

УДК 533.697.4

© 2000 г. Л.Е. СТЕРНИН

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЯГОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕАКТИВНЫХ СОПЕЛ, СПРОФИЛИРОВАННЫХ РАЗНЫМИ МЕТОДАМИ

Проведено сравнительное численное исследование тяговых характеристик реактивных (ракетных) осесимметричных сопел, спрофилированных разными методами: I – "экстремальных" сопел, построенных вариационными методами при отсутствии или наличии внутри них ударных волн, II – так называемых "укороченных сопел с равномерной характеристикой", и III – сопел, спрофилированных методом сопряженных дуг окружностей. Сравнение выполнено как для идеального, так и для реального газа, т.е. при наличии вязкости в пограничном слое. Получено, что наименьшими потерями обладают экстремальные сопла; к ним по эффективности приближаются укороченные сопла. Сопла, построенные методом сопряженных дуг окружностей, с учетом и без учета вязкости, значительно уступают по тяговым характеристикам экстремальным – на 0,7–1%.

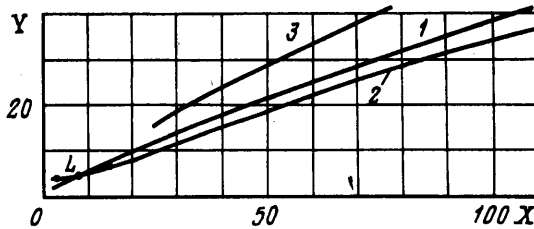
Минимизация потерь в соплах ракетных двигателей имеет большое прикладное значение, так как даже доли процента в тяге сопла ракетного двигателя эквивалентны, например, сотням килограммов полезного груза, выводимого на орбиту Земли.

Преимущество профилированных ракетных сопел перед коническими впервые было установлено В.П. Глушко в 1931 г. на базе его экспериментальных работ, выполненных в Газодинамической лаборатории в Ленинграде на созданной им дифференциальной установке маятникового типа [1]. Однако лишь только через четверть века после этой работы оптимальный профиль был найден строго математически на базе решения вариационной задачи для сопла [2–5]¹.

Д.А. Мельниковым, У.Г. Пирумовым и А.А. Сергиенко в 1957 г. был предложен упрощенный метод профилирования осесимметричных сопел, основанный на использовании однопараметрического семейства базовых сопел, обеспечивающих равномерный поток в выходном сечении сопла. При использовании начальных частей базовых сопел можно получить двухпараметрическое семейство контуров, из которого затем выбирается сопло с заранее заданными длиной и степенью расширения. Такие сопла обычно называются укороченными. Поскольку, с одной стороны, сопло с равномерным потоком в выходном сечении отвечает точному решению вариационной задачи как для плоского, так и для осесимметричного течений, а с другой – укороченный контур отвечает точному решению вариационной задачи для плоского течения [2], можно было ожидать, что укороченное осесимметричное сопло по своим характеристикам должно быть близким к экстремальному. Так оно и оказалось. Работы трех упомянутых выше авторов излагались во второй половине 50-х годов, но наиболее полно этот подход к профилированию сопел представлен значительно позже – в [6, 7].

Большой вклад в решение вариационных задач по соплам внесли Ю.Д. Шмыглевский [3, 8–10] и А.Н. Крайко [10–12, 16]. В частности, в [8, 9, 11] впервые рас-

¹ Основные результаты, представленные в работах [4] и [5], были также опубликованы автором в мало распространенном издании в 1957 г. (см. [15], с. 283).



Фиг. 1. Линия наибольших тяг в пустоте сопел заданной длины (1) и граница области существования безударных экстремальных сопел (2); 3 – линия, на которой экстремальные сопла превосходят по удельному импульсу укороченные на 1%

смотрены экстремальные сопла с висячими ударными волнами. Основные работы автора по соплам представлены в [4, 14, 15, 17, 18].

Внедрение изложенных выше методов профилирования сопел в ракетную технику началось в 1958 г. в НПО Энергомаш им. академика В.П. Глушко, а до этого контуры сопел в разных КБ строились методом сопряженных дуг парабол или окружностей.

Хотя за прошедший 40-летний период и появлялись работы по обоснованию и сравнению методов профилирования сопел, в настоящей работе на базе обширных скрупулезных исследований подводится некоторый итог по данной проблеме.

