

УДК 532.5.031

© 2000 г. Л.М. ЗИГАНГАРЕЕВА, О.М. КИСЕЛЕВ

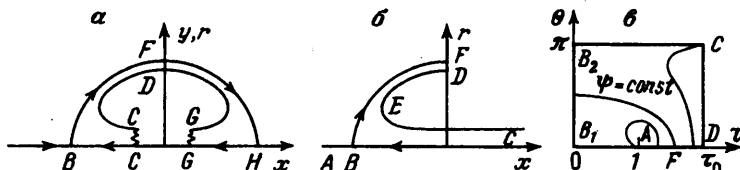
## О БЕЗОТРЫВНОМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ С ОДНОВРЕМЕННЫМ ОТБОРОМ И ВЫБРОСОМ ЖИДКОСТИ

Приведено решение предложенной Г.Ю. Степановым задачи об осесимметричном потенциальном обтекании тела вращения с каналом вдоль оси при наличии около тела зоны рециркуляционного движения и при постоянной скорости на всей твердой поверхности.

Л.И. Седовым [1] была предложена схема гидрореактивного движителя со струей, выбрасываемой из тела вперед, в направлении его движения в жидкости. Им же были отмечены трудности в достижении безотрывности обтекания кормовой части тела при реализации этой схемы [2, с. 84]. Идея Л.И. Седова получила развитие в работе [3], где рассмотрен ряд схем безотрывного обтекания тел с одновременным отбором и выбросом жидкости и приведены решения соответствующих задач для плоских течений.

Одна из схем работы [3] показана на фиг. 1, а (течение осесимметричное или плоское симметричное;  $x, y$  – декартовы координаты,  $x, r$  – цилиндрические координаты; в обоих случаях ось  $x$  – ось симметрии потока). Безграничный поток жидкости на бесконечности направлен вдоль оси  $x$  и имеет там скорость  $V = V_\infty$ ,  $CDG$  – контур обтекаемого тела. Между сечениями  $CC$  и  $GG$  расположен водяной насос, под действием которого струя жидкости, ограниченная контурами  $CBFHHG$  и  $CDG$ , совершает рециркуляционное движение с постоянной скоростью  $V = V_+ > V_\infty$  на границе  $CDG$ . Согласно [3], в "реальной, маловязкой жидкости эта рециркуляция (на поддержание которой необходимо затратить определенную мощность) обеспечивает безотрывное обтекание кормовой части тела и практически устраняет сопротивление давления". Для упрощения анализа в [3] предложено считать канал внутри тела состоящим из двух отдельных симметричных полубесконечных каналов отбора ( $GGH$ ) и выброса ( $CCB$ ), а постоянные Бернулли струи и внешнего потока – равными (скорость не терпит разрыва при переходе через поверхность  $BFH$ ). В этих предположениях задача о плоском течении по схеме фиг. 1, а решена в [3] для ряда значений  $V_+/V_\infty$ . Ниже дается решение задачи об осесимметричном течении по той же схеме.

1. Рассматривается осесимметричное потенциальное течение идеальной несжимаемой жидкости по описанной выше схеме (фиг. 1). Пусть  $\tau = V/V_\infty$ ,  $\tau_0 = V_+/V_\infty$ ,  $\theta$  – угол наклона вектора скорости к оси  $x$ ,  $A$  и  $C$  – бесконечно удаленные точки внешнего



Фиг. 1. Схема течения (а, б) и область  $\Sigma$  в плоскости переменных  $\tau, \theta$  (в)

потока и канала выброса. В меридианной полуплоскости цилиндрических координат  $\lambda, r$  область течения двулистка и симметрична относительно оси  $r$ . Части области течения, показанной на фиг. 1, б, в плоскости переменных  $\tau, \theta$  соответствует прямоугольник  $\Sigma = \{(\tau, \theta) | 0 < \tau < \tau_0, 0 < \theta < \pi\}$ , причем критической точке  $B$  отвечает отрезок  $B_1 B_2$  (фиг. 1, в).

