

УДК 532.51.013.4:537.84

© 2000 г. Ю.К. БРАТУХИН, А.В. ЛЕБЕДЕВ, А.Ф. ПШЕНИЧНИКОВ

ДВИЖЕНИЕ ДЕФОРМИРУЕМОЙ КАПЛИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Аналитически и экспериментально решена задача о вращении магнитным полем капли магнитной жидкости, помещенной в вязкую немагнитную жидкость. В приближении слабых полей вычислены форма капли, магнитные поля и скорости в обеих жидкостях. Констатируется сплющивание капли при любых соотношениях между параметрами системы. Экспериментально обнаружена неустойчивость осесимметричной формы капли. Результатом неустойчивости является скачкообразное изменение формы капли от сплюснутого эллипсоида вращения к трехосному эллипсоиду, вытянутому в экваториальной плоскости. Определено критическое значение магнитного числа Бонда.

Гидродинамические потоки, возникающие в диэлектрических магнитных жидкостях под действием вращающегося магнитного поля, исследовались во многих работах, начиная с [1–5]. Необходимым условием возникновения таких течений является неравновесность намагниченности. При вращении магнитного поля H намагниченность M жидкости вращается с той же скоростью, что и поле, но отстает по фазе на некоторый угол вследствие конечного времени релаксации, что приводит к появлению объемных поперомоторных сил и магнитных касательных напряжений на свободной поверхности [6, 7]. Под действием магнитных сил жидкость приходит в движение и формируется циркуляционное гидродинамическое течение (ротационный эффект). Несмотря на то что этот эффект наблюдался экспериментально еще в 1967 г. [1], аналитическое решение задачи получено только для магнитной жидкости в круговом цилиндре и в зазоре между длинными коаксиальными цилиндрами, один из которых мог свободно вращаться [2, 5–7].

Главными особенностями рассматриваемой здесь задачи являются наличие свободной деформируемой границы и высокая частота вращения поля. Внешнее магнитное поле вызывает на границе дополнительный скачок давления и первоначально сферическая капля жидкости деформируется. В постоянном поле она вытягивается вдоль силовых линий с характерным гистерезисом эксцентриситета как функции напряженности поля [8]. Такая же ситуация сохраняется и в низкочастотном вращающемся поле при условии, что характерное время релаксации формы капли мало по сравнению с периодом вращения.

В рассматриваемом ниже случае высокочастотного поля форма капли не является равновесной. Она определяется не только магнитным полем и поверхностным натяжением на границе, но и гидродинамическими течениями внутри и вне капли. Вариация формы капли приводит в свою очередь к возмущениям магнитного поля и структуры течения. Этим данная работа качественно отличается от работ [9, 10], в которых было использовано низкочастотное приближение. Другое отличие состоит в природе механических моментов, вращающих каплю. При низких частотах капля вращается с частотой поля, а вращающий момент повляется за счет того, что длинная ось эллипсоидальной капли отстает по фазе от напряженности поля. На высоких частотах вращающий момент возникает за счет неравновесного характера намагниченности, а

частота вращения капли мала по сравнению с частотой поля. Цель работы состоит в определении магнитных и гидродинамических полей внутри и вне капли и ее формы.

1. Постановка задачи. Пусть капля магнитной жидкости (среда 2) помещена в немагнитную диэлектрическую жидкость, заполняющую все пространство (среда 1). На каплю действует внешнее магнитное поле \mathbf{H}_0 , однородное вдали от капли и вращающееся в горизонтальной плоскости с направленным вверх вектором угловой скорости ω . Магнитное поле вызывает дополнительный скачок давления и тангенциальные напряжения на границах капли, что является причиной деформации последней и ее вращения в вязкой среде. Внешнее поле считается слабым в том смысле, что намагниченность жидкости изменяется с напряженностью по линейному закону, а течение ламинарное и стационарное. Сила тяжести не учитывается. Найдем магнитное поле внутри и вне капли, поля скоростей и форму капли $r = a(1 + \epsilon(\theta, \phi))$. Здесь a – радиус невозмущенной капли, θ, ϕ – полярный и азимутальный углы сферической системы координат с началом в центре масс капли и полярной осью вдоль ω .