1. Рассмотрим расширение потока в сверхзвуковой части сопла. Как показано в [16, 17], неравномерность в критическом сечении для типовых входных частей сопел практически не влияет на тяговые характеристики сопел. Поэтому примем, что в критическом сечении сопла поток полностью равномерный. Рассмотрим на фиг. 1 в плоскости X, Y (X – длина закритической части, Y – радиус выходного сечения осесимметричного сопла; X и Y отнесены к радиусу критического сечения) линию 1, соответствующую соплам наибольшей тяги в пустоте при заданной длине (линия Буземана [2–9, 11]), и границу области существования безударных экстремальных сопел 2 [13, 14]. Линия Буземана 1 соответствует условию трансверсальности в концевой точке сопла d (фиг. 2). При внешнем противодавлении $p_H = 0$ оно имеет вид

$$\sin 2\alpha = \gamma \sin 2\theta \quad (1.1)$$

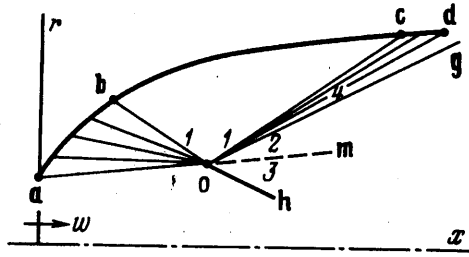
где α – угол Маха, θ – угол наклона скорости к оси x в точке d , а γ – показатель адиабаты.

Граница 2 определяется уравнением [13–15]

$$\operatorname{tg} \theta_0 = \frac{2 \cos^2 \alpha_0 \sin 2\alpha_0}{\gamma + \cos^2 2\alpha_0} \quad (1.2)$$

выполняющимся в некоторой точке S^- -характеристики, с которой начинается экстремальная S^+ -характеристика, приходящая в концевую точку сопла d . Необходимо подчеркнуть, что условие (1.2) выполняется только в начальных точках экстремальных S^+ -характеристик. Пересечение линий 1 и 2 – точка L (для показателя адиабаты $\gamma = 1,15$ ее координаты $X = 8, Y = 4,9$).

Граница 2 была впервые найдена в [13], а экстремальные сопла, существующие для концевых размеров сопел, попадающих в область, расположенную выше линии 2, как показано в [8, 9], должны иметь висячие ударные волны. При этом любое безударное сопло (с теми же значениями X и Y) в этой области обладает меньшей тягой, чем экстремальное с висячими ударными волнами. Отличие может быть весьма большим: 1–3% и более по тяге.



Фиг. 2. Схема расположения характеристик и разрывов в сопле при наличии в нем висячей ударной волны, oh – висячая ударная волна, om – контактный разрыв

В качестве примера на фиг. 1 нанесена линия 3, на которой укороченные сопла обладают коэффициентом тяги меньшим, чем экстремальные (с висячими ударными волнами), на 1%. Однако линия 3 находится выше линии Буземана 1, т.е. в области сопел, для которых уменьшение диаметра выходного сечения при заданной длине приводит к росту тяги [10]. Поэтому преимущества экстремальных сопел с висячими ударными волнами по сравнению с соплами, спроектированными другими методами, на практике проявляются лишь в области между линиями 1 и 2 и только для $X > X_L$.

При проектировании сопел в зависимости от ограничений, накладываемых на габаритные размеры двигателя, используют сопла либо наименьшей длины, либо наименьшей массы, либо наименьшей площади выходного сечения. Иногда эти условия удовлетворяются совокупно с эквивалентами, определяемыми конструктивными требованиями к летательному аппарату и двигателю.

Для уменьшения объема расчетов в настоящей работе используется только одно первое условие. В этом случае различие методов профилирования наиболее ощутимо. При проведении расчетов показатель адиабаты γ принят равным 1,15. Обычно для большинства продуктов сгорания ракетных топлив (исключая использующие водород) он меняется в пределах 1,14–1,17. При использовании же водорода γ увеличивается до 1,22–1,25.

2. Остановимся на особенностях определения параметров экстремального сопла с висячими ударными волнами (фиг. 2). Здесь o – точка фокусировки C^- -характеристик течения сжатия, распространяющегося от участка контура ab . Область $ocdgo$ – пучок волн разрежения, состоящий из C^+ -характеристик. На замыкающей характеристике do при приближении к точке o выполняются два условия, установленные впервые в [8, 9]. Эти условия, преобразованные с учетом [11], в конечном безразмерном виде могут быть представлены в удобной для вычислений форме

$$\cos \theta_4 - \frac{\lambda_0}{\lambda_4} \cos \theta_0 + \sin^2 \theta_4 \operatorname{tg} \alpha_4 \left[\frac{1}{\sin \theta_4} - \frac{q(\lambda_4)}{q(\lambda_0) \sin \theta_0} \right] = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\sin^2 \alpha_4}{\gamma} \left[1 - \frac{p(\lambda_0)}{p(\lambda_4)} \right] - \sin^2 \theta_4 \operatorname{tg} \alpha_4 (\operatorname{ctg} \theta_4 - \operatorname{ctg} \theta_0) = 0$$

$$p(\lambda) \equiv \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad q(\lambda) \equiv \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{1/(\lambda-1)} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{1/(\gamma-1)}$$

