

УДК 532.529.2:536.421

© 2000 г. И.М. ГАЛИЕВ, П.Т. ЗУБКОВ

ВЛИЯНИЕ ИНВЕРСИИ ПЛОТНОСТИ ВОДЫ НА ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛОПЕРЕНОС В КАНАЛЕ ПОСТОЯННОЙ ШИРИНЫ

Представлены результаты численного исследования влияния инверсии плотности холодной воды (число Прандтля $Pr = 11,59$) на течение и теплообмен в горизонтальном плоскопараллельном канале с изотермическими верхней и нижней стенками. Расчеты проводились при числе Грасгофа $Gr = 3 \cdot 10^4$, числе Рейнольдса $Re = 10$, отношении длины исследуемого участка канала к его высоте $l/d = 40$, варьировалась температура стенок канала, причем сохранялась разность их температур.

Характерной особенностью рассматриваемой задачи является наличие одновременно вынужденной и естественной конвекции – смешанной конвекции. В первых работах по смешанной конвекции в каналах исследования ограничивались полностью развитыми течениями [1, 2]. Однако во многих случаях, например в теплообменниках, длина канала слишком коротка для того, чтобы течение стало полностью развитым, и информация о характеристиках теплопереноса и течения в начальной области канала становится важной [3–7]. Тепловая неустойчивость, связанная с конвекцией между двумя нагреваемыми пластинами, приводит к вторичным течениям и заметному увеличению теплопереноса.

Как правило, вторичные течения в каналах возникают в виде продольных валов [8], однако при малых числах Рейнольдса ($Re \sim 10$) минимальные критические числа Рэлея (или Грасгофа), соответствующие возмущениям в виде валов, оси которых параллельны или перпендикулярны потоку, очень близки [9]. Поэтому при достаточно сильной естественной конвекции по сравнению с вынужденным течением могут возникнуть обратные течения [10, 11].

Пренебрегая продольными возмущениями, уравнения течения в плоскопараллельном канале можно записать в двумерной постановке. Для оправдания такого пренебрежения проводилось дополнительное численное исследование трехмерного течения в канале с отношением высота:ширина:длина, равном 1:10:16 на сетке 15:50:200. Получено полное совпадение результатов в центре канала с результатами для двумерной задачи на аналогичной сетке (при отношении высота:длина равном 1:16 и сетке 15:200). Отсюда следует, что по крайней мере на начальном участке канала выбор двумерной модели оправдан.

Большая часть исследований по смешанной конвекции жидкости в трубах сфокусирована на жидкостях с постоянным коэффициентом теплового расширения. Однако в случае воды вблизи ее точки замерзания использование постоянного коэффициента теплового расширения не оправдывается из-за того, что плотность воды достигает максимума около 4°C . Проблемы теплопереноса при вынужденной конвекции холодной воды изучены [12] не только из-за их теоретического интереса, но также из-за возможных применений в технике и для объяснений природных явлений [12].

1. Постановка задачи. Рассмотрим течение вязкой несжимаемой теплопроводной жидкости в плоском канале с параллельными стенками длиной l и шириной d . Температура стенок постоянная, нижняя стенка более теплая. На входе в канал температура жидкости 4°C , а скорость постоянна по сечению. На стенках канала скорость жидкости равна нулю. Систему уравнений для исследования смешанного конвективного течения несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска запишем в безразмерном виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial Fo} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \Delta U \\ \frac{\partial V}{\partial Fo} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \Delta V + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} | \theta |^\gamma \\ \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Fo} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \Delta \theta \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$X = \frac{x}{d}, \quad Y = \frac{y}{d}, \quad U = \frac{u}{u_e}, \quad V = \frac{v}{u_e}$$

$$\theta = \frac{T - T_i}{T_d - T_u}, \quad Fo = \frac{t}{d / u_e}, \quad P = \frac{p}{\rho u_e^2}$$

$$\text{Re} = \frac{u_e d}{\nu}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}, \quad \text{Gr} = \frac{g \beta | T_d - T_u |^\gamma d^3}{\nu^2}$$

Здесь Re , Pr , Gr – числа Рейнольдса, Прандтля и Грасгофа соответственно.