Тензор напряжений в магнитной жидкости симметричен и включает в себя в общем случае обычные вязкие напряжения, максвелловскую и стрикционную части и слагаемые, обусловленные неравновесностью намагниченности [3, 11, 12]. При линейной зависимости намагниченности от концентрации магнитной фазы он имеет вид

$$\sigma_{ik} = -\left(P + \frac{H^2}{8\pi}\right)\delta_{ik} + \eta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right) + \frac{H_i H_k}{4\pi} + \frac{1}{2}(M_i H_k + M_k H_i) \quad (1.1)$$

При этом магнитный скачок давления на границе капли $\Delta p = p_1 - p_2 = \pi M_n^2$. Подстановка тензора (1.1) в уравнение движения приводит к появлению в последнем объемных магнитных сил. Эти силы, однако, существенны только в неоднородной по магнитной восприимчивости жидкости [6, 7], а в однородном поле (как в исследуемой задаче) они вообще отсутствуют. Система безразмерных уравнений, описывающих течение жидкостей внутри и вне капли, принимает вид

$$\begin{aligned} (\mathbf{v}_1 \nabla) \mathbf{v}_1 &= -\nabla p_1 + \Delta \mathbf{v}_1, & \rho(\mathbf{v}_2 \nabla) \mathbf{v}_2 &= -\nabla p_2 + \eta \Delta \mathbf{v}_2 \\ \operatorname{div} \mathbf{v}_i &= 0, & \operatorname{rot} \mathbf{H}_i &= 0, & \operatorname{div} \mathbf{B}_i &= 0, & \mathbf{B}_2 &= \mathbf{H}_2 + \mathbf{M}, & i &= 1, 2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

В качестве единиц измерения выбраны: длины $[L] = a$, скорости $[v] = v_1/a$, давления $[p] = \eta_1 v_1/a^2$, времени $[t] = a^2/v_1$, напряженности магнитного поля $[H] = [B] = 4\pi[M] = \sqrt{4\pi v_1 \eta_1/a^2}$ (η_1 и v_1 – коэффициенты динамической и кинематической вязкости окружающей среды). При этом в задачу входят безразмерные плотность капли $\rho = \rho_2/\rho_1$, вязкость $\eta = \eta_2/\eta_1$ и коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = \sigma_0 a/\eta_1 v_1$ (σ_0 – размерный коэффициент поверхностного натяжения). К этим уравнениям необходимо присоединить релаксационное уравнение для намагниченности, связывающее в общем случае векторы \mathbf{M} , \mathbf{H} и $\operatorname{rot} \mathbf{v}$. Однако, как показывают эксперименты [4, 5, 7], при большой частоте вращения внешнего поля завихренность жидкости на два-три порядка меньше ω и слагаемое, содержащее $\operatorname{rot} \mathbf{v}$, может быть опущено. В рассматриваемом здесь случае слабого постоянного по амплитуде магнитного поля, вращающегося с постоянной угловой скоростью, уравнение релаксации будет эквивалентно введению тензора динамической восприимчивости \mathbf{X}

$$\mathbf{M} = \mathbf{X}\mathbf{H}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} \chi_1 & \chi_2 & 0 \\ -\chi_2 & \chi_1 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_0 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Равновесная восприимчивость χ_0 и компоненты χ_1, χ_2 динамической восприимчивости могут быть измерены в независимых опытах с линейно поляризованным полем и считаются известными величинами. Таким образом, в рамках рассматриваемого приближения гидродинамические течения возникают за счет магнитных касательных напряжений на свободной поверхности капли, а магнитная и гидродинамическая части задачи связаны между собой только через граничные условия.

Высокая частота вращения магнитного поля означает, что период вращения поля мал по сравнению с гидродинамическими временами: периодом собственных капиллярных колебаний капли $\tau_1 = \pi a \sqrt{\rho a / 2\sigma}$ и временем затухания гидродинамического вихря $\tau_2 = a^2/\nu$. Форма капли и структура течения определяются напряжениями, усредненными по времени (т.е. по азимутальному углу). Поэтому с ростом частоты изменяется и симметрия задачи. При низких частотах вращения поля ось симметрии капли совпадает с напряженностью поля, а при высоких частотах – с осью вращения.