где индекс 0 относится к параметрам набегающего потока в точке o до влияния на параметры в точке o течения сжатия oab ; индекс 4 относится к параметрам потока в точке o при подходе к ней вдоль характеристики do ; λ – приведенная скорость, $p(\lambda)$, $q(\lambda)$ – известные газодинамические функции [15]. В особой точке o фокусируются два

семейства характеристик; из этой точки выходит и ударная волна oh и поэтому при приближении к ней с разных сторон параметры меняются скачком. Точка 1 малой окрестности точки o соответствует "последней" C^- -характеристике начального пучка сжатия, а также "первой" C^+ -характеристике пучка разрежения $ocdg$. Точка 2 находится вблизи точки o на "последней" характеристике этого пучка og . Точка 3 соответствует параметрам в малой окрестности o – сразу же за ударной волной. Штриховая линия между потоками, соответствующими точкам 2 и 3, – контактный разрыв om (фиг. 2). Внутри каждого из углов boc , gom и toh в малых окрестностях точки o параметры постоянны и им придаются индексы соответственно 1, 2 и 3.

Система (2.1) позволяет по известным параметрам α_0 и θ_0 найти α_4 и θ_4 . Затем из выполняющихся на характеристиках обеих семейств условий $\sigma_0 - \theta_0 = \sigma_1 - \theta_1$ и $\sigma_1 + \theta_1 = \sigma_4 + \theta_4$ можно вычислить σ_1 и θ_1 , где [15]

$$\sigma = \sqrt{\varepsilon} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\lambda^2 - 1}{\varepsilon - \lambda^2}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\lambda^2 - 1}{1 - \lambda^2 / \varepsilon}}, \quad \varepsilon \equiv \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}$$

Условия на контактном разрыве имеют вид $\theta_2 = \theta_3 \equiv \theta$, $p_2 = p_3 = p$.

В малой окрестности точки o на участках 4-2 и 3-0 выполняются соответственно условия расширения на C^- -характеристике и сжатия в ударной волне [15]. Имеем

$$\sigma_2 = \sigma_4 + \theta_4 - \theta_2, \quad \rho^\circ(\varepsilon + p^\circ) = \varepsilon p^\circ + 1$$

$$\sin \alpha_c = \frac{1}{M_0} \sqrt{\left(p^\circ + \frac{1}{\varepsilon}\right) \frac{\gamma + 1}{2\gamma}}, \quad \rho^\circ = \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha_c \quad (2.2)$$

$$\theta = \theta_0 - \alpha_c + \beta, \quad p^\circ = \frac{p(\lambda_2)}{p(\lambda_0)} = \left(\frac{1 - \lambda_2^2 / \varepsilon}{1 - \lambda_0^2 / \varepsilon}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

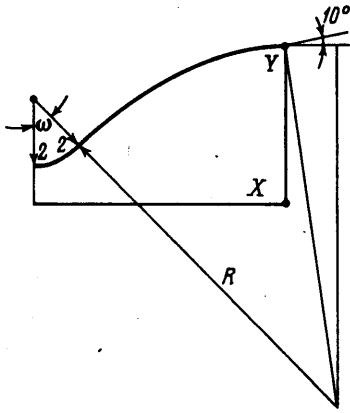
$$p^\circ \equiv p / p_0, \quad \rho^\circ \equiv \rho_3 / \rho_0$$

где p – давление, ρ – плотность газа, α_c (и β) – угол между направлением скорости до (и после) ударной волны и ее фронтом, M – число Маха.

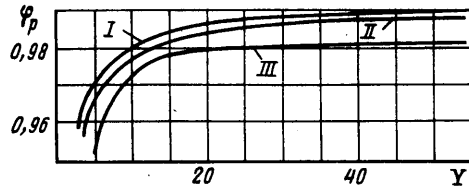
Шесть уравнений (2.2) определяют шесть неизвестных λ_2 , p° , ρ° , α_c , θ и β при ранее определенных по формулам (2.1) величинах α_4 и θ_4 .

Из системы (2.2) путем исключения неизвестных можно прийти к одному трансцендентному уравнению для λ_2

$$\begin{aligned} & \sqrt{\varepsilon} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\lambda_2^2 - 1}{\varepsilon - \lambda_2^2}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\lambda_2^2 - 1}{1 - \lambda_2^2 / \varepsilon}} - \sigma_4 - \theta_4 + \theta_0 = \\ & = \operatorname{arcsin} \left\{ \frac{1}{M_0} \sqrt{\left[\left(\frac{\varepsilon - \lambda_2^2}{\varepsilon - \lambda_0^2} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} + \frac{1}{\varepsilon} \right] \frac{(\gamma + 1)}{2\gamma}} \right\} - \\ & - \operatorname{arctg} \left\{ \operatorname{tg} \left[\operatorname{arcsin} \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2\gamma M_0^2} \left[\left(\frac{\varepsilon - \lambda_2^2}{\varepsilon - \lambda_0^2} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} + \frac{1}{\varepsilon} \right]} \right] \frac{\varepsilon + t_1}{t_2 + 1} \right\} \quad (2.3) \\ & t_1 = \left(\frac{\varepsilon - \lambda_2^2}{\varepsilon - \lambda_0^2} \right)^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad t_2 = \varepsilon \left(\frac{\varepsilon - \lambda_2^2}{\lambda_0^2} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \end{aligned}$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Схема построения контура сопла методом сопряженных дуг окружностей