Для зависимости плотности воды ρ от температуры T использовалось соотношение Гебхарта и Молендорфа [13]

$$\rho = \rho_i (1 - \beta | T - T_i |^\gamma)$$

где ρ_i – плотность воды при 4°C , $\beta = 9,297173 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-\gamma}$, $T_i = 4^\circ\text{C}$ – температура инверсии плотности.

При обезразмеривании выбраны следующие единицы измерения: расстояния – d , времени – d / u_e , скорости – u_e , давления – ρu_e^2 , температуры – $T_d - T_u$, где T_d – температура нижней стенки, T_u – температура верхней стенки, u_e – продольная составляющая скорости на входе в канал. Уравнения (1.1) решались при следующих граничных условиях:

$$Fe = 0, \quad X = 0: V = 0, \quad U = 1, \quad \theta = 0$$

$$0 \leq X \leq L, \quad Y = 1, \quad Y = 0: U = V = 0$$

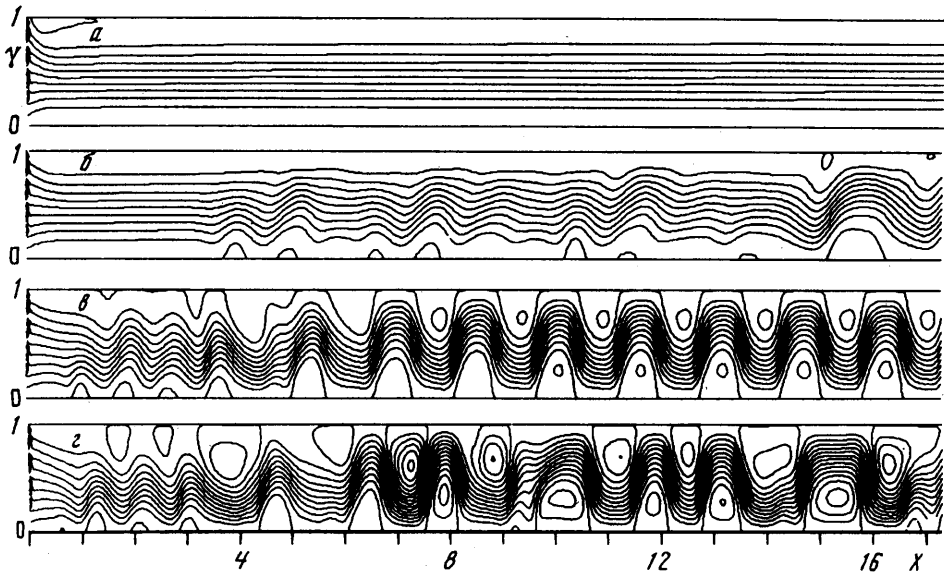
$$L < X \leq L + L_1, \quad Y = 0, \quad Y = 1: U = V = \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$$

$$X = L + L_1: \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (1.2)$$

Безразмерная температура нижней стенки изменялась от 0 до 1, а верхней от -1 до 0

$$0 \leq X \leq L, \quad Y = 0: \theta_d = 0 \dots 1, \quad Y = 1: \theta_u = \theta_d - 1 \quad (1.3)$$

Для того чтобы можно было поставить на выходе при $X = L + L_1$ граничные условия (1.2), в конце канала имеется участок длиной L_1 с адиабатическими стенками, который обеспечивает условие регрессии влияния естественной конвекции. В данной работе его длина $L_1 = 20$ была выбрана из проверочных вычислений и оказалась достаточной для стабилизации течения.