Функция тока  $\psi$  вводится с помощью соотношений

$$\tau \cos \theta = \frac{1}{r} \psi_r, \quad \tau \sin \theta = -\frac{1}{r} \psi_x$$

где частные производные по  $x, r, \tau, \theta$  отмечены нижними индексами. Функции  $\psi$  и  $Y = \tau r^2/2$  связаны уравнением

$$R = R(\psi, Y) = \sin \theta S^2 L - P_\theta S + P S_\theta = 0 \quad (1.1)$$

$$L = L(\psi) = \psi_{\theta\theta} + \tau^2 \psi_{\tau\tau} + \tau \psi_\tau$$

$$P = P(\psi) = \sin^2 \theta (\tau^2 \psi_\tau^2 + \psi_\theta^2), \quad S = S(\psi, Y) = 2Y + \psi_\theta \sin \theta$$

Кроме того, справедливы соотношения

$$\left\{ \begin{matrix} x_\tau \\ r_\tau \end{matrix} \right\} = \frac{1}{r\tau^2} \left( -\psi_\theta \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} + \frac{P}{S} \begin{Bmatrix} \operatorname{ctg} \theta \\ 1 \end{Bmatrix} \mp \tau \psi_\tau \begin{Bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{Bmatrix} \right) \quad (1.2)$$

$$\left\{ \begin{matrix} x_\theta \\ r_\theta \end{matrix} \right\} = \frac{1}{r\tau} \left( \tau \psi_\tau \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} \mp \psi_\theta \begin{Bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{Bmatrix} \right)$$

Более общие, чем (1.1), (1.2), выражения, справедливые для осесимметричного потенциального баротропного течения сжимаемой жидкости, были получены в [4] (см. также [5]).

Граничные условия для  $\psi$  имеют вид

$$\psi = 0, (\tau, \theta) \in AB_1 B_2 C; \quad \psi = -\beta, (\tau, \theta) \in CD; \quad \psi_\theta = 0, (\tau, \theta) \in AD \quad (1.3)$$

где  $\beta = \text{const} > 0$  (последнее из условий (1.3) – условие симметрии потока).

С помощью (1.2), (1.3) функцию  $Y$  можно выразить через  $\psi$ , причем не единственным образом. В частности, справедливы равенства

$$Y = Y(\psi) = \psi \cos \theta + \int_{\pi}^{\theta} (\psi + \tau \psi_\tau) \sin \theta d\theta \quad (1.4)$$

$$Y = Y(\psi) = \psi \cos \theta + \int_0^{\theta} (\psi + \tau \psi_\tau) \sin \theta d\theta + \tau \int_1^{\tau} \frac{1}{\tau^2} \psi \Big|_{\theta=0} d\tau \quad (1.5)$$

В результате подстановки (1.4) в (1.1) получается интегродифференциальное уравнение относительно  $\psi$ . Соотношения (1.1), (1.3)–(1.5) определяют краевую задачу для функции  $\psi$  в области  $\Sigma$ .

2. Две точки в плоскости  $\tau, \theta$  являются особыми для функции  $\psi$  при приближении к точке  $A(\tau=1, \theta=0)$  почти по всем направлениям  $\psi \rightarrow \infty$ , при приближении к точке  $C(\tau=\tau_0, \theta=\pi)$  предельное значение  $\psi$  содержится в интервале  $[-\beta, 0]$  и зависит от направления подхода к этой точке.

