

УДК 532.59

© 2000 г. С.И. ГОРЛОВ

## ВОЗМУЩЕНИЯ НА ГРАНИЦАХ РАЗДЕЛА СРЕД, ВЫЗВАННЫЕ ВЕРТИКАЛЬНЫМ ПОДЪЕМОМ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА В МНОГОСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ

В рамках нелинейной теории рассмотрена начально-краевая задача о вертикальном подъеме кругового цилиндра в многослойной жидкости. Жидкость является идеальной, несжимаемой, весомой и однородной в каждом слое. Цилиндр в начальный момент времени находится в нижнем слое и начинает плавный вертикальный разгон от нулевой до постоянной скорости. Получена система интегродифференциальных уравнений задачи, содержащая в качестве неизвестных интенсивности особенностей, моделирующих жидкие и твердые границы, а также функции, описывающие форму границ раздела жидких сред. Численное решение этой системы основано на двух итерационных процессах, один из которых связан с интегрированием по времени по схеме Рунге – Кутты – Фельберга, а другой – с решением системы линейных алгебраических уравнений, полученных дискретизацией интегральных соотношений на каждом шаге по времени. Подробно рассмотрена задача о вертикальном подъеме цилиндра в трехслойной жидкости (морская, пресная вода и воздушная среда). Приведены результаты расчетов возмущений границ раздела жидкостей, распределенных и суммарных гидродинамических характеристик контура. Проведено сравнение с результатами решения задачи о подъеме кругового цилиндра к границе раздела водной и воздушной сред. Сделан вывод о существенном влиянии третьего слоя и числа Фруда на характер возмущений, вносимых контуром.

Задача об определении возмущений на границах раздела сред, вызванных вертикальным подъемом контура, исследовалась в основном в случае подъема к свободной поверхности однородной жидкости [1–9]. Решение задачи для случая движения в многослойной жидкости не проводилось. Вместе с тем наличие дополнительного слоя может существенным образом усложнить картину обтекания контура. Этим исследованиям посвящена настоящая работа.

1. Рассмотрим жидкость, состоящую из слоев  $D_1$ ,  $D_2$  и  $D_3$  (нумерация начинается снизу, слои  $D_1$  и  $D_3$  полубесконечны). Жидкость в каждом слое идеальная, несжимаемая, весомая и однородная. Введем обозначения:  $t$  – время,  $\rho_k$  – плотность жидкости в  $D_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ),  $L_l(t)$  – граница раздела областей  $D_l(t)$  и  $D_{l+1}(t)$  ( $l = 1, 2$ ),  $L_0(t)$  – контур, описывающий круговой цилиндр радиуса  $R$ ,  $g$  – ускорение силы тяжести,  $H$  – расстояние между невозмущенными в начальный момент времени границами раздела  $L_1(t)$  и  $L_2(t)$ . Расположим ось  $x$  системы координат вдоль невозмущенной границы раздела  $L_2(0)$ . В начальный момент времени цилиндр находится в нижнем слое, а его центр расположен на расстоянии  $h$  от границы раздела  $L_2(0)$ . Вектор скорости движения цилиндра в выбранной системе координат  $\mathbf{V}_{L_0}(t) = (V_{L_0,x}, V_{L_0,y})$

$$V_{L_0,x} = 0, \quad V_{L_0,y} = \begin{cases} U_0 \sin(\pi\tau/2) & 0 \leq \tau \leq 1 \\ U_0 & \tau > 1 \end{cases}, \quad \tau = \frac{tU_0}{R}$$

Будем рассматривать задачу для потенциала скорости  $\phi_k(x, y, t)$ , описывающего течение жидкости в слое  $D_k(t)$  и удовлетворяющего уравнению Лапласа

$$\Delta\phi_k(x, y, t) = 0, \quad (x, y) \in D_k(t) \setminus L_0(t), \quad k = 1, 2, 3 \quad (1.1)$$

Границы раздела сред  $L_l(t)$  ( $l = 1, 2$ ) будем рассматривать в точках, перемещающихся со скоростью

$$\mathbf{V}_{el}(x, y, t) = 1/2 (\nabla \varphi_l(x, y, t) + \nabla \varphi_{l+1}(x, y, t))$$