Фиг. 1. Функции тока при температурах стенок: $\theta_d = 0; 0,5; 0,85$ $1(a - г)$

Местное число Нуссельта и коэффициент трения на стенках канала определены как

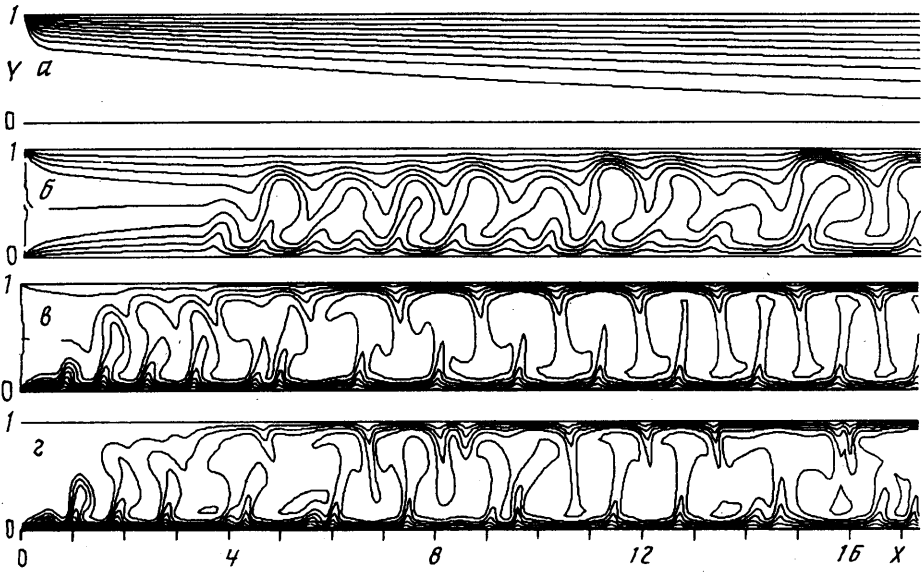
$$Nu = \frac{hd}{k} = -\frac{\partial \theta}{\partial Y}, \quad f = \pm \frac{2\sigma}{\rho u_c^2} = \pm \frac{2}{Re} \frac{\partial U}{\partial Y}$$

где h – коэффициент теплоотдачи, k – коэффициент теплопроводности, σ – напряжение.

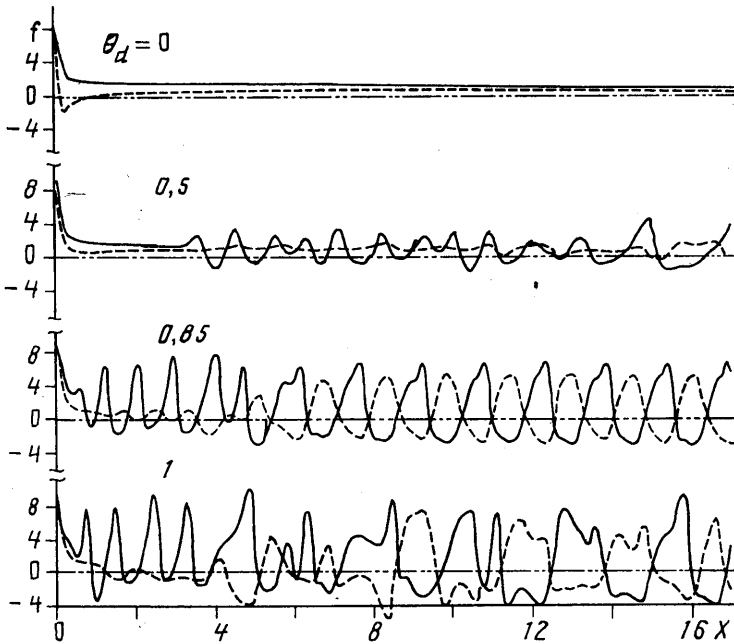
Двумерная задача течения воды в канале решалась численно методом контрольного объема с помощью алгоритма SIMPLER на равномерной сетке, где по высоте канала бралось 23 контрольных объема [14]. Данная сетка достаточна для качественного описания течения и теплообмена.

2. Результаты и их обсуждение. Выбранное число Грасгофа $Gr = 3 \cdot 10^4$ не слишком большое, но в то же время позволяет получить существенно различные виды течений в данной постановке задачи. В численных экспериментах температура стенок канала, согласно граничному условию (1.3), менялась так, что разница температур между стенками оставалась постоянной. Поэтому в качестве переменной в дальнейшем использовали температуру нижней стенки θ_d . Образцы течений и температурных полей показаны на фиг. 1 и 2.