Для описания функции  $\psi$  в окрестности точки  $A$  вводим переменные

$$\sigma = (\zeta_a^2 + \eta_a^2)^{1/2}, \quad \omega = \operatorname{arctg}(\eta_a / \zeta_a), \quad \zeta_a = \tau - 1, \quad \eta_a = \theta$$

Очевидно, что  $\sigma$  и  $\omega$  – расстояние до начала координат и центральный угол в плоскости переменных  $\zeta_a, \eta_a$ ;  $\omega = \pi$  на  $AB_1$ ,  $\omega = 0$  на  $AD$ . Будем искать главный член асимптотического разложения функции  $\psi$  по малому параметру  $\sigma$  в виде

$\psi_1^{(a)} = \sigma^{-n} f_1(\omega)$ , где  $n = \text{const} > 0$ . Используя равенства

$$\tau - 1 = \sigma \cos \omega, \quad \theta = \sigma \sin \omega, \quad \sigma_\theta = \sin \omega$$

$$\sigma_\tau = \cos \omega, \quad \omega_\theta = \sigma^{-1} \cos \omega, \quad \omega_\tau = -\sigma^{-1} \sin \omega$$

и (1.5), можно убедиться, что при  $\psi_1^{(a)} = \sigma^{-n} f_1(\omega)$

$$Y(\psi_1^{(a)}) = Y_1 + \Delta Y_1, \quad Y_1 = \psi_1^{(a)} = \sigma^{-n} f_1, \quad \Delta Y_1 = O(\sigma^{-n+1})$$

$$L(\psi_1^{(a)}) = L_1 + \Delta L_1, \quad \Delta L_1 = O(\sigma^{-n-1}).$$

$$L_1 = \psi_{1\theta\theta}^{(a)} + \psi_{1\tau\tau}^{(a)} = \sigma^{-n-2} (n^2 f_1 + f_1'')$$

$$P(\psi_1^{(a)}) = P_1 + \Delta P_1, \quad \Delta P_1 = O(\sigma^{-2n+1})$$

$$P_1 = \theta^2 [(\psi_{1\tau}^{(a)})^2 + (\psi_{1\theta}^{(a)})^2] = \sigma^{-2n} \sin^2 \omega (n^2 f_1^2 + f_1'^2)$$

$$S(\psi_1^{(a)}) = S_1 + \Delta S_1, \quad \Delta S_1 = O(\sigma^{-n+1})$$

$$S_1 = 2Y_1 + \theta \psi_{1\theta}^{(a)} = \sigma^{-n} [(2 - n \sin^2 \omega) f_1 + \sin \omega \cos \omega f_1']$$

$$R(\psi_1^{(a)}) = R_1 + \Delta R_1, \quad \Delta R_1 = O(\sigma^{-3n})$$

$$R_1 = \theta S_1^2 L_1 - P_{1\theta} S_1 + P_1 S_{1\theta} = O(\sigma^{-3n-1})$$

$$R(\psi) = R(\psi, Y(\psi)), \quad S(\psi) = S(\psi, Y(\psi))$$

Приравняв нулю  $R_1$  – главный член в разложении  $R(\psi_1^{(a)})$  по степеням  $\sigma$ , получим дифференциальное уравнение

$$\begin{aligned} & [4 + (n^2 - 4n) \sin^2 \omega] f_1^2 f_1'' + [(4 + 2n - n^2) \sin^2 \omega - 4] f_1 f_1'^2 + \\ & + \sin \omega \cos \omega (f_1'^3 + n^2 f_1^2 f_1') + (4n^2 - 2n^3) \sin^2 \omega f_1^3 = 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Из равенств  $\psi = 0$  на  $AB_1$ ,  $\psi_\theta = 0$  на  $AD$  для  $f_1(\omega)$  следуют условия

$$f_1(\pi) = 0, \quad f_1'(0) = 0 \quad (2.2)$$

Кроме того, надо потребовать выполнения условия

$$f_1(\omega) > 0, \quad \omega \in [0, \pi) \quad (2.3)$$

(функция  $\psi$  неотрицательна в окрестности точки  $A$ ).