Тогда условия динамической и кинематической совместности течений, записанные в этих точках, будут иметь вид

$$\nabla \varphi_l(x, y, t) \mathbf{n}_l = \nabla \varphi_{l+1}(x, y, t) \mathbf{n}_l = \frac{d\mathbf{r}_l}{dt} \mathbf{n}_l, \quad (x, y) \in L_l(t) \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} & \rho_l \frac{d\varphi_l(x, y, t)}{dt} - \rho_{l+1} \frac{d\varphi_{l+1}(x, y, t)}{dt} + \rho_l \frac{(\nabla \varphi_l(x, y, t))^2}{2} - \rho_{l+1} \frac{(\nabla \varphi_{l+1}(x, y, t))^2}{2} - \\ & - \rho_l \mathbf{V}_{el}(x, y, t) \nabla \varphi_l(x, y, t) + \rho_{l+1} \mathbf{V}_{el}(x, y, t) \nabla \varphi_{l+1}(x, y, t) + \\ & + (\rho_l - \rho_{l+1}) g y(x, t) = 0, \quad (x, y) \in L_l(t) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь  $\mathbf{n}_j$  – нормаль к  $L_j(t)$  в точке  $(x, y)$  ( $j = 0, 1, 2$ ),  $\mathbf{r}_l$  – радиус-вектор точки  $(x, y) \in L_l(t)$  ( $l = 1, 2$ ),  $d/dt$  – обозначение для полной производной, определяемой в подвижных системах координат, связанных с частицами границ раздела, перемещающихся со скоростью  $\mathbf{V}_{el}(x, y, t)$ .

На контуре  $L_0(t)$  потребуем выполнения условия непротекания

$$(\nabla \varphi_l(x, y, t) - \mathbf{V}_{L_0}(t)) \mathbf{n}_0 = 0, \quad (x, y) \in L_0(t) \quad (1.4)$$

Кроме того, в бесконечно удаленных точках областей  $D_k(t)$  затухают возмущения скоростей и границ раздела сред

$$\lim_{(x, y) \rightarrow \pm\infty} \nabla \varphi_k(x, y, t) = 0, \quad k = 1, 2, 3 \quad (1.5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = (l-2)H, \quad (x, y) \in L_l(t), \quad l = 1, 2 \quad (1.6)$$

Начальные условия для границ раздела и потенциалов скоростей имеют вид

$$L_l(0): y = (l-2)H, \quad x \in (-\infty, +\infty), \quad l = 1, 2 \quad (1.7)$$

$$\nabla \varphi_k(x, y, 0) = 0, \quad (x, y) \in D_k(0) \setminus L_0(0), \quad k = 1, 2, 3$$

2. Сведем начально-краевую задачу (1.1) – (1.7) относительно потенциалов скоростей  $\varphi_k(x, y, t)$  к системе интегродифференциальных уравнений относительно интенсивностей особенностей, моделирующих жидкие и твердые границы. С этой целью рассмотрим интенсивности вихревых слоев  $\gamma_1(s_1, t)$  и  $\gamma_2(s_2, t)$ , расположенных вдоль  $L_1(t)$  и  $L_2(t)$  соответственно, а также слой источников  $q(s_0, t)$  на контуре  $L_0(t)$ . Предположим, что  $\gamma_l(\pm\infty, t) = 0$  ( $l = 1, 2$ ). Движение жидкости в областях  $D_k(t)$  ( $k = 1, 2, 3$ ) будем описывать функцией

$$\bar{V}(z, t) = \sum_{l=1}^2 \frac{1}{2\pi i} \int_{L_l(t)} \frac{\gamma_l(s_l, t) ds_l}{z - \zeta(s_l)} + \frac{1}{2\pi} \int_{L_0(t)} \frac{q(s_0, t) ds_0}{z - \zeta(s_0)} \quad (2.1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \bar{V}(z, t) = 0 \quad (2.2)$$

Предельные значения функции  $\bar{V}(z, t)$  при подходе к  $z(s_l) \in L_l(t)$  ( $l = 1, 2$ ) сверху и снизу, а также к  $z(s_0) \in L_0(t)$  с внешней стороны контура

$$\bar{V}^+(z(s_l), t) = \bar{V}_l(z(s_l), t) - 1/2 \gamma_l(s_l, t) e^{-i\theta_l(s_l, t)} \quad (2.3)$$

$$\bar{V}^-(z(s_l), t) = \bar{V}_l(z(s_l), t) + 1/2 \gamma_l(s_l, t) e^{-i\theta_l(s_l, t)} \quad (2.4)$$

$$\bar{V}^+(z(s_0), t) = \bar{V}_0(z(s_0), t) - 1/2 q(s_0, t) e^{-i\theta_0(s_0, t)} \quad (2.5)$$