Фиг. 4. Графики зависимости потерь из-за рассеяния в осесимметричных соплах наименьшей длины от относительного радиуса среза сопла. I – экстремальные сопла; II – укороченные сопла; III – сопла, построенные методом сопряженных дуг окружностей

После определения λ_2 по (2.3) система (2.2) позволяет легко вычислить все остальные неизвестные параметры. Пример тестового расчета приведен ниже для показателя адиабаты $\gamma = 1,4$: $M_3 = 7,1359186$, $\rho^\circ = 5,19876$, $p^\circ = 37,6820$, $\alpha_c = 0,28866178$, $\beta = 0,5705859$, $\theta_3 = \theta_2$, $\alpha_3 = 0,140588$

Точка	0	1	2	4
α	0,5	0,09142962	0,0848053	0,08871804
θ	0,3	0,09905660	0,06839681	0,08613138

После определения параметров в точке 4 можно построить экстремаль $4d$ по формулам [4, 15]

$$\frac{\lambda \cos(\alpha - \theta)}{\cos \alpha} = \frac{\lambda_4 \cos(\alpha_4 - \theta_4)}{\cos \alpha_4}$$

$$r\lambda q(\lambda) \operatorname{tg} \alpha \sin^2 \alpha = r_4 \lambda_4 q(\lambda_4) \operatorname{tg} \alpha_4 \sin^2 \theta_4, \quad r_4 \leq r \leq r_d \quad (2.4)$$

При расчетах по формулам (2.4) в качестве аргумента обычно используется r , а остальные параметры вычисляются из данных формул. Эти уравнения удовлетворяют условию совместности, выполняющемуся на C^+ -характеристиках [15].

Для расчета самого контура $abcd$ необходимо построить течение сжатия в области oab , а затем решить задачу Гурса [15] в треугольнике $obcdo$.

Необходимо отметить, что хотя структура течения в сопле определяется точкой фокусировки характеристик разных семейств и положением начала ударной волны, "дирижирующей" всем процессом течения, сама ударная волна и контактный разрыв находятся вне области влияния на контур сопла и поэтому ее параметры (точка 3) и параметры потока перед контактным разрывом (точка 2) не нужны для построения экстремального контура и расчета тяги, так как не влияют на параметры на стенке сопла. Выше они были приведены лишь для иллюстрации полноты картины течения вокруг точки фокусировки характеристик разных семейств (фиг. 2).

3. Приведем результаты расчетов коэффициентов потерь тяги из-за рассеяния в экстремальных соплах наименьшей длины (или, что то же самое, в соплах наибольшей

тяги при заданной длине) при наличии или отсутствии внутри них висячих ударных волн. Для сравнения приведем также подобные величины для укороченных сопел и сопел, полученных методом сопряженных дуг окружностей. Сравнение сопел производится при одинаковых X и Y . Построение последнего типа сопел осуществляется в соответствии с фиг. 3. Угол ω и радиус R определяются в зависимости от X и Y из соотношений

$$(Y - 3 + 2 \cos 10^\circ) \sin \omega + (X - 2 \sin 10^\circ) \cos \omega - X \cos 10^\circ - (Y - 3) \sin 10^\circ = 0$$

$$R = \frac{X - 2 \sin \omega}{\sin \omega - \sin 10^\circ}$$

На фиг. 4 представлены упомянутые выше результаты, полученные при $\gamma = 1,15$. Эффективность сопла оценивается коэффициентом потерь из-за рассеяния

$$\varphi_p = 2z^{-1}(\lambda) \left[1 + \rho^{-1}(1) \int_1^r p r dr \right], \quad z(\lambda) \equiv \lambda + \lambda^{-1}, \quad \rho(1) \equiv \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{1/(\gamma - 1)}$$

где p — отношение статического давления на контуре сопла к давлению торможения, а интегрирование производится по линиям $x = \text{const}$ до стенки сопла r .