Анализ показывает, что при  $n > 0$  краевая задача (2.1)–(2.3) имеет единственное решение, которое находится с точностью до постоянного положительного множителя  $\gamma$  при  $f_1$

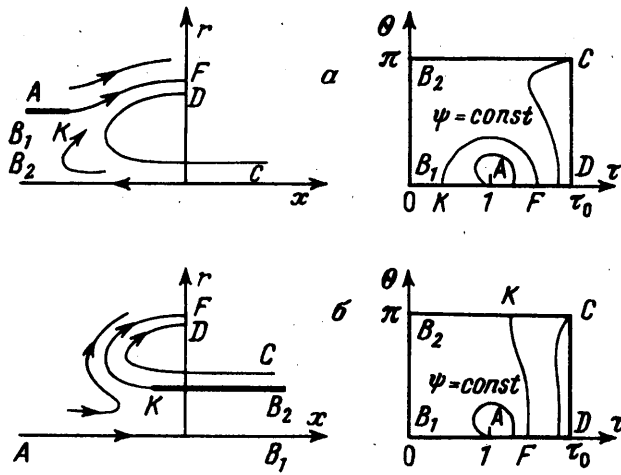
$$n = 2/3, \quad f_1(\omega) = \gamma \varphi(\omega) [1 - \frac{3}{8} \varphi(\omega)]^{1/3} \quad (2.4)$$

$$\varphi(\omega) = 1 + \frac{1}{3} \sin^2 \omega + \cos \omega (1 - \frac{1}{9} \sin^2 \omega)^{1/2}$$

Таким образом, главный член асимптотического разложения функции тока  $\psi$  по малому параметру  $\sigma$  имеет вид  $\psi_1^{(a)} = \sigma^{-2/3} f_1(\omega)$ , где функция  $f_1(\omega)$  определена равенствами (2.4).

Для описания функции  $\psi$  в окрестности точки  $C$  введем переменные

$$\lambda = (\zeta_c^2 + \eta_c^2)^{1/2}, \quad \mu = \text{arctg}(\eta_c / \zeta_c), \quad \zeta_c = \tau - \tau_0, \quad \eta_c = \theta - \pi$$



Фиг. 2. Общая схема течения:  $a - \gamma/\beta < \delta$ ,  $b - \gamma/\beta > \delta$

где  $\mu = -\pi$  на  $B_2C$ ,  $\mu = -\pi/2$  на  $CD$ . Главный член асимптотического разложения функции  $\psi$  по малому параметру  $\lambda$  будем искать в виде  $\psi_1^{(c)} = -\beta g_1(\mu)$ . Приравняв нулю главный член в разложении  $R(\psi_1^{(c)})$  по степеням  $\lambda$  (член порядка  $\lambda^{-1}$ ), и используя граничные условия  $\psi = 0$  на  $B_2C$  и  $\psi = -\beta$  на  $CD$ , получим для  $g_1(\mu)$  задачу

$$4g_1^2 g_1'' - 4\cos^2 \mu g_1 g_1'^2 + \sin \mu \cos \mu g_1'^3 = 0 \quad (2.5)$$

$$g_1(-\pi) = 0, \quad g_1(-\pi/2) = 1$$

Уравнение (2.5) эквивалентно (2.1) при  $n = 0$ .

Краевая задача (2.5) имеет единственное решение, которое находим численным интегрированием. Для концов интервала  $-\pi \leq \mu \leq -\pi/2$  справедливы разложения

$$g_1(-\pi + t) = q^2 \left( t^2 - \frac{1}{3} t^4 + \frac{23}{180} t^6 - \frac{113}{2520} t^8 + \dots \right)$$

$$g_1(-\pi/2 - t) = 1 - qt - \frac{1}{24} q^3 t^3 + \left( \frac{1}{12} q^2 - \frac{1}{24} q^4 \right) t^4 +$$

$$+ \left( \frac{7}{120} q^3 - \frac{27}{640} q^5 \right) t^5 + \dots, \quad q = 0,83166112 \quad (2.6)$$

Отыскание асимптотических разложений функции  $\psi$  по параметрам  $\sigma$  и  $\lambda$  в окрестности точек  $A$  и  $C$  можно продолжить (см. [5]), однако найденных выражений для  $\psi_1^{(a)}$  и  $\psi_1^{(c)}$  достаточно для вычислений.