К уравнениям (1.2), (1.3) необходимо добавить условия на бесконечности и в центре капли: p_0 и H_0 постоянны, $v_1 \rightarrow 0$ ($r \rightarrow \infty$), p_2 и v_2 ограничены ($r = 0$), где p_0 и H_0 – безразмерные давление и амплитуда внешнего поля вдали от капли. На деформированной границе капли $r = R(\theta, \varphi) = 1 + \varepsilon(\theta, \varphi)$ выполняются условия исчезновения нормальных составляющих скоростей, непрерывности касательных составляющих скоростей, нормальных и касательных составляющих напряжений. Обозначив через $2K$ среднюю кривизну поверхности, получим

$$\begin{aligned}
 Rv_{r1} - v_{\theta 1} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} - v_{\varphi 1} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \csc \theta &= Rv_{r2} - v_{\theta 2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} - v_{\varphi 2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \csc \theta = 0 \\
 (p_1 - p_2 + 2K\sigma)R &= (\sigma_{rr,1} - \sigma_{rr,2})R - (\sigma_{r\theta,1} - \sigma_{r\theta,2}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} - (\sigma_{r\varphi,1} - \sigma_{r\varphi,2}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \csc \theta \\
 -(p_1 - p_2 + 2K\sigma) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} &= (\sigma_{\theta r,1} - \sigma_{\theta r,2})R - (\sigma_{\theta\theta,1} - \sigma_{\theta\theta,2}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} - (\sigma_{\theta\varphi,1} - \sigma_{\theta\varphi,2}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \csc \theta \\
 -(p_1 - p_2 + 2K\sigma) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \csc \theta &= (\sigma_{\varphi r,1} - \sigma_{\varphi r,2})R - (\sigma_{\varphi\theta,1} - \sigma_{\varphi\theta,2}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} - (\sigma_{\varphi\varphi,1} - \sigma_{\varphi\varphi,2}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \csc \theta \\
 v_1 &= v_2
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

2. Стационарные решения. Решение уравнений (1.2)–(1.4) будем искать в виде разложения в ряды по амплитуде внешнего магнитного поля

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_1 &= \mathbf{H}^{(1)} + \mathbf{H}^{(2)} + \dots, & \mathbf{H}_2 &= \mathbf{h}^{(1)} + \mathbf{h}^{(2)} + \dots \\
 \mathbf{v}_1 &= \mathbf{U}^{(1)} + \mathbf{U}^{(2)} + \dots, & \mathbf{v}_2 &= \mathbf{u}^{(1)} + \mathbf{u}^{(2)} + \dots \\
 \mathbf{M} &= \mathbf{m}^{(1)} + \mathbf{m}^{(2)} + \dots, & \varepsilon &= \varepsilon^{(1)} + \varepsilon^{(2)} + \dots \\
 p_1 &= p_0 + Q^{(1)} + Q^{(2)} + \dots, & p_2 &= p_0 + 2\sigma + q^{(1)} + q^{(2)} + \dots
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Так как магнитная часть тензора напряжений (1.1) квадратична по напряженности поля, то в линейном по H_0 приближении капля остается сферической, а течение жидкости отсутствует: $\mathbf{U}^{(1)} = \mathbf{u}^{(1)} = 0$, $Q^{(1)} = q^{(1)} = \varepsilon^{(1)} = 0$. Появляются только отличная от нуля намагниченность капли и создаваемые ею поля рассеяния. Соответствующее решение магнитной части задачи удобно записать во вращающейся вместе

с полем сферической системе координат

$$\begin{aligned}
 H_r^{(1)} &= [H_0 \cos(\varphi + \gamma_1) - 2C_1 r^{-3} \cos(\varphi + \gamma_2)] \sin \theta \\
 H_\theta^{(1)} &= [H_0 \cos(\varphi + \gamma_1) + C_1 r^{-3} \cos(\varphi + \gamma_2)] \cos \theta \\
 H_\varphi^{(1)} &= -[H_0 \sin(\varphi + \gamma_1) + C_1 r^{-3} \sin(\varphi + \gamma_2)] \\
 h_r^{(1)} &= H_1 \sin \theta \cos \varphi, \quad m_r^{(1)} = 4\pi\chi H_1 \sin \theta \cos(\varphi + \delta) \\
 h_\theta^{(1)} &= H_1 \cos \theta \cos \varphi, \quad m_\theta^{(1)} = 4\pi\chi H_1 \cos \theta \cos(\varphi + \delta) \\
 h_\varphi^{(1)} &= -H_1 \sin \varphi, \quad m_\varphi^{(1)} = -4\pi\chi H_1 \sin(\varphi + \delta)
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Постоянные интегрирования H_1 , C_1 , γ_1 , γ_2 , δ определяются из условий непрерывности нормальных компонент индукции магнитного поля и касательных компонент напряженности на поверхности капли.

$$\begin{aligned}
 \chi^2 &= \chi_1^2 + \chi_2^2, \quad \text{tg } \gamma_1 = \frac{\mu_2}{2 + \mu_1}, \quad \text{tg } \gamma_2 = \text{tg } \delta = \frac{\chi_2}{\chi_1} \\
 C_1 &= -H_0 \frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2}, \quad H_1 = \frac{3H_0}{\sqrt{(2 + \mu_1)^2 + \mu_2^2}}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Здесь $\mu_1 = 1 + 4\pi\chi_1$, $\mu_2 = 4\pi\chi_2$ — компоненты динамической проницаемости. Как и следовало ожидать, в линейном по амплитуде поля H_0 приближении поле $\mathbf{h}^{(1)}$ в капле однородно, а ее намагниченность $\mathbf{m}^{(1)}$ отстает по фазе от $\mathbf{h}^{(1)}$ на угол δ .

