

УДК 533.6.011.55:533.6.011.8

© 2000 г. А.И. ЕРОФЕЕВ, В.П. ПРОВТОРОВ

## ОСОБЕННОСТИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРИ УМЕРЕННЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Рассматривается обтекание плоской пластины с поперечной преградой и пластины с изломом образующей (угол сжатия) гиперзвуковым потоком разреженного газа при числах Рейнольдса  $Re \leq 10^4$ . Методом прямого статистического моделирования Монте-Карло исследуются характеристики возникающего отрывного течения в зависимости от числа  $Re$ , температуры поверхности, величины преграды и внутренних степеней свободы молекул. Проводится сопоставление с аналогичными течениями при больших числах  $Re$ . Рассматривается возможность использования критериев подобия, полученных для континуального режима течения.

Исследованию ламинарных и турбулентных течений с отрывом пограничного слоя при больших числах Рейнольдса ( $Re \geq 10^5$ ) посвящено большое число работ (см., например, [1, 2]). Первые систематические экспериментальные исследования различного рода двумерных отрывных сверхзвуковых течений газа и попытки теоретического обоснования их особенностей были предприняты в 50-е годы. Для пластины с изломом образующей в экспериментах получен ряд качественных закономерностей. Показано, что характеристики отрыва не зависят от причины, инициировавшей это явление, будь то выступ, угол сжатия или падающая ударная волна. В таких течениях давление в возмущенной зоне самоиндуцированное, а параметры течения за областью отрыва меняют лишь условия присоединения потока и размеры этой области [3].

При развитом отрыве значительную часть зоны отрыва занимает низкоскоростной поток, в котором не могут иметь места значительные перепады давления. Поэтому развитая отрывная зона – это почти изобарическая область с распределением давления на поверхности в виде плато, которое характеризуется величиной  $p_p$ . Давление в области отрыва связано с коэффициентом трения соотношением [3]

$$(p - p_0) / p_0 \sim (C_{f0} / \beta)^{1/2}, \quad \beta = (M_0^2 - 1)^{1/2}$$

где  $p_0$ ,  $C_{f0}$  – давление и коэффициент трения на пластине в начале области взаимодействия. Наконец, тепловой поток к пластине в предотрывной области, непосредственно примыкающей к точке (линии) отрыва, резко уменьшается по сравнению со значением на пластине без преграды.

Наиболее точное решение проблемы отрыва получено в рамках асимптотической теории [4, 5] методом сращиваемых асимптотических разложений. Так, предельное асимптотическое решение, которое описывает течение около точки отрыва пограничного слоя, получено сращиванием трех асимптотических рядов для слоев течения с различными характерными толщинами (трехслойная модель). Основным моментом, который позволяет правильно описать механизм отрыва пограничного слоя от гладкого участка поверхности обтекаемого тела и механизм передачи возмущений вверх по течению при сверхзвуковом внешнем потоке, является учет сильного, хотя чаще всего локального взаимодействия пристеночной вязкой части течения с внеш-

ними локально-невязкими частями и невязким потоком. Кроме того, в рамках этой схемы получены решения не только для малой окрестности точки отрыва, но и для более широкого класса течений, которые характеризуются малой амплитудой, но вместе с тем большими градиентами давления и передачей возмущений вверх по течению на относительно небольшие длины ( $\delta x \sim Re^{-3/8}$ ). На основе асимптотического подхода получены некоторые универсальные соотношения, определяющие критерии подобия для рассматриваемых задач.

С уменьшением числа  $Re$  течения газа характеризуются рядом особенностей, таких, как сильное влияние вязкости практически во всей возмущенной области течения, наличие эффектов скольжения и скачка температур на поверхности обтекаемого тела, а также неравновесный характер течения даже в поступательных степенях свободы, которые могут оказать влияние на характеристики отрывного течения.