Граничным условиям (1.3) при наличии описанных особенностей в точках  $A$  и  $C$  соответствует, вообще говоря, более общая схема течения, чем выбранная здесь; два возможных варианта этой общей схемы показаны на фиг. 2. Выбранная схема отличается от изображенных на фиг. 2 тем, что для нее  $Y|_{AB_1} = Y|_{B_2C} = 0$  или, согласно (1.3)–(1.5)

$$\int_0^\pi (\psi + \tau \psi_\tau) \sin \theta d\theta = 0, \quad 0 < \tau < 1 \quad (2.7)$$

Для выбранной схемы течения между параметром  $\gamma$ , входящим в выражение (2.4), и параметром  $\beta$ , входящим в граничные условия (1.3), существует связь вида  $\gamma/\beta = \delta$ ,

где  $\delta$  – параметр, зависящий от  $\tau_0$ . Для схемы фиг. 2, а  $\gamma/\beta < \delta$ , а для схемы фиг. 2, б  $\gamma/\beta > \delta$ .

3. Уравнение (1.1) можно записать в виде

$$L(\psi) = N(\psi), \quad N(\psi) = (SP_\theta - PS_\theta)(S^2 \sin \theta)^{-1}$$

Решение задачи ищем в виде  $\psi = \psi^0 + \chi$ ,  $\psi^0 = \psi_1^{(a)} + \psi_1^{(c)}$ . Для определения функции  $\chi = \psi - \psi^0$ , являющейся решением задачи

$$L(\chi) = N(\psi^0 + \chi) - L(\psi^0), \quad (\tau, \theta) \in \Sigma$$

$$\chi = -\psi^0, \quad (\tau, \theta) \in AB_1B_2C; \quad \chi = -\beta - \psi^0, \quad (\tau, \theta) \in CD$$

$$\chi_\theta = -\psi_\theta^0, \quad (\tau, \theta) \in AD$$

используем метод конечных разностей.

Определение  $\chi$  при заданных параметрах  $\gamma$  и  $\beta$  сводится к решению итерационной последовательности линейных разностных краевых задач;  $(n+1)$ -е приближение искомой функции  $\chi^{(n+1)}$  находится по схеме

$$\chi^{(n+1)} = (1-w)\chi^{(n)} + w\chi^{(n+1/2)}, \quad 0 < w \leq 1, \quad n = 0, 1, \dots$$

причем за  $\chi^{(n+1/2)}$  принимается решение разностной задачи для уравнения

$$L(\chi) = N(\psi^0 + \chi^{(n)}) - L(\psi^0)$$

Произведем преобразование переменных

$$\xi = \frac{\ln[(\alpha + \tau/\tau_0)/(\alpha - \tau/\tau_0)]}{\ln[(\alpha + 1)/(\alpha - 1)]}, \quad \eta = \frac{\theta}{\pi}, \quad \alpha > 1$$

переводящее область  $\Sigma$  в квадрат  $\Sigma_1 = \{(\xi, \eta) \mid 0 < \xi < 1, 0 < \eta < 1\}$ ; параметр  $\alpha$  определяется из условия перехода особой точки  $A$  в узловую точку, ближайшую к точке  $\xi = 1/\tau_0$ ,  $\eta = 0$ . В области  $\Sigma_1$  применяется пятиточечная конечно-разностная схема на равномерной прямоугольной сетке. Для ее реализации используем метод последовательной верхней релаксации (некоторые детали, связанные с определением  $\chi$ , можно найти в [5]).