При $\theta_d = 0$ в начале нагреваемого участка у верхней стенки появляется обратное течение, которое далее вниз по потоку исчезает и течение становится параболическим. Увеличивая температуру нижней стенки, это обратное течение в начале канала слабеет и полностью исчезает при $\theta_d \approx 0,35$. При дальнейшем увеличении θ_d на некотором расстоянии от начала канала появляется вторичное течение, которое представляет собой движение жидкости вверх вблизи нижней стенки. В центре канала это движение теплой жидкости вверх сливается с более холодным основным течением. Имеющее параболический профиль в начале нагреваемой области основное течение сужается поднимающимися потоками. В итоге течение и температурное поле практически не меняются у верхней стенки, несмотря на то, что у нижней поверхности и течение и температурное поле почти периодически осциллируют, в некоторых местах образуя даже небольшие области с обратным течением. Области с обратным течением



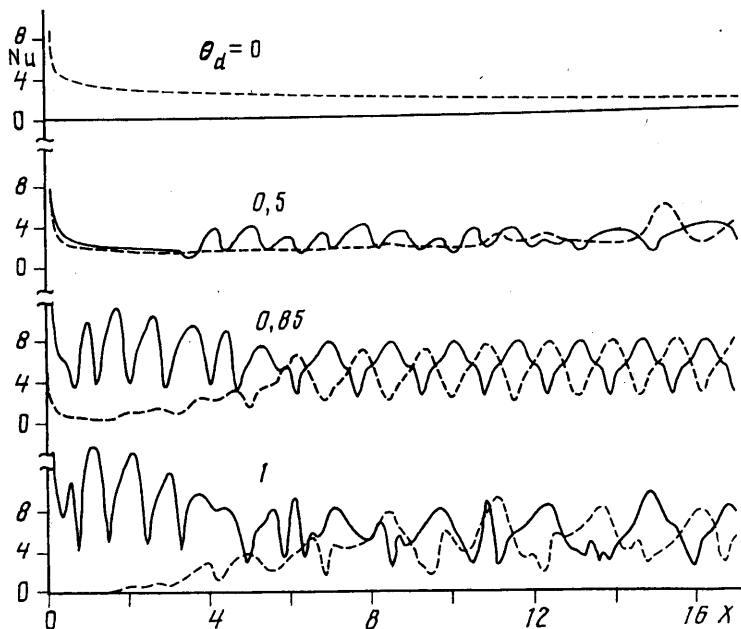
Фиг. 2. Поля температуры при различных температурах стенок: $\theta_d = 0; 0,5; 0,85; 1$ (a - z)



Фиг. 3. Коэффициенты трения при различных температурах стенок: пунктир на верхней, сплошная линия на нижней стенках

хорошо видны на фиг. 3. Коэффициент трения принимает отрицательное значение, когда продольная составляющая скорости жидкости у стенки отрицательна.

Дальнейшее увеличение θ_d приводит к появлению вторичного течения у верхней стенки и интенсификации его у нижней. На фиг. 1, 2 приведен образец такого течения и температурного поля для $\theta_d = 0,5$. На расстоянии примерно $X \approx 3,5$ от входа в канал у нижней стенки появляется обратное течение. Далее вниз по потоку поднятие тепловой



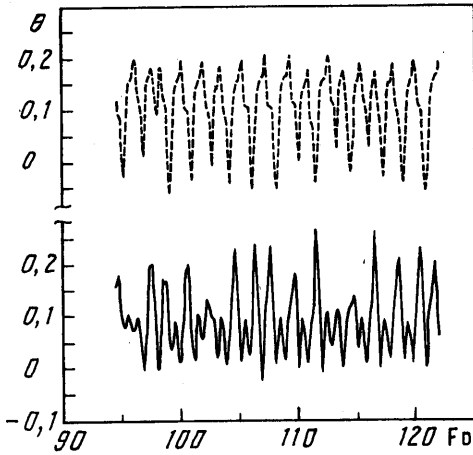
Фиг. 4. Числа Нуссельта при различных температурах стенок: пунктир на верхней, сплошная – на нижней стенках

жидкости с нижней поверхности и опускание холодной из центральной области канала осциллируют, затрагивая в основном нижнюю половину канала. Затем на расстоянии примерно $X \approx 13$ от входа в канал начинает формироваться вторичное течение у верхней стенки, что приводит к изменению структуры течения и температурного поля. После этого переходного участка течение становится почти периодическим и возрастает амплитуда изменения коэффициента трения, т.е. обратное течение становится более интенсивным.