где  $\bar{V}_j(z(s_j), t)$  определяется (2.1) для  $z(s_j) \in L_j(t)$  ( $j = 0, 1, 2$ ),  $\theta_j(s_j, t)$  – угол между касательной в точке  $z(s_j) \in L_j(t)$  и осью  $x$  ( $j = 0, 1, 2$ ). При  $z(s_j) \in L_j(t)$  ( $j = 0, 1, 2$ ) несобственные интегралы, входящие в выражение (2.1) для комплексной скорости, следует понимать в смысле главного значения по Коши.

Из (2.3), (2.4) следует, что нормальные компоненты скоростей при переходе через границы раздела сред  $L_1(t)$  и  $L_2(t)$  непрерывны.

Напомним, что границы раздела сред  $L_l(t)$  рассматриваются в точках, перемещающихся со скоростью  $V_{el}(x, y, t) = (V_{elx}(x, y, t), V_{ely}(x, y, t))$  ( $(x, y) \in L_l(t)$ ), тогда выполняется следующее соотношение:

$$V_{elx}(x, y, t) - iV_{ely}(x, y, t) = \bar{V}_l(z(s_l), t), \quad l = 1, 2 \quad (2.6)$$

С учетом (2.1), (2.3)–(2.6) граничные условия (1.2), (1.3), (1.4) будут иметь вид

$$\frac{d\bar{z}(s_l)}{dt} = \bar{V}_l(z(s_l), t), \quad z(s_l) \in L_l(t), \quad l = 1, 2 \quad (2.7)$$

$$\frac{dG_l(s_l, t)}{dt} = \rho_{l*} \left( \frac{|\bar{V}_l(z(s_l), t)|^2}{2} - g \operatorname{Im} z(s_l) - \frac{\gamma_l^2(s_l, t)}{8} \right), \quad \rho_{l*} = \frac{\rho_l - \rho_{l+1}}{\rho_l + \rho_{l+1}} \quad (2.8)$$

$z(s_l) \in L_l(t), \quad l = 1, 2$

$$G_l(s_l, t) = \int_{-\infty}^{s_l} \left( \frac{\gamma_l(\sigma_l, t)}{2} + \rho_{l*} V_{ls}(\sigma_l, t) \right) d\sigma_l, \quad l = 1, 2$$

$$V_{js}(s_j, t) = \operatorname{Re}(V_j(z(s_j), t) e^{i\theta_j(s_j, t)}), \quad z(s_j) \in L_j(t), \quad j = 0, 1, 2$$

$$\frac{1}{2} q(s_0, t) = \operatorname{Im}((\bar{V}_0(z(s_0), t) - \bar{V}_{L_0}(t)) e^{i\theta_0(s_0, t)}), \quad z(s_0) \in L_0(t) \quad (2.9)$$

$$\bar{V}_{L_0}(t) = V_{L_0x} - iV_{L_0y}$$

Таким образом, начально-краевая задача (1.1)–(1.2) свелась к определению функций  $\gamma_1(s_1, t)$ ,  $\gamma_2(s_2, t)$  и  $q(s_0, t)$ , а также границ раздела  $L_1(t)$  и  $L_2(t)$  из системы сингулярных интегродифференциальных уравнений (2.7)–(2.9) с учетом (2.1), (2.2) и начальных условий (1.7), записанных в виде

$$\operatorname{Im} z(s_l) = (l-2)H, \quad z(s_l) \in L_l(0), \quad \gamma_l(s_l, 0) = q(s_0, 0) = 0, \quad l = 1, 2 \quad (2.10)$$

После решения полученной системы определяется гидродинамическое давление  $p(s_0, t)$  в точках контура  $z(s_0)$ , а также суммарные гидродинамические нагрузки  $R_x$  и  $R_y$

$$p(s_0, t) - f(t) = -\rho_1 \left( \frac{d}{dt} \int_0^{s_0} V_{0s}(\sigma_0, t) d\sigma_0 - \operatorname{Re}(\bar{V}_{L_0}(t) V_0(z(s_0), t)) + \frac{|\bar{V}_0(z(s_0), t)|^2}{2} \right) \quad (2.11)$$

$$R_x - iR_y = i \int_{L_0(t)} (p(s_0, t) - f(t)) e^{-i\theta_0(s_0, t)} ds_0 \quad (2.12)$$

где  $f(t)$  – некоторая функция, зависящая только от времени, производная  $ddt$  вычисляется в точках контура, перемещающихся со скоростью  $V_{L_0}(t)$ .