При фиксированном  $\gamma$  нужное значение  $\beta$  отыскивается в процессе итераций из условия (2.7), взятого при некотором фиксированном значении  $\tau$ . После нахождения  $\psi(\tau, \theta)$  величины  $x$ ,  $r$  определяются во всех узлах сетки интегрированием выражений (1.2) с применением сплайн-аппроксимации сеточных значений  $\psi$  для вычисления  $\psi_\tau$ ,  $\psi_\theta$ . Координаты кривой  $BF$ , на которой  $\psi = 0$ , находим с помощью интерполяции.

Равенство (1.4) при учете (1.3) дает

$$\frac{r_c}{r} \Big|_{DC} = \left( 1 + \frac{\tau_0}{\beta} \int_{\pi}^{\theta} \psi_\tau \Big|_{DC} \sin \theta d\theta \right)^{-1/2} = F(\theta) \quad (3.1)$$

$$r_c^2 = \frac{2\beta}{\tau_0}, \quad \frac{r_c}{r_d} = F(0)$$

где  $r_c$  и  $r_d$  – значения  $r$  в точках  $C$  и  $D$  соответственно. Согласно (1.2)

$$(x_\theta^2 + r_\theta^2) \Big|_{DC} = \frac{1}{r^2} \psi_\tau^2 \Big|_{DC} \quad (3.2)$$

Пусть  $s$  – дуговая абсцисса кривой  $DC$ , отсчитываемая от точки  $D$ . С учетом того что

$\Psi_{\tau}|_{DC} < 0$ , из (3.1), (3.2) следует

$$\frac{ds}{d\theta} = -\frac{1}{r} \Psi_{\tau} \Big|_{DC}$$

$$\frac{1}{r_d} \frac{ds}{d\theta} = -\frac{\tau_0}{2\beta} F(\theta) F(0) \Psi_{\tau} \Big|_{DC} = U(\theta)$$

$$\frac{x}{r_d} \Big|_{DC} = -\int_{\pi}^{\theta} U(\theta) \cos \theta d\theta, \quad \frac{r}{r_d} \Big|_{DC} = 1 - \int_{\pi}^{\theta} U(\theta) \sin \theta d\theta \quad (3.3)$$

Поскольку  $\Psi_{1\tau}^{(c)} = -\beta g_1' \lambda^{-1} \sin \mu$ , то, согласно (2.6)

$$\Psi_{1\tau}^{(c)} \Big|_{DC} = -\beta q (\pi - \theta)^{-1}$$

При  $\theta \rightarrow \pi$   $\Psi_{\tau} \Big|_{DC} \sim \Psi_{1\tau}^{(c)} \Big|_{DC}$ , поэтому при вычислении интегралов, входящих в (3.1), (3.3),

на интервале  $\pi - \Delta\theta < \theta < \pi$  полагаем  $\Psi_{\tau} \Big|_{DC} = -\beta q (\pi - \theta)^{-1}$  ( $\Delta\theta$  – шаг по  $\theta$ ). Формулы (3.1), (3.3) применяются для определения формы кривой  $DC$ .

4. Расчеты проводились на сетке, содержащей 50 шагов по оси  $\xi$  и 100 шагов по оси  $\eta$ . Для найденных решений условия  $r/r_d = 0$  при  $\theta = \pi$ ,  $0 < \tau < \tau_0$  и  $r/r_d = 0$  при  $\theta = 0$ ,  $0 < \tau < 0,9$  выполняются с погрешностью, не превышающей 0,01; в окрестности бесконечно удаленной точки  $A$  (при  $\theta = 0$ ,  $0,9 < \tau < 1$ ) погрешность, как правило, возрастает.