Подставив разложения (2.1) в задачу (1.2)–(1.4) и собрав члены, квадратичные по полю, получим следующую задачу для функций второго приближения:

$$\begin{aligned}
 \nabla Q^{(2)} &= \Delta \mathbf{U}^{(2)}, \quad \nabla q^{(2)} = \eta \Delta \mathbf{u}^{(2)} \\
 \text{rot } \mathbf{H}^{(2)} &= \text{rot } \mathbf{h}^{(2)} = 0, \quad \text{div } \mathbf{H}^{(2)} = \text{div}(\mathbf{h}^{(2)} + \mathbf{m}^{(2)}) = 0 \\
 \text{div } \mathbf{U}^{(2)} &= \text{div } \mathbf{u}^{(2)} = 0, \quad \mathbf{m}^{(2)} = \chi \mathbf{h}^{(2)}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

$$r = 1 + \varepsilon^{(2)} :$$

$$\begin{aligned}
 U_r^{(2)} &= u_r^{(2)} = 0, \quad U_\theta^{(2)} = u_\theta^{(2)}, \quad U_\varphi^{(2)} = u_\varphi^{(2)} \\
 H_r^{(2)} &= h_r^{(2)} + m_r^{(2)}, \quad H_\theta^{(2)} = h_\theta^{(2)}, \quad H_\varphi^{(2)} = h_\varphi^{(2)}
 \end{aligned}$$

$$Q^{(2)} - q^{(2)} - \sigma(\Delta + 2)\varepsilon^{(2)} = 2 \frac{\partial}{\partial r} (U_r^{(2)} - \eta u_r^{(2)}) + \frac{1}{2} (m_r^{(1)})^2$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} - 1 \right) (U_\theta^{(2)} - \eta u_\theta^{(2)}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (U_r^{(2)} - \eta u_r^{(2)}) = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} - 1 \right) (U_\varphi^{(2)} - \eta u_\varphi^{(2)}) + \text{csc } \theta \frac{\partial}{\partial \varphi} (U_r^{(2)} - \eta u_r^{(2)}) + \frac{1}{2} \{ m_\varphi^{(1)} h_r^{(1)} - h_\varphi^{(1)} m_r^{(1)} \} = 0 \tag{2.5}$$

На бесконечности все функции равны нулю. После необходимых преобразований получим с помощью формул (2.2), (2.3) следующие выражения для магнитных касательных напряжений и среднего по азимутальному углу магнитного скачка давлений $\langle \Delta p \rangle$:

$$\sigma_{\varphi r} = \frac{1}{2} \mu_2 H_1^2 \sin \theta, \quad \langle \Delta p \rangle = 4\pi^2 \chi^2 H_1^2 \sin^2 \theta \tag{2.6}$$

Уравнения (2.4) с граничными условиями (2.5), (2.6), дают точные выражения для функций второго приближения

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^{(2)} = \mathbf{h}^{(2)} = \mathbf{m}^{(2)} = 0, \quad Q^{(2)} = 0, \quad q^{(2)} = \frac{8\pi^2}{3} \chi^2 H_1^2 \\ \mathbf{U}^{(2)} = -\Omega \left(\frac{\mathbf{r}}{r^2} \right) \times \nabla P_1, \quad \mathbf{u}^{(2)} = -(\Omega r) \mathbf{r} \times \nabla P_1 \\ \Omega = \frac{2\pi}{3} \chi_2 H_1^2, \quad \varepsilon^{(2)} = -\text{Вм} P_2, \\ \text{Вм} = \frac{3\pi \chi^2 H_0^2 a}{2\sigma_0 [(2 + \mu_1)^2 + \mu_2^2]} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Здесь Вм – магнитное число Бонда, т.е. безразмерный параметр, пропорциональный отношению магнитного скачка давления к капиллярному, $P_n(\cos \theta)$ – стандартные полиномы Лежандра степени n . Как следует из (2.7), в квадратичном по полю приближении капля превращается в сжатый эллипсоид вращения с полуосями $(1 + \text{Вм}/2)$, $(1 - \text{Вм})$, вращающийся в окружающей жидкости как твердое тело с угловой частотой Ω . В размерном виде скорость вращения капли равна