3. Полученная система интегродифференциальных соотношений (2.7)–(2.9) нелинейна. Эта нелинейность обусловлена двумя факторами: интенсивности особенностей  $\gamma_1(s_1, t)$ ,  $\gamma_2(s_2, t)$  и  $q(s_0, t)$  входят в граничные условия нелинейным образом и неизвестны границы раздела сред  $L_1(t)$  и  $L_2(t)$ , которые должны определяться в процессе решения. Подобное обстоятельство вносит определенные трудности в решение данной системы.

Для интегрирования системы уравнений (2.7), (2.8) по времени использовалась схема Рунге – Кутты – Фельберга пятого порядка точности [10]. При этом в каждый момент времени  $t_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) вычислялись значения функций  $G_l^n(s_l^n)$  и точки границ раздела  $z^n(s_l^n) \in L_l^n$  ( $l=1, 2$ , верхний индекс служит для обозначения значения функции на  $n$ -м временном шаге). Задача нахождения значений  $\gamma_l^n(s_l^n)$  и  $q^n(s_0)$  на каждом шаге по времени сводится к решению системы интегральных уравнений

$$\frac{\gamma_l^n(s_l^n)}{2} + \rho_{l*} V_{ls}^n(s_l^n) = \frac{\partial G_l^n(s_l^n)}{\partial s_l^n}, \quad z^n(s_l^n) \in L_l^n, \quad l=1, 2 \quad (3.1)$$

$$\frac{q^n(s_0)}{2} = \text{Im}((\bar{V}_0^n(z^n(s_0)) - \bar{V}_{L_0}^n) e^{i\theta_0^n(s_0)}), \quad z^n(s_0) \in L_0^n \quad (3.2)$$

которая решалась методом панелей высокого порядка [11]. Контуры  $L_l^n$  и  $L_0^n$  разбивались на  $N$  и  $M$  интервалов соответственно, на которых выбирались точки коллокации. Уравнения (3.1) и (3.2) рассматривались в этих точках. Границы раздела  $L_l^n$  и контур  $L_0^n$  на каждом интервале аппроксимировались параболой, а неизвестные функции  $\gamma_l^n(s_l^n)$  и  $q^n(s_0)$  на этих же интервалах – линейной функцией. После дискретизации интегральных уравнений (3.1), (3.2) с учетом (2.1) получена система линейных алгебраических уравнений относительно значений функций  $\gamma_l^n(s_l^n)$  и  $q^n(s_0)$  на концах интервалов. После решения этой системы из (2.1) находятся значения  $\bar{V}^n(z)$  в точках контура, а из (2.11), (2.12) – распределенные и суммарные гидродинамические характеристики.

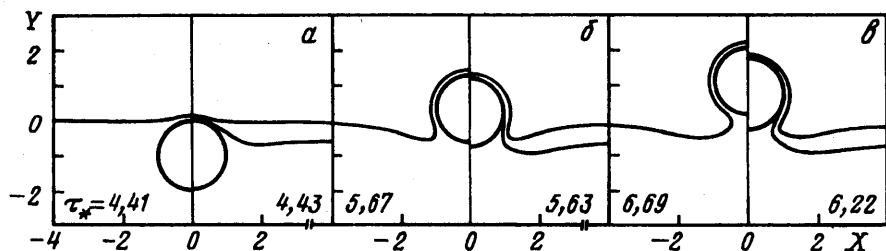
При численном решении задачи в силу симметрии течения относительно оси  $y$  расчетная область рассматривалась в интервале  $0 \leq x/R \leq 10$ . Число узлов на границах раздела и контуре выбиралось равным 400 и 80 соответственно. Шаг интегрирования  $\Delta t$  менялся динамически от 0,05 до 0,01. В интервале  $7,5 \leq x/R \leq 10$  был введен демпфирующий слой с целью подавления отраженных волн от границ вычислительной области по технологии, описанной в [12]. Развитие неустойчивости Кельвина – Гельмгольца предотвращалось при помощи фильтрационной процедуры, предложенной в [13] и математически обоснованной в [14]. Значения производных  $\partial G_l(s_l, t)/\partial s_l$ , а также углы  $\theta_l(s_l, t)$  ( $l = 1, 2$ ) вычислялись с помощью формул численного дифференцирования высокого порядка. Вычисление контурного интеграла из выражения для суммарных гидродинамических нагрузок проводилось с использованием кубических сплайнов.