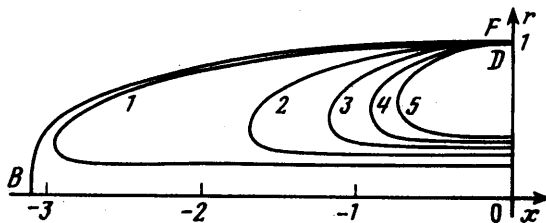
Пусть  $R$  – радиус кривизны кривой  $DC$ ;  $E$  – точка на  $DC$ , в которой  $\theta = \pi/2$ ;  $F$  – точка пересечения линии тока  $\psi = 0$  с осью  $r$ ;  $R_e$  и  $R_d$  – значения  $R$  в точках  $E$  и  $D$ ;  $x_b$  и  $x_e$  – значения  $x$  в точках  $B$  и  $E$ ;  $r_e$  и  $r_f$  – значения  $r$  в точках  $E$  и  $F$ ;  $r_d = 1$ . Таблица 1 содержит найденные значения  $R_e$ ,  $R_d$ ,  $x_b$ ,  $x_e$ ,  $r_e$ ,  $r_f$ ,  $r_c$  для ряда значений  $\tau_0 = V_+/V_{\infty}$  ( $R_e = U(\pi/2)$ ,  $R_d = U(0)$ ). На фиг. 3 показаны формы кривой  $DC$  для некоторых значений  $\tau_0$  и кривая  $BF$  для  $\tau_0 = 1,1$ . В точке с координатой  $x = 0$  на участке  $EC$  кривой  $DC$  угол  $\theta$  практически не отличается от  $\pi$  для всех рассмотренных значений  $\tau_0$ . Это обстоятельство подтверждает возможность использования принятой схемы для моделирования каналов отбора и выброса.

Функция  $U(\theta)$  аппроксимирована с высокой точностью выражением

$$U(\theta) = \left[ \sum_{n=1}^{15} a_n \sin n\theta + k(1 - \theta/\pi) \right]^{-1} \quad (4.1)$$

Значения коэффициентов  $a_n$  и  $k$  приведены в табл. 2.

При  $V_+/V_{\infty} = 1,25$  и  $1,5$  найденные результаты можно сравнить с результатами [3], полученными при решении задачи о плоском течении по выбранной схеме.



Фиг. 3. Форма кривой  $BF$  при  $\tau_0 = 1,1$  и кривых  $DC$  ( $x \leq 0$ ) при  $\tau_0 = 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5$  (кривые 1–5)

Таблица 1

$V_+/V_\infty$	$U_d$	$U_e$	$x_e$	$x_b$	$r_e$	$r_f$	$r_c$
1,1	12,322	0,1066	-2,9721	-3,0976	0,3250	1,0201	0,2007
1,15	7,2783	0,1255	-2,1554	-2,3072	0,3876	1,0282	0,2392
1,2	4,8483	0,1390	-1,6885	-1,8618	0,4368	1,0361	0,2702
1,25	3,5309	0,1492	-1,3886	-1,5821	0,4770	1,0433	0,2958
1,3	2,7196	0,1569	-1,1788	-1,3887	0,5109	1,0498	0,3176
1,35	2,1815	0,1630	-1,0240	-1,2534	0,5399	1,0557	0,3364
1,4	1,8065	0,1675	-0,9054	-1,1499	0,5652	1,0611	0,3530
1,5	1,3189	0,1737	-0,7345	-1,0063	0,6073	1,0711	0,3810