Увеличивая θ_d , координата появления вторичного течения и переходной участок смещаются ближе ко входу в канал. Структура течения и температурное поле становятся строго периодическими, что видно на фиг. 1, 2 для $\theta_d = 0,85$, а интенсивности вторичного течения у верхней и нижней стенок почти одинаковы (фиг. 3). Дальнейшее увеличение θ_d приводит к развалу периодической структуры течения, что видно на фиг. 1, 2, 3 для $\theta_d = 1$.

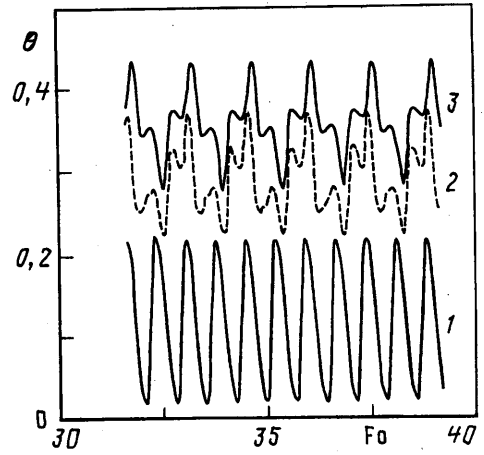
Наблюдая за изменением теплопереноса при переходе от $\theta_d = 0$ до $\theta_d = 1$ можно видеть следующую картину. При отсутствии вторичных течений теплоперенос связан с теплопроводностью жидкости. В диапазоне от $\theta_d = 0$ до $\theta_d = 0,4$ местное число Нуссельта на верхней стенке выше, чем на нижней. Это связано с тем, что температура входящей в канал воды $\theta_e = 0$. При $\theta_d = 0,4$ вторичное течение у нижней поверхности создает осцилляции теплового потока, в то же время на верхней поверхности тепловой поток постоянен.

Дальнейшее увеличение θ_d приводит к более раннему появлению осцилляций теплового потока на нижней стенке, а далее по течению с появлением вторичного течения у верхней стенки наблюдаются осцилляции Nu на верхней стенке, что видно на фиг. 4 для $\theta_d = 0,5$ и $0,85$. Причем для $\theta_d = 0,85$ у входа в канал есть сильное различие тепловых потоков снизу и сверху. Это связано с различием интенсивности вторичного течения у нижней и у верхней стенки. Начинается образование вторичного течения у нижней стенки в виде подъема теплой жидкости, которое основным течением сносится вниз по потоку и поэтому только через некоторое время и пройдя не-



Фиг. 5

Фиг. 5. Изменение температуры в различных точках при $\theta_d = 0,5$, $Y = 0,5$, пунктир – $X = 35$, сплошная – $X = 14$



Фиг. 6

Фиг. 6. Изменение температуры в точках $Y = 0,5$; $X = 2$; 6; 20; (кривые 1–3) при $\theta_d = 0,85$

которое расстояние вдоль канала теплая жидкость достигает верхних слоев канала. При увеличении θ_d растет амплитуда изменения числа Nu , а при достаточно большом θ_d изменения числа Nu становятся, кроме того, хаотическими, что можно видеть на фиг. 4 для $\theta_d = 1$.

Рассмотрим осцилляции во времени температуры в канале. Увеличение θ_d до 0 до 1 приводит сперва к появлению почти периодического вторичного течения ($X = 35$, $Y = 0,5$), которое при дальнейшем увеличении θ_d становится все более строго периодическим. Увеличивая далее θ_d , периодическое течение меняет свою структуру, и появляется обратное течение у верхней стенки. Для $\theta_d = 0,5$ течение до координаты $X \approx 13$ строго периодическое во времени, в области $X = 13-16$, когда течение меняет свою структуру, оно почти хаотическое, что видно на фиг. 5, а после $X = 16$ становится почти периодическим (фиг. 5).