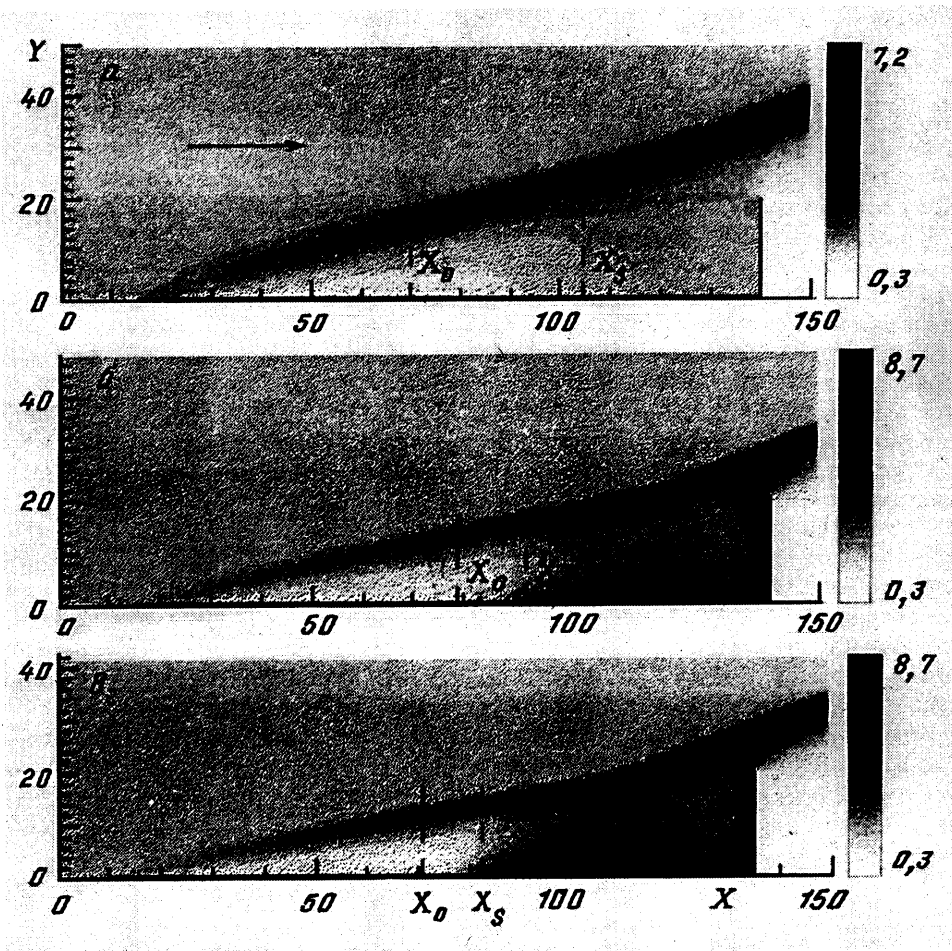
При малых числах  $Re$  в [6, 7] при исследовании аэродинамических характеристик простых тел с изломом образующих их поверхностей получены отрывные зоны, однако анализ условий возникновения таких зон и особенностей изменения параметров течения не проводился.

Влияние степени разреженности потока на отмеченные особенности и другие характеристики отрывных течений рассматривается в данной работе. Кроме того, важно установление критериев подобия и, в частности, выявление возможности применения при обтекании разреженным газом параметров подобия, определенных в континуальном режиме. Для случая обтекания невогнутых тел этот вопрос исследовался, например, в [8]. Ниже этот вопрос рассматривается на основе критериев подобия, полученных в рамках асимптотической теории [9].

**1. Постановка и решение задачи методом прямого статистического моделирования Монте-Карло.** Решение задачи об обтекании плоской пластины бесконечного размаха длины  $L$  с плоской поперечной преградой высотой  $H$  или угла сжатия гиперзвуковым потоком газа при числах  $Re_\infty \leq 1,5 \cdot 10^4$  проводилось методом Монте-Карло [10, 11]. Для общего представления о геометрии и структуре течения на фиг. 1 приведена картина (томограмма) распределения плотности, полученная в результате решения задачи об обтекании пластины с поперечной преградой.

Подробное описание используемого варианта метода расчета для задач гиперзвукового обтекания тел содержится в [12]. Здесь лишь отметим, что в этом варианте реальный газ заменяется ансамблем моделирующих его частиц. Область течения разбивается на ячейки размером  $d < \lambda$ , где  $\lambda$  – местная длина свободного пробега молекул. Движение частиц и столкновения между ними проводятся последовательно на временном шаге  $\Delta t < \tau$ , где  $\tau$  – среднее время свободного пробега частиц, причем сталкиваться могут только те частицы, которые находятся в одной геометрической ячейке. За время  $\Delta t$  часть частиц покидает расчетную область, а с границы вбрасывается некоторое число частиц в соответствии с граничной функцией распределения.

Задача решается методом установления: по прошествии некоторого достаточно большого числа шагов в системе устанавливается квазистационарное состояние, в котором проводятся сбор и анализ информации о поле течения, силовом и тепловом воздействии потока газа на обтекаемое тело. Поскольку в установившемся течении длины пробега молекул могут сильно различаться в различных зонах, то возникает необходимость подстройки размеров ячеек так, чтобы выполнялось соотношение  $d < \lambda$ . Такая подстройка проводится итерационным методом