$$\Omega = \frac{3}{2} \frac{\chi_2 H_0^2}{\eta_1 [(2 + \mu_1)^2 + \mu_2^2]}$$

и не зависит от диаметра капли. Ее неявная зависимость от скорости вращения ω магнитного поля проявляется только через компоненты динамической восприимчивости. В условиях, типичных для проводившихся опытов ($\mu_1 = 8,6$; $\mu_2 = 0,47$; $\eta_1 = 0,009$ Па·с, $H_0 = 12$ Э), $\Omega = 1$ рад/с, что на два порядка меньше скорости вращения поля. Этим еще раз подтверждается обоснованность сделанного ранее предположения о слабой завихренности течения.

Уравнения, описывающие последующие приближения, чрезвычайно громоздки и не поддаются простому анализу в общем случае. Ситуация, однако, существенно упрощается, если ограничить частоту вращения магнитного поля сверху условием $\omega t \ll 1$ (слабая неравновесность). Это условие означает, что период вращения поля считается большим по сравнению со временем релаксации намагниченности τ , но по-прежнему малым по сравнению со гидродинамическими временами τ_1, τ_2 . Так как для большинства магнитных жидкостей $\tau \leq 10^{-5}$ с, то частота вращения поля, удовлетворяющая двойному неравенству, должна находиться в диапазоне звуковых частот (от нескольких десятков герц до нескольких кГц). При выполнении этого условия тангенс угла потерь мал ($\text{tg } \delta \ll 1$) и слагаемые, квадратичные по углу δ , могут быть отброшены.

С учетом этого обстоятельства гидродинамические поправки третьего порядка равны нулю. Добавка $\mathbf{h}^{(3)}$ к магнитному полю в капле однородна и отстает по фазе от первого приближения на угол $3\delta/4 - \gamma_1$. Сдвиг по фазе между намагниченностью $\mathbf{m}^{(3)}$ и полем $\mathbf{h}^{(3)}$ остался прежним, а амплитуда поля равна

$$H_3 = \frac{4}{5} \frac{(\mu_1 - 1) H_1 \text{Вм}}{(2 + \mu_1)}$$

Поправка четвертого порядка к форме капли имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(4)} = b_2 P_2 + b_4 P_4 \\ b_2 = \frac{\text{Вм}^2}{35} \left[\frac{218 - 143\mu}{2 + \mu} + \frac{9(5 + 2\mu)(2 + 3\eta)}{(\mu - 1)(1 + \eta)} \right] \\ b_4 = -\frac{2 \text{Вм}^2 (29 + 31\eta)}{105(1 + \eta)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Поправки к скорости течения выглядят очень громоздко и здесь не приводятся. Их анализ показал, что нелинейные конвективные члены в уравнении движения (1.2) провоцируют относительно медленные течения, при которых частицы жидкости движутся в меридиональных плоскостях по поверхностям двух тороидальных фигур, расположенных зеркально-симметрично относительно экваториальной плоскости капли (речь идет о движении по отношению к вращающейся вместе с каплей системе координат). Влияние магнитного поля на течение жидкости в четвертом порядке сводится к изменению азимутальной скорости, а его прямое и косвенное (через гидродинамику) влияние на форму капли определяется коэффициентами b_2 и b_4 . Капля дополнительно сплющивается, приобретая форму эллипсоида вращения с полуосями $[1 + (Vm - b_2)/2]$, $[1 - Vm + b_2]$, деформированного в меру величины $b_4 P_4$.

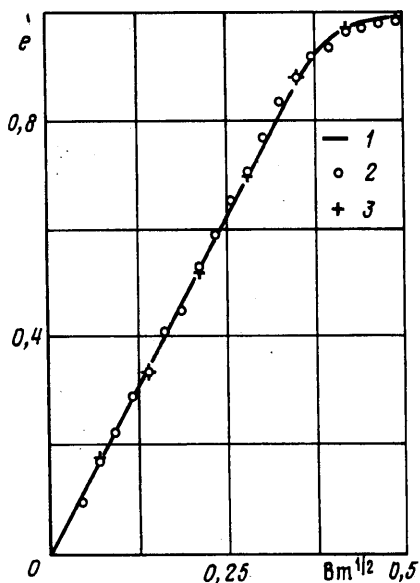
Характерным отличием полученного решения от решения задачи о капле во вращающейся как целое первой жидкости является именно то, что здесь капля сплющивается всегда, при любом ρ , в то время как капля, помещенная во вращающуюся на бесконечности жидкость, вытягивается вдоль полярной оси при $\rho < 1$ и сплющивается при $\rho > 1$. Отметим в связи с этим обстоятельством, что влияние относительной плотности ρ магнитной жидкости на форму капли проявляется главным образом через центробежные силы, а соответствующая добавка имеет порядок δ^2 и в приведенных выше формулах не учитывается.