Наибольший (наилучший) коэффициент потерь φ_p соответствует экстремальному контуру I. Весьма близок от него по эффективности укороченный контур II (их различие в 0,15% при высоких степенях расширения и увеличивается до 0,2% при низких). Сопла же, построенные методом сопряженных дуг окружности III, проигрывают относительно экстремального на 0,7–0,9% при $Y \geq 10$ и заметно больше (1% и более) при меньших Y . Однако указанное различие между экстремальными и укороченными соплами уменьшается для сопел наибольшей тяги при заданной выходной площади (или, что то же самое, для сопел наименьшей выходной площади при заданной тяге), но эти сопла значительно длиннее и тяжелее рассмотренных выше.

4. Если результаты по потерям из-за рассеяния носят классический характер, то потери из-за вязкости газа, точнее, из-за наличия турбулентного пограничного слоя (в ракетных соплах числа Рейнольдса достаточно велики: $Re = 10^6 - 10^8$), определяются менее надежно и некоторые ранее полученные результаты по потерям из-за вязкости, как будет показано ниже, иногда требуют существенного уточнения.

Выразим потери тяги и удельного импульса, обусловленные вязкостью, через параметры пограничного слоя. На фиг. 5 представлена схема течения вблизи выходного сечения сопла, необходимая для учета вязкости в двумерном потоке. Потери осевого импульса в пограничном слое ns равны

$$\int_n^s \rho(w_e - w) \cos \theta_d w dF = \rho_e w_e^2 F^{**} \cos \theta_d$$

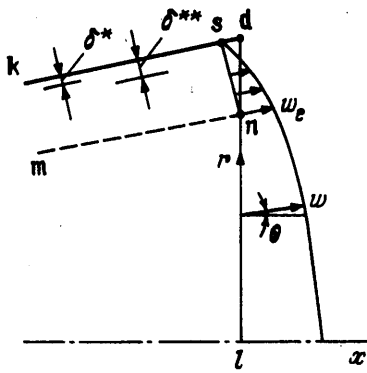
где индекс e придан параметрам в выходном сечении на условной границе пограничного слоя, w — модуль скорости, F — площадь сечения, F^{**} — толщина (в единицах площади) потери импульса.

Пологая давление в треугольнике nsd постоянным, $\cos \theta_d \approx 1$, интегрируя по ломаной lns , получим

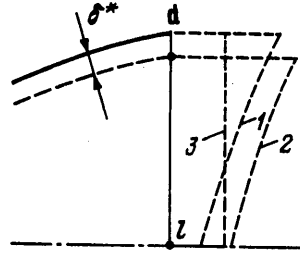
$$\rho_e w_e^2 F^{**} = m(w_e - u) + \rho_e w_e^2 F \psi \quad (4.1)$$

$$u \equiv \frac{1}{m} \int_l^s w \cos \theta dm, \quad \psi \equiv 2 \int_0^1 \left(\frac{\lambda \cos \theta}{\lambda_e} - 1 \right) \frac{q(\lambda) \cos \theta}{q(\lambda_e)} y dy \quad (4.2)$$

где m — расход, $y = r/r_d$ — безразмерная ордината интегрирования, u — средняя по расходу осевая составляющая скорости.



Фиг. 5



Фиг. 6

Фиг. 5. Схема изменения скорости газа вблизи выходного сечения сопла, mn – граница пограничного слоя

Фиг. 6. Схема изменения давления газа вблизи выходного сечения сопла для идеального двумерного (1), действительно двумерного (2) и идеального одномерного (3) потоков

Расход через сопло представим как сумму расходов через пограничный слой ns и через ядро

$$m = \eta \rho_e w_e F_e + \rho_e w_e (F_{ns} - F^*) \quad (4.3)$$

$$\eta \equiv \int_l^s \frac{\rho w \cos \theta}{\rho_e w_e F_e} dF = 2 \int_0^1 \frac{q(\lambda) \cos \theta}{q(\lambda_e)} y dy \quad (4.4)$$

где площадь, занятая ядром $F_e = F_{ln} = F_d - F_{ns}$, F^* – площадь вытеснения, F_d – площадь выходного сечения сопла. Величины ψ и η учитывают двумерность течения в сопле.

Ниже полагается, что F^{**} , F^* , F_e отнесены к F_d и являются безразмерными величинами, а толщины вытеснения δ^* и потери импульса δ^{**} отнесены к радиусу выходного сечения r_d . Подставим (4.3) в (4.1). После преобразований с использованием (4.2) и (4.4) получим с точностью до малых второго порядка

$$\frac{u}{w_e} = \frac{\eta_1 + \psi}{\eta_1} \left(1 - \frac{F^{**} + F^*}{\eta_1 + \psi} + \frac{F^*}{\eta_1} \right) \quad (4.5)$$

$$\eta_1 = (\eta - 1)F_e + 1$$

При выполнении расчетов принимается

$$F_e = 1 - 2\delta_{ns} \approx 1 - 2m^\circ \delta^{**}$$

где полагается $m^\circ = \delta_{ns}/\delta^{**} = 5$. Анализ показал, что в широких пределах m° не сильно влияет на результаты расчетов.