Процесс вычислений контролировался при помощи интегрального закона сохранения энергии [12]

$$E = \sum_{l=1}^2 \frac{\rho_l + \rho_{l+1}}{4} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_{0l}(s_l, t) \gamma_l(s_l, t) ds_l + \right. \\ \left. + 2\rho_{l*} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_{0l}(s_l, t) \Phi_{0l, s_l}(s_l, t) ds_l + g \int_{-\infty}^{+\infty} y_l^2(s_l, t) x_{s_l}(s_l, t) ds_l \right) \right], \quad (x(s_l, t), y(s_l, t)) \in L_l(t)$$

где  $\Psi_{0l}(s_l, t)$  ( $l = 1, 2$ ) – полусумма функций тока и потенциалов при подходе к границе раздела сверху и снизу. При всех указанных выше предположениях относительно числа узлов и величины шага по времени изменение энергии  $E$  в процессе счета не превосходило 0,1%.

4. На основе описанного метода проведен численный эксперимент по решению задачи о вертикальном подъеме кругового цилиндра в трехслойной жидкости при  $\rho_{1*} = 0,0148$ ,  $\rho_{2*} = 1$  (морская, пресная вода, воздушная среда) и двухслойной жидкости при  $\rho_{1*} = 1$  (водно-воздушная среда). Безразмерными параметрами являются: число Фруда  $Fr = U_0 / \sqrt{gR}$ , толщина среднего слоя  $H/R$ , погружение кругового цилиндра в начальный момент времени  $h/R$ . Эти параметры принимали значения:  $Fr = 0,2; 1; 1,5$ ,  $H/R = 0,5$ ,  $h/R = 5$ . Проводились расчеты формы границ раздела сред, распределения



Фиг. 1. Возмущения границ раздела сред, вызванные вертикальным подъемом кругового цилиндра в трехслойной жидкости при  $Fr = 0,2; 1; 1,5$  ( $\alpha, б, в$ ),  $(X, Y) = (x, y)/R$

давления по контуру  $C_p = (p - f(t))/\rho_1 U_0^2$  и суммарный гидродинамической нагрузки цилиндра  $C_y = 2R_y / \rho_1 R U_0^2$ .

В рамках рассматриваемой модели цилиндр не может пересекать границы раздела жидкостей, поэтому решение задачи возможно до момента времени  $\tau_{lim}$ , для которого характерна нулевая толщина слоя жидкости над цилиндром. Численные расчеты в указанных выше задачах проводились до момента времени  $\tau_*$ , после которого разработанный метод решения нелинейных начально-краевых задач начинал расходиться.

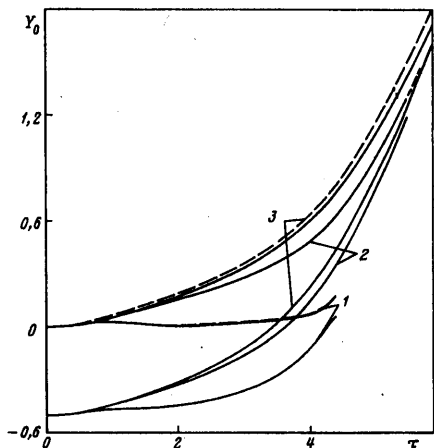
Результаты расчетов возмущений на границах раздела сред при  $\tau = \tau_*$ , представленные на фиг. 1, с физической точки зрения объясняются следующим образом. Пересекая невозмущенный уровень границы раздела, цилиндр начинает выносить слой жидкости, что объясняется наличием инерционных сил. С увеличением числа Фруда эти силы возрастают. Поэтому при  $Fr = 1,5$  возможен расчет течения вокруг кругового цилиндра, полностью расположенного над невозмущенным уровнем границы раздела  $L_1(t)$ . Наличие дополнительного слоя снижает инерционные силы, что приводит к уменьшению  $\tau_*$  в случае подъема кругового цилиндра в трехслойной жидкости, которое особенно заметно при  $Fr = 1,5$ .

На фиг. 2 приведены расчеты формы границы раздела в точке  $(0, y_0)$ , расположенной непосредственно над центром цилиндра. В целом, поведение верхней границы раздела в этой точке одинаково в случаях двухслойной и трехслойной сред. Количественные различия начинают проявляться при  $Fr = 1,5$  и с приближением цилиндра к границам раздела.