Дальнейшее увеличение θ_d приводит к тому, что течение становится периодическим во всем канале. Для $\theta_d = 0,85$ это изображено на фиг. 6. Затем течение становится хаотическим, однако в начальной области течение остается периодическим.

Таким образом, из-за наличия у воды максимума плотности при 4°C при одном и том же числе Грасгофа наблюдалось несколько разных видов течений.

Закключение. Исследовано влияние инверсии плотности воды в плоскопараллельном канале с изотермическими стенками при температуре входящей воды равной температуре инверсии плотности. Получено, что при разных температурах стенок, но при одной и той же их разности возможны несколько качественно разных типов течений. Кратко их можно охарактеризовать следующим образом: параболическое течение; слабое вторичное почти периодическое течение у нижней стенки; периодическое в начале канала течение у нижней стенки, с появлением далее по потоку почти периодического у верхней стенки; периодическое течение с большими областями обратного течения; хаотическое течение. При последовательном изменении этих видов течений увеличиваются интенсивности обратного течения и амплитуда изменения числа Нуссельта, что в некотором смысле эквивалентно увеличению числа Грасгофа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ostrach S., Kamotani Y.* Heat transfer augmentation in laminar fully developed channel flow by means of heating from below // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* 1975. V. 97. № 2. P. 220–225.
2. *Chiu K.-C., Ouazzani J., Rosenberger F.* Mixed convection between horizontal plates, II, fully developed flow // *Intern. J. Heat and Mass Transfer.* 1987. V. 30. № 8. P. 1655–1662.
3. *Kamotani Y., Ostrach S.* Effect of thermal instability on thermally developing laminar channel flow // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* 1976. V. 98. № 1. P. 62–66.
4. *Incropera F.P., Schutt J.A.* Numerical simulation of laminar mixed convection in the entrance region of horizontal rectangular ducts // *Numer. Heat Transfer.* 1985. V. 8. № 6. P. 707–729.
5. *Chiu K.-C., Rosenberger F.* Mixed convection between horizontal plates, I, entrance effects // *Intern. J. Heat and Mass Transfer.* 1987. V. 30. № 8. P. 1645–1654.
6. *Maughan J.R., Incropera F.P.* Secondary flow in horizontal channels heated from below // *Experim. Fluids.* 1987. V. 5. № 5. P. 334–343.
7. *Maughan J.R., Incropera F.P.* Regions of heat transfer enhancement for laminar mixed convection in a parallel plate channel // *Intern. J. Heat and Mass Transfer.* 1990. V. 33. № 3. P. 555–570.
8. *Кузьминский А.В., Смирнов Е.М.* Экспериментальное исследование неустойчивостей в течении по длинному квадратному каналу, вращающемуся вокруг поперечной оси // *Изв. РАН. МЖТ.* 1996. № 2. С. 87–93.
9. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука. 1972. 392 с.
10. *Evans G., Greif R.* Buoyant instabilities in downward flow in a symmetrically heated vertical channel // *Intern. J. Heat and Mass Transfer.* 1997. V. 40. № 10. P. 2419–2430.
11. *Галиев И.М., Зубков П.Т.* Плоское конвективное течение воды в горизонтальном канале // *РНКТ-2.* М., 1998. Т. 3. С. 54–57.
12. *Hwang G.J., Tsai C.W.* Theoretical and experimental studies of laminar mixed convection in water pipe flow with density inversion effect // *Intern. J. Heat and Mass Transfer.* 1997. V. 40. № 9. P. 2019–2033.
13. *Gebhart B., Mollendorf J.* A new density relation for pure and saline water // *Deep Sea res.* 1977. V. 24. № 9. P. 831–848.
14. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: М.: Энергоатомиздат, 1984. 150 с.

Сургут

Поступила в редакцию
27.X.1998