На фиг. 6 схематически представлены распределения давления в выходном сечении для идеального ($F^* = F^{**} = 0$) двумерного (1), действительно двумерного (2) и идеального одномерного (3) потоков.

При этом

$$\int_0^1 \frac{p}{p_{id}} dF = \frac{\delta p}{p} + \xi, \quad \xi \equiv \int_0^1 \frac{p_{id,d}}{p_{id}} dF, \quad \frac{\delta p}{p} = \frac{4\gamma}{\gamma+1} \frac{\lambda^2}{\lambda^2-1} \delta^* \quad (4.6)$$

где индекс id относится к идеальному потоку, d – к двумерному.

Введя коэффициент $\varphi = w_{e, id}/w_{id}$, характеризующий снижение скорости на периферии относительно средней, можно выразить отношение w_e/w_{id} через φ и δ^*

$$\frac{w_e}{w_{id}} = \varphi \left[1 - \frac{2T(\lambda)}{(\lambda^2 - 1)\varphi} \delta^* \right], \quad T(\lambda) \equiv 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \lambda^2 \quad (4.7)$$

Пустотный удельный импульс ракетного двигателя равен

$$I = \frac{1}{m} \int w \cos \theta dm + \frac{1}{m} \int p dF$$

где m , w , p и F – размерные величины.

Относительные потери пустотного удельного импульса из-за вязкости и рассеяния можно представить в виде

$$\zeta_{\Sigma} = \frac{I_{id} - I}{I_{id}} = 1 - \left(\frac{u}{w_{id}} + \frac{1}{\gamma M_{id}^2 \varphi_{m0}} \int \frac{p}{\rho_{id}} dF \right) \left(1 + (\gamma M_{id}^2)^{-1} \right)^{-1} \quad (4.8)$$

где $\varphi_m = m/m_{id}$ характеризует влияние вязкости и расселения на расход.

Подставляя (4.5)–(4.7) в (4.8), получим после преобразований

$$\begin{aligned} \zeta_{\Sigma} = 1 - \left(1 + \frac{1}{\gamma M^2} \right)^{-1} & \left\{ \frac{\varphi(\eta_1 + \psi)}{\eta_1} + \frac{\xi}{\varphi_m \gamma M^2} - \frac{\varphi}{\eta_1} F^{**} + \right. \\ & \left. + F^* \left[\frac{\varphi \psi}{\eta_1^2} - \frac{(\eta_1 + \psi)T(\lambda)}{\eta_1(\lambda^2 - 1)} + \frac{T(\lambda)}{\varphi_m(\lambda^2 - 1)} \right] \right\} \quad (4.9) \end{aligned}$$

Входящим сюда величинам λ и M можно придать индекс id , однако это не обязательно, так как уточнения, связанные с введением этого индекса, будут влиять в высшем порядке точности.

Если в (4.9) положить $F^* = F^{**} = 0$, то ζ_{Σ} будет определять только потери из-за рассеяния. Анализ показывает, что при этом результаты полностью совпадают с приведенными в предыдущих разделах.

Если же в (4.9) отбросить потери из-за рассеяния, а сохранить лишь члены при F^{**} и F^* , то получим только потери из-за вязкости

$$\zeta_{\nu} = 2 \left(1 + \frac{1}{\gamma M^2} \right)^{-1} \left\{ \frac{\varphi}{\eta_1} \delta^{**} + \delta^* \left[\left(\frac{\eta_1 + \psi}{\eta_1} - \frac{1}{\varphi_m} \right) \frac{T(\lambda)}{\lambda^2 - 1} - \frac{\varphi \psi}{\eta_1^2} \right] \right\} \quad (4.10)$$

Отметим, что если не учитывать двумерность и принять $\varphi_m = 1$, то $\eta_1 = \varphi = 1$, $\psi = 0$ и из формулы (4.10) выпадает слагаемое с δ^* , а (4.10) приводится к виду

$$\zeta_{\nu,0} = 2\delta^{**} \left(1 + \frac{1}{\gamma M^2} \right)^{-1} \quad (4.11)$$

широко применявшемуся для расчета потерь из-за вязкости в ракетных соплах с середины 50-х годов в течение нескольких десятилетий.