3. Эксперимент. Была использована магнитная жидкость на основе керосина и магнетита, приготовленная стандартным методом химического осаждения и стабилизированная олеиновой кислотой. Вязкость магнитной жидкости в отсутствие поля $\eta_2 = 0,29$ П, плотность $\rho_2 = 1,47$ г/см³. Во внешнем поле вязкость магнитной жидкости увеличивается вследствие известного магнитореологического эффекта [3], однако в условиях данной работы относительное приращение эффективной вязкости в магнитном поле имело порядок 10^{-3} и не учитывалось.

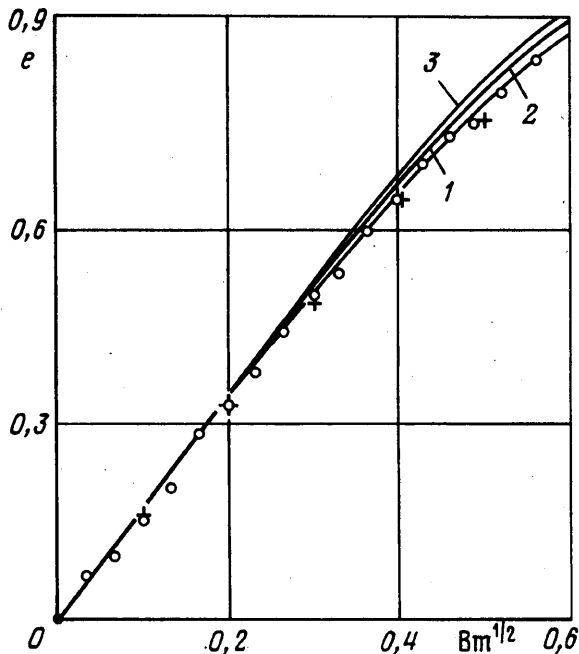
Все опыты проводились в условиях нейтральной плавучести, для чего капля магнитной жидкости помещалась в концентрированный водный раствор хлористого цинка, который заливался в стеклянный цилиндр квадратного сечения. Плотность раствора подгонялась под плотность магнитной жидкости изменением концентрации хлористого цинка. Для стабилизации капли в центре кюветы плотность нижней порции раствора была немного (примерно на $0,01$ г/см³) больше плотности капли, а плотность верхней порции на столько же меньше. Со временем за счет диффузии граница между этими двумя порциями раствора размывалась и в центре кюветы формировалась устойчивая область со слабым вертикальным градиентом плотности, внутри которой и находилась капля магнитной жидкости. Такой способ стабилизации капли в центре кюветы приводит к небольшому отклонению ее формы от сферической. Это отклонение, однако, не превышало 1% даже для самых крупных капель и учитывалось как поправка при анализе экспериментальных данных. Размеры капли определялись путем обработки ее фотографий на инструментальном микроскопе.

Вращающееся магнитное поле создавалось двумя парами скрещенных катушек Гельмгольца, питаемых переменным током со сдвигом фаз $\pi/2$. Амплитуда поля варьировалась от 0 до 40 Э, частота вращения была постоянной и равнялась 55 Гц. Компоненты динамической восприимчивости магнитной жидкости измерялись независимо мостом взаимной индуктивности на этой же частоте.

Самая серьезная методическая проблема связана с определением коэффициента поверхностного натяжения на границе магнитная жидкость – водный раствор соли. Присутствие в магнитной жидкости небольшого количества олеиновой кислоты, являющейся поверхностно-активным веществом, исключает возможность применения приближенного правила Антонова. (По правилу Антонова, поверхностное натяжение на границе двух взаимонасыщенных жидкостей вычисляется как разность натяжений на свободных границах этих жидкостей с собственным паром.) В то же время в большинстве известных методов измерения поверхностного натяжения используется сила тяжести, что невозможно в условиях нейтральной плавучести. По этой причине