В момент времени  $\tau_*$  над цилиндром характерно наличие тонкого слоя жидкости, толщина  $\Delta$  которого в точке, расположенной непосредственно над центром цилиндра, представлена на фиг. 3. Следует отметить, что расчет картины обтекания цилиндра предложенным методом позволяет достичь при  $\tau = \tau_*$  значений  $\Delta$  порядка 0,1. Величина  $\Delta$  характеризует близость  $\tau_*$  к  $\tau_{lim}$ , а полученные результаты по расчету  $\Delta$  характеризуют возможность расчета предельного режима обтекания кругового цилиндра.

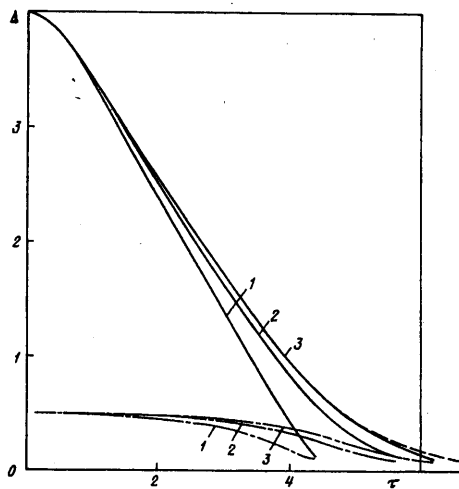
На фиг. 4 приведены расчеты коэффициента суммарной гидродинамической нагрузки  $C_y$ . Для всех чисел Фруда имеет место резкий рост силы сопротивления при подходе к  $\tau_*$ . Наличие дополнительного слоя приводит к различию значений  $C_y$  для случаев трехслойной и двухслойной жидкости, которое начинает заметно проявляться с приближением к  $\tau_*$ . Обнаружено существенное влияние числа Фруда на коэффициент  $C_y$ , что объясняется кинематической картиной обтекания цилиндра, различной для разных  $Fr$ .

Расчеты коэффициента распределения давления  $C_p$  в случае подъема в трехслойной жидкости приведены на фиг. 5. При больших числах Фруда при подходе к  $\tau_*$  образуются области повышенного давления на нижней стороне цилиндра, что в дальнейшем приводит к разрушению границ раздела жидкостей (происходит обрушение). Экспериментально этот факт зафиксирован в [15] для случая вертикального



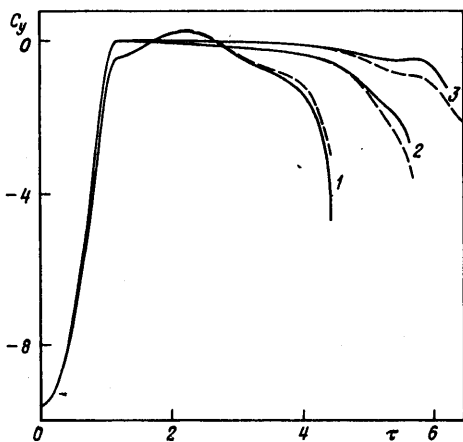
Фиг. 2

Фиг. 2. Возмущения границ раздела сред, вызванные вертикальным подъемом кругового цилиндра в точке, расположенной непосредственно над центром цилиндра, для случаев движения в двухслойной (штриховая линия) и трехслойной жидкости (сплошная линия) при  $Fr = 0,2; 1; 1,5$  (кривые 1-3),  $Y_0 = y_0/R$



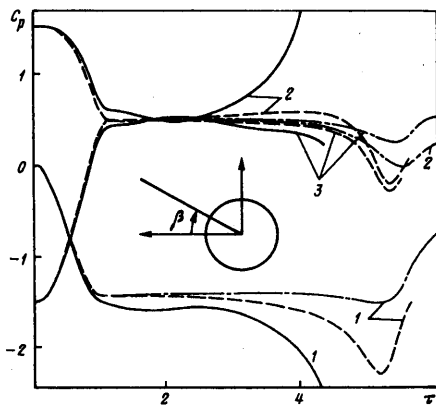
Фиг. 3

Фиг. 3. Толщина слоя  $D_1$  в точке, расположенной непосредственно над центром цилиндра, для случаев движения в двухслойной (штриховая линия) и трехслойной жидкости (сплошная линия) при  $Fr = 0,2; 1; 1,5$  (кривые 1-3). Пунктиром обозначена толщина слоя  $D_2$  в этой же точке при  $Fr = 0,2; 1; 1,5$  (кривые 1-3)