Результаты расчетов потерь из-за вязкости для сопел наименьшей длины представлены в таблице. Наряду с ζ_{ν} , вычисленными с учетом двумерности по параметрам в выходном сечении сопла по формуле (4.10), в следующем столбце для сравнения приведены результаты расчетов ζ_{ν} , выполненных с учетом двумерности по формуле А.А. Сергиенко [19], но с интегрированием вдоль контура сопла. В первом столбце таблицы обозначения контуров те же, что и в аннотации (I – экстремальный, II –

Контур	Y	X	$\zeta_{v,0}$	ζ_v		$\Delta_1/\Delta_2, \%$	φ	η	ψ	δ^*	δ^{**}
			Формула (4.11)	Формула (4.10)	Работа [19]						
I	3,425	4,8	0,0062	0,0091	0,0088	0,09/0	0,95	0,63	0,0025	0,0003	0,0034
II			0,0066	0,0085	0,0079		0,96	0,73	-0,0113	0,0004	0,0036
III			0,0042	0,0085	0,0088		0,89	0,42	0,0136	0,0004	0,0023
I	3,9	5,8	0,0065	0,0099	0,0095	0,11/0	0,95	0,61	0,0042	0,0005	0,0035
II			0,0068	0,0091	0,0084		0,97	0,71	-0,0082	0,0007	0,0037
III			0,0044	0,0092	0,0095		0,90	0,42	0,0130	0,0006	0,0024
I	4,85	8	0,0072	0,0113	0,0110	0,14/-0,04	0,95	0,59	0,00542	0,0008	0,0038
II			0,0072	0,0100	0,0096		0,97	0,69	-0,0051	0,0012	0,0038
III			0,0049	0,0104	0,0106		0,92	0,41	0,0117	0,0009	0,0026
I	9,218	18	0,0074	-	0,0133	0,05/0,10	-	-	-	-	-
II			0,0091	0,0135	0,0128		0,97	0,64	-0,0004	0,0025	0,0047
III			0,0064	0,0140	0,0143		0,95	0,41	0,0087	0,0018	0,0034
I	13,25	28	0,0084	-	0,0147	-0,02/0,15	-	-	-	-	-
II			0,0102	0,0156	0,0149		0,98	0,62	0,0005	0,0036	0,0053
III			0,0074	0,0158	0,0162		0,96	0,42	0,0069	0,0025	0,0038
I	18,53	42	0,0095	-	0,0170	-0,02/0,07	-	-	-	-	-
II			0,0114	0,0177	0,0172		0,98	0,61	0,0009	0,0048	0,0060
III			0,0083	0,0174	0,0177		0,96	0,43	0,0052	0,0035	0,0043
I	33,24	83,75	0,0113	-	0,0213	0,04/-0,11	-	-	-	-	-
II			0,0133	0,0212	0,0207		0,98	0,59	0,0010	0,0078	0,0063
III			0,0097	0,0199	0,0202		0,97	0,45	0,0020	0,0054	0,0050

укороченный, III – состоящий из дуг окружностей). В расчетах пограничного слоя температурный фактор принимался близким к $T_w = T/T_0 = 0,3$, где T – температура стенки, T_0 – температура торможения в пристеночном слое.

Из таблицы видно, что $\psi \ll \eta$.

В таблице Δ_1 – разница в потерях из-за трения экстремальных и укороченных сопел, Δ_2 – разница в потерях из-за трения сопел, построенных по дугам окружностей, и экстремальных.

Хорошее совпадение величин ζ_v , рассчитанных по параметрам в выходном сечении сопла (формула (4.10)) и вдоль контура (формула работы [19]) – расхождение в среднем составляет 0,02%, – свидетельствует о соблюдении закона сохранения импульса. Подобные результаты получены и при расчетах потерь в разных сечениях одного и того же сопла.

Сравнение ζ_v , вычисленных по обоим методикам, показывает, что экстремальные сопла наименьшей длины из-за влияния двумерности при $Y = 5-8$ имеют примерно на 0,1%, а при $Y > 8$ – в среднем на 0,01% большие потери из-за вязкости, чем укороченные, но суммарные потери из-за рассеяния и вязкости у экстремальных сопел – наименьшие. В то же время расчеты по формуле (4.11), выполненные без учета двумерности, дают несколько меньшие потери из-за вязкости для экстремальных сопел по сравнению с укороченными. Последний результат ранее получен и в ряде других работ (см., например, [7]).

Сопла, построенные по дугам окружностей, имеют примерно те же потери ζ_v , что и экстремальные сопла, но, как отмечалось выше, существенно большие потери из-за рассеяния (на 0,7–1%).

При определении оптимальных форм ракетных сопел, как отмечалось выше, обычно учитываются со своими эквивалентами длина, масса и диаметр выходного сечения сопла [15]. В результате оптимальное значение габаритов сопла может быть близким к соплам наименьшей длины, наименьшей массы, а также сдвигаться в сторону сопел наименьшего диаметра выходного сечения, где преимущество экстремальных сопел перед укороченными особенно мало. Тем не менее расчеты профилей сопел во всех ситуациях, как правило, удобно проводить по единой программе для экстремальных сопел, обеспечивающих наибольшую эффективность для общего случая, хотя в отдельных случаях, например при исследовании влияния некоторых факторов на характеристики двигателей, использование укороченных сопел вместо экстремальных вполне допустимо и не приводит к заметным потерям удельного импульса. Небольшое увеличение времени счета экстремальных сопел в сравнении с укороченными на современных персональных компьютерах составляет доли секунды и потому неощутимо.