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Эксцентриситет капли в зависимости от магнитного числа Бонда в постоянном поле. 1 – теория [14] при $\sigma_0 = 11,6$ дин/см, 2, 3 – эксперимент $a = 2,38; 5,05$ мм соответственно

Фиг. 2. Эксцентриситет капли в зависимости от магнитного числа Бонда во вращающемся поле. Сплошные линии – расчет по формулам (2.8)–(2.9) для $\eta = 0,01; 3; 100$. (кривые 1–3). Точки 4, 5 – эксперимент; $a = 2,38; 5,05$ мм соответственно

единственно возможными способами решения проблемы являются измерение деформации капли в постоянном магнитном поле или анализ ее вынужденных колебаний в линейно поляризованном поле. Был использован первый вариант как более простой по выполнению.

Задача о деформации капли магнитной жидкости в постоянном магнитном поле (как и ее электрический аналог) решена эвристическими методами в [8, 13, 14] и многих других работах. Хотя все аналитические решения являются приближенными в том смысле, что форма капли аппроксимируется эллипсоидом вращения, они хорошо согласуются с экспериментальными данными, в том числе и в области больших деформаций. (Исключение составляют капли с большой магнитной проницаемостью.) Измерив в эксперименте форму капли и подогнав расчетное значение ее эксцентриситета $e = \sqrt{1 - c^2/a^2}$ к экспериментальному, можно определить коэффициент поверхностного натяжения на границе двух жидкостей. Результаты таких опытов для капель двух диаметров приведены на фиг. 1. Использовалась та же магнитная жидкость, что и в опытах с вращающимся полем. Экспериментальные и расчетные значения эксцентриситета совпадают во всем исследованном диапазоне чисел Бонда. Коэффициент поверхностного натяжения оказался равным $\sigma_0 = 11,6 \pm 0,4$ дин/см. Как и следовало ожидать, эта величина намного меньше значения, получаемого по правилу Антонова (27 дин/см).

Введенное в разд. 2 определение числа Бонда отличается от использованного в предыдущих работах тем, что в него включены компоненты магнитной восприимчивости. Благодаря такой модификации семейство теоретических кривых $e = f(Bm, \chi)$,

соответствующих различным значениям χ , стягивается в одну универсальную линию по крайней мере в области небольших деформаций.

Сопоставление экспериментальных и рассчитанных по формулам (2.7) – (2.8) значений эксцентриситета капли во вращающемся поле приведено на фиг. 2. Данные, относящиеся к каплям различных размеров, укладываются на одну универсальную кривую и хорошо согласуются с теоретическими результатами в области небольших чисел Бонда, когда основной причиной деформации служит непосредственно магнитное поле. В исследованном диапазоне чисел Бонда вязкость капли очень слабо влияет на ее форму: кривые 1 и 3 на фиг. 2 соответствуют вязкостям, различающимся на четыре порядка. Относительная вязкость магнитной жидкости, использовавшейся в эксперименте, $\eta \approx 3$. На фиг. 2 этому значению вязкости соответствует средняя кривая 2. Хотя с экспериментальными данными лучше согласуется кривая 1, соответствующая малой вязкости капли (или высокой вязкости окружающей ее среды), расхождение между кривыми невелико. Кроме того, в условиях проводившихся опытов капля находилась в зоне с устойчивой стратификацией окружающей жидкости по плотности. Такая стратификация препятствует возникновению течений в меридиональной плоскости, предсказываемых теорией, и дает примерно такой же эффект, как увеличение вязкости внешней среды и уменьшение η .

4. Неустойчивость осесимметричной формы. Характерными особенностями деформации капли в постоянном магнитном поле являются скачкообразное изменение ее полуосей и гистерезисные явления в области больших значений магнитной проницаемости капли ($\mu \geq 20$) и больших чисел Бонда [8, 14]. Осевая симметрия капли сохраняется. Естественно было ожидать, что во вращающемся поле должны наблюдаться какие-то подобные эффекты. Эксперименты в целом подтвердили это предположение. Качественное отличие от случая постоянного поля состояло только в том, что в переменном поле скачкообразное изменение полуосей капли всегда сопровождалось нарушением осевой симметрии. Сплюснутый эллипсоид вращения, хорошо аппроксимирующий форму капли в полях ниже критического, с ростом напряженности поля переходил в трехосный эллипсоид, сильно вытянутый в плоскости вращения поля и сплюснутый вдоль оси вращения. Этот трехосный эллипсоид продолжал вращаться в вязкой среде с угловой скоростью порядка Ω (несколько рад/с). Критическое значение числа Бонда, соответствующее ветвлению стационарных форм капли, было получено усреднением данных для пяти опытов с каплями различных диаметров (от 3,9 до 11,3 мм) и оказалось равным $Bm^* = 0,40 \pm 0,02$. Значение магнитной восприимчивости, при котором наблюдается ветвление, также в несколько раз меньше (по сравнению с теорией для постоянного поля). Заметный гистерезис формы обнаружен не был. Вполне возможно, что этот гистерезис существует, но находится на уровне (или ниже) разрешающей способности установки.