Фиг. 4

Фиг. 4. Гидродинамическая нагрузка, действующая на круговой цилиндр, совершающий вертикальный подъем в двухслойной (штриховая линия) и трехслойной жидкости (сплошная линия) при  $Fr = 0,2; 1; 1,5$  (кривые 1-3)



Фиг. 5

Фиг. 5. Распределенная гидродинамическая нагрузка в точках цилиндра  $\beta^0 = 0; 90; 270$  (кривые 1-3), совершающего вертикальный подъем в трехслойной жидкости при  $Fr = 0,2; 1; 1,5$  (сплошная, штриховая и пунктирная линия соответственно)

подъема кругового цилиндра к свободной поверхности. Для малых чисел Фруда с приближением к границам раздела наблюдаются прирост давления на верхней стороне цилиндра и поведение гидродинамических нагрузок, такое же, как в случае приближения к твердой крышке. В окрестности  $\tau_*$  отмечается немонотонный характер  $C_p$ .

**Заключение.** Разработан и численно реализован новый метод решения нелинейных начально-краевых задач о вертикальном подъеме кругового цилиндра в многослойной жидкости. Для значений числа Фруда  $Fr = 0,2; 1; 1,5$  при фиксированных начальном погружении и толщине среднего слоя проведен численный эксперимент по решению задач о подъеме цилиндра в двухслойной и трехслойной жидкости. Сделан вывод о влиянии дополнительного слоя и числа Фруда на картину обтекания контура, его распределенные и суммарные гидродинамические характеристики.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-00093).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горлов С.И. Численные методы решения нелинейных нестационарных задач о генерации волн погруженным в жидкость телом // Вычисл. технологии. 1998. Т. 3. № 6. С. 9–20.
2. Terentiev A.G., Afanasiev K.E., Afanasieva M.M. Simulation of unsteady free surface flow problems by the direct boundary element method // Advanced Boundary Element Methods: IUTAM Symp. San Antonio, Berlin at al.: Springer, 1988. P. 427–434.
3. Telste J.G. Inviscid flow about a cylinder rising to a free surface // J. Fluid Mech. 1987. V. 182. P. 149–168.
4. Greenhow M. Water entry and exit of a horizontal circular cylinder // Appl. Ocean. Res. 1988. V. 10. № 4. P. 191–198.
5. Tyvand P.A., Miloh T. Free-surface flow due to impulsive motion of a submerged circular cylinder // J. Fluid Mech. 1995. V. 286. P. 67–101.
6. Tyvand P.A., Miloh T. Free-surface flow generated by a small submerged circular cylinder starting from rest // J. Fluid Mech. 1995. V. 286. P. 103–116.
7. Greenhow M., Moyo S. Water entry and exit of horizontal circular cylinders // Phil. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A. 1997. V. 355. № 1724. P. 551–563.
8. Moyo S. Hydrodynamic interaction of horizontal circular cylinders with a free surface // Ph. D Thesis, Brunel Univ. 1997. 306 p.
9. Park I.R., Chun H.H. Analysis of flow around a rigid body in water entry and exit problems by a finite volume method // 6th Symp. on Nonlinear and Free-Surface Flows, Hiroshima, 1998. P. 13–18.
10. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 279 с.
11. Hess J.L. Higher-order numerical solution of the integral equation for the two-dimensional Neumann problem // Comput. Meth. Appl. Mech. and Engng. 1973. V. 2. № 1. P. 1–15.
12. Baker G.R., Meiron D.I., Orszag S.A. Application of a generalized vortex method to nonlinear free-surface flows // Proc. 3rd Intern. Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics. Paris, 1981. P. 179–191.
13. Longuet-Higgins M.S., Cokelet E.D. The deformation of steep surface waves on water. I. A numerical method of computation // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1976. V. 350. № 1660. P. 1–26.
14. Shapiro R. Linear filtering // Math. Comput. 1975. V. 29. № 132. P. 1094–1097.
15. Faltinsen O.M. Sea loads on ships and offshore structures. Cambridge: Univ. Press, 1990. 300 p.

Омск

Поступила в редакцию  
11.VI.1998

e-mail: gorlov@iitam.omsk.net.ru