Заключение. Анализ результатов расчетов ракетных сопел наименьшей длины в широком диапазоне степеней расширения показывает, что наилучшие осесимметричные сопла – экстремальные и весьма близкие к ним – укороченные, поскольку они являются экстремальными для плоских сопел. Контур, построенный методом сопряжения дуг окружностей, по тяговым характеристикам хуже экстремальных на значительную величину – 0,7–1% и их нецелесообразно использовать для ракетных сопел.

Автор благодарен А.С. Киселеву, Л.П. Верещаке за проведение ряда расчетов и А.Н. Крайко, Ю.Д. Шмыглевскому за полезное обсуждение.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-00891).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушко В.П. О наиболее выгоднейшей форме сопла // Отчет ГДЛ 1931. РНИИ "Ракетная техника". 1937. Вып. 2. С. 122–131; Глушко В.П. Путь в ракетной технике. Избр. тр. М.: Машиностроение. 1977. С. 103–109.

2. *Guderley K., Hantsch E.* Beste Formen für achsensymmetrische Überschallschubdüsen // *Z. Flugwiss.* 1955. В. 3. Н. 9. S. 305–315. = *Механика: Сб. перев. и обзоров. иностр. период. лит.-ры.* 1956. № 4. (38). С. 53–69.
3. *Шмыглевский Ю.Д.* Некоторые вариационные задачи газовой динамики осесимметричных сверхзвуковых течений // *ПММ.* 1957. Т. 21. Вып. 2. С. 195–206.
4. *Стернин Л.Е.* К расчету осесимметричного реактивного сопла наименьшего веса // *Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение.* 1959. № 1. С. 41–45.
5. *Rao G.V.R.* Exhaust nozzle contour for optimum thrust // *Jet Propuls.* 1958. V. 28. № 6. P. 377–382.
6. *Мельников Д.А., Пирумов У.Г., Сергиенко А.А.* Сопла реактивных двигателей // *Аэромеханика и газовая динамика.* М.: Наука, 1976. С. 57–75.
7. *Пирумов У.Г., Росляков Г.С.* Течения газа в соплах. М.: Изд-во МГУ, 1978. 351 с.
8. *Шмыглевский Ю.Д.* Вариационные задачи для сверхзвуковых тел вращения и сопел // *ПММ.* 1962. Т. 26. Вып. 1. С. 110–125.
9. *Шмыглевский Ю.Д.* Некоторые вариационные задачи газовой динамики. М.: ВЦ АН СССР, 1963. 142 с.
10. *Крайко А.Н., Наумова И.Н., Шмыглевский Ю.Д.* К построению тел оптимальной формы в сверхзвуковом потоке // *ПММ.* 1964. Т. 28. Вып. 1. С. 178–182.
11. *Крайко А.Н.* Вариационные задачи газовой динамики. М.: Наука, 1979. 447 с.
12. *Крайко А.Н.* Вариационные задачи сверхзвуковых течений газа с произвольными термодинамическими свойствами. М.: ВЦ АН СССР, 1963. 84 с.
13. *Стернин Л.Е.* О границе области существования безударных оптимальных сопел // *Докл. АН СССР.* 1961. Т. 139. № 2. С. 335–336.
14. *Верещака Л.П., Собачкин А.А., Стернин Л.Е.* Граница области существования безударных экстремальных осесимметричных сопел // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1991. № 2. С. 175–177.
15. *Стернин Л.Е.* Основы газовой динамики. М.: Изд-во МАИ, 1995. 332 с.
16. *Крайко А.Н., Тилляева Н.И.* Об учете неравномерности потока в минимальном сечении при оптимальном профилировании расширяющейся части сопла // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1982. № 1. С. 184–186.
17. *Стернин Л.Е.* О применимости некоторых упрощающих допущений при профилировании оптимальных ракетных сопел // *Изв. РАН. МЖГ.* 1999. № 2. С. 170–174.
18. *Киселев А.С., Стернин Л.Е.* Компактная разностная схема со скалярными прогонками для интегрирования уравнений газовой динамики // *Журн. вычисл. математики и мат. физики.* 1999. Т. 39. № 1. С. 154–162.
19. *Сергиенко А.А.* Газодинамический импульс потока в осесимметричных каналах // *Проблемы механики и теплообмена в космической технике.* М.: Машиностроение, 1982. С. 136–151.

Москва

Поступила в редакцию
8.XII.1998