность температуры вдоль образующей нагревателя. Возникающие при этом монотонные возмущения, развиваясь на фоне радиального течения, дают начало звездообразной гофрировке поверхности (фиг. 4, в).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Безуглый Б.А., Галашин Е.А., Криндач Д.П., Майоров В.С. Разделение примесей в жидкости при тепловом действии лазерного излучения // Письма в ЖТФ. 1976. Т. 2. Вып. 18. С. 832–838.

2. Безуглый Б.А., Галашин Е.А. Термотензография – новый способ получения изображений // Журн. науч. и прикл. фото- и кинематографии. 1982. Т. 27. Вып. 1. С. 69–73.
3. Боровский И.Б., Городский Д.Д., Шарафеев И.М., Моряцев С.Ф. О поверхностном легировании металлов с помощью непрерывного лазерного излучения // Физика и химия обраб. материалов. 1984. № 1. С. 19–23.
4. DiPietro N.D., Huh C., Cox R.G. The hydrodynamics of the spreading of one liquid on the surface of another // J. Fluid Mech. 1978. V. 84. Pt 3. P. 529–549.
5. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
6. Favre E., Blumenfeld L., Daviaud F. Instabilities of a liquid layer locally heated on its free surface // Phys. Fluids. 1997. V. 9. № 5. P. 1473–1475.
7. Ezersky A.B., Garcimartin A., Mancini H.L., Perez-Garcia C. Spatiotemporal structure of hydrothermal waves in Marangoni convection // Phys. Rev. E. 1993. V. 48. № 6. P. 4414–4422.
8. Ezersky A.B., Garcimartin A., Burguete J. et al. Hydrothermal waves in Marangoni convection in a cylindrical container // Phys. Rev. E. 1993. V. 47. № 2. P. 1126–1131.
9. Kamotani Y., Chang A., Ostrach S. Effects of heating mode on steady axisymmetric thermocapillary flows in microgravity // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 1996. V. 118. № 1. P. 191–197.
10. Братухин Ю.К., Макаров С.О. О вторичных термокапиллярных движениях солитонного типа // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 4. С. 20–27.
11. Shtern V., Hussain F. Azimuthal instability of divergent flows // J. Fluid Mech. 1993. V. 256. P. 535–560.
12. Пшеничников А.Ф., Токменина Г.А. Деформация свободной поверхности жидкости термокапиллярным движением // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 3. С. 150–153.
13. Низовцев В.В. Исследование стимулированной локальным облучением естественной конвекции в тонком слое испаряющейся жидкости // ПМТФ. 1989. № 1. С. 138–145.
14. Низовцев В.В. Капиллярная конвекция в жидком слое при лазерном облучении // Инж.-физ. журн. 1988. Т. 55. № 1. С. 85–92.
15. Русанов А.И., Прохоров В.А. Межфазная тензиометрия. СПб.: Химия, 1994. 398 с.
16. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1954. 795 с.
17. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968. 720 с.

Пермь

Поступила в редакцию  
2.VII.1998