Таблица 2

$V_+/V_\infty$	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,5
$k$	0,0812	0,1374	0,2063	0,2832	0,3677	0,4584	0,5539	0,7582
$a_1$	8,9341	7,5537	6,7779	6,2688	5,9070	5,6363	5,4269	5,1207
$a_2$	-3,6811	-3,0149	-2,6295	-2,3656	-2,1679	-2,0136	-1,8868	-1,6877
$a_3$	-0,4616	-0,3934	-0,3605	-0,3384	-0,3247	-0,3144	-0,3078	-0,2993
$a_4$	0,1106	0,0806	0,0683	0,0593	0,0520	0,0462	0,0413	0,0340
$a_5$	-0,0794	-0,0698	-0,0645	-0,0625	-0,0604	-0,0593	-0,0584	-0,0578
$a_6$	0,0357	0,0263	0,0217	0,0190	0,0162	0,0142	0,0124	0,0101
$a_7$	-0,0308	-0,0276	-0,0261	-0,0248	-0,0241	-0,0236	-0,0232	-0,0227
$a_8$	0,0101	0,0120	0,0097	0,0084	0,0073	0,0065	0,0058	0,0047
$a_9$	-0,0171	-0,0144	-0,0132	-0,0132	-0,0126	-0,0123	-0,0120	-0,0117
$a_{10}$	0,0102	0,0068	0,0057	0,0051	0,0042	0,0039	0,0034	0,0031
$a_{11}$	-0,0077	-0,0090	-0,0087	-0,0081	-0,0077	-0,0076	-0,0071	-0,0070
$a_{12}$	0,0042	0,0048	0,0040	0,0036	0,0031	0,0029	0,0025	0,0023
$a_{13}$	-0,0066	-0,0062	-0,0054	-0,0055	-0,0052	-0,0051	-0,0049	-0,0047
$a_{14}$	0,0007	0,0037	0,0030	0,0029	0,0026	0,0025	0,0022	0,0018
$a_{15}$	-0,0019	-0,0047	-0,0045	-0,0044	-0,0040	-0,0039	-0,0037	-0,0036

Осесимметричные тела примерно в 3 раза короче и имеют примерно в 3 раза более толстый канал, чем соответствующие плоские конфигурации.

Тело, ограниченное поверхностью тока  $\psi = 0$ , довольно близко по форме к эллипсоиду вращения той же длины, для которого безразмерная скорость осесимметричного потока в миделевом сечении совпадает с соответствующим значением  $V_+/V_\infty$ , а эксцентриситет  $e$  определяется из условия

$$\frac{V_+}{V_\infty} = e^3 \left[ e - \frac{1}{2}(1 - e^2) \ln \frac{1+e}{1-e} \right]^{-1}$$

(см., например, [6]). Построенное тело несколько толще соответствующего эллипсоида, а его образующая имеет больший радиус кривизны в точках пересечения с осями  $x$  и  $z$ .

**Заключение.** Необходимым шагом при решении вопроса о практическом применении рассмотренной схемы является расчет пограничного слоя и сопротивления трения при обтекании тела вязкой жидкостью при реально больших числах Рейнольдса. Формулы (3.3), (4.1) совместно с табл. 2 позволяют восстановить форму тела и выполнить такой расчет.

Численно-аналитический метод, использованный в работе, применим к исследованию широкого класса осесимметричных струйных течений как несжимаемой, так и сжимаемой жидкости (см. [5,7]).

Авторы благодарны Г.Ю. Степанову за предоставленную возможность ознакомиться с работой [3] до ее выхода из печати и за полезные советы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-00173).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Седов Л.И. Об обтекании идеальной жидкостью тела со встречной струей // Докл. АН СССР. 1972. Т. 206. № 1. С. 41–42.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1976. 573 с.
3. Степанов Г.Ю. Построение безотрывно обтекаемых тел в комплексе с движителем // Современные проблемы механики: Сборник к 90-летию Л.И. Седова. М.: НИИМех МГУ, 1998. С. 108–115.
4. Fenain M., Dutouquet L., Solignac J.-L. Calcul des performances d'une tuyère propulsive convergente. Comparaison avec l'expérience // Rech. Aérospat. 1974. № 5. P. 261–276.
5. Зигангареева Л.М., Киселев О.М. О расчете кавитационного обтекания кругового конуса дозвуковым потоком сжимаемой жидкости // ПММ. 1994. Т. 58. Вып. 4. С. 93–107.
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
7. Зигангареева Л.М., Киселев О.М. О полубесконечных телах вращения, обтекаемых с максимальным критическим числом Маха // ПММ. 1997. Т. 61. Вып. 1. С. 97–107.

Казань

Поступила в редакцию  
1.XII.1998