Заключение. Капля магнитной жидкости, погруженная в вязкую среду и подверженная действию высокочастотного вращающегося поля, принимает форму, близкую к сплюсненному эллипсоиду вращения. Существенные деформации капли наблюдаются уже в слабых полях, соответствующих магнитным числам Бонда $Bm \leq 0,3$. За счет магнитных касательных напряжений на свободной поверхности капли она вращается в ту же сторону, что и магнитное поле. В типичных для лабораторных опытов условиях угловая скорость вращения достигает нескольких рад/с, но остается на два порядка меньше скорости вращения поля. При вращении капли в слабых полях влияние гидродинамических течений на форму капли невелико, однако с усилением поля ситуация может измениться: соответствующая добавка растет как четвертая степень напряженности.

Эксперименты показали, что с ростом поля осесимметричная форма капли становится неустойчивой и капля принимает форму, близкую к трехосному эллипсоиду, сильно вытянутому в экваториальной плоскости. Граница существования стационарных осесимметричных форм капли определяется критическим значением магнитного числа Бонда, которое в условиях проводившихся опытов равно $Bm^* = 0,40$.

В общем случае это число является, по-видимому, функцией относительной вязкости капли и ее магнитной проницаемости.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-01-00182).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Moskowitz R., Rosensweig R.E.* Nonmechanical torque driven flow of a ferromagnetic fluid by an electromagnetic field // *Appl. Phys. Letters*. 1967. V. 11. № 10. P. 301–306.
2. *Цеберс А.О.* Моментные напряжения и гидродинамика магнитной жидкости в однородных вращающихся магнитных полях // *Магнит. гидродинамика*. 1978. № 4. С. 9–13.
3. *Shliomis M.I., Lyubimova T.P., Lyubimov D.V.* Ferrohydrodynamics: an essay on the progress of ideas // *Chem. Eng. Communs*. 1988. V. 67. P. 275–290.
4. *Rosensweig R.E., Popplewell J., Johnston R.J.* Magnetic fluid motion in rotating field // *J. Magn. Magnetic Mater.* 1990. V. 85. № 1–3. P. 171–180.
5. *Lebedev A.V., Pshenichnikov A.F.* Rotational effect: the influence of free or solid moving boundaries // *J. Magn. Magnetic Mater.* 1993. V. 122. № 1–3. P. 227–230.
6. *Пшеничников А.Ф.* Движение магнитной жидкости под действием высокочастотного вращающегося магнитного поля // *Изв. РАН. МЖГ*. 1996. № 1. С. 18–22.
7. *Пшеничников А.Ф., Лебедев А.В.* О действии вращающегося магнитного поля на погруженный в магнитную жидкость диэлектрический цилиндр // *ПМТФ*. 1996. Т. 37. № 3. С. 3–10.
8. *Bacri J.-C., Salin D., Massart R.* Study of the deformation of ferrofluid droplets in a magnetic field // *J. Phys. Lett.* 1982. V. 43. № 6. P. L179–L184.
9. *Лебедев А.В., Морозов К.И.* Динамика капли магнитной жидкости во вращающемся магнитном поле // *Письма в ЖЭТФ*. 1997. Т. 65. Вып. 1/2. С. 150–154.
10. *Морозов К.И.* Вращение капли в вязкой жидкости // *ЖЭТФ*. 1997. Т. 112. Вып. 4(10). С. 1340–1350.
11. *Шлиомис М.И.* Магнитные жидкости // *Успехи физ. наук*. 1974. Т. 112. Вып. 3. С. 427–458.
12. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992. 664 с.
13. *Дроздова В.И., Скроботова Т.В., Чеканов В.В.* Экспериментальное изучение гидростатики межфазной поверхности феррожидкости // *Магнит. гидродинамика*. 1979. № 1. С. 16–18.
14. *Блум Э.Я., Майоров М.М., Цеберс А.О.* Магнитные жидкости. Рига: Зинатне, 1989. 386 с.

Пермь

Поступила в редакцию
15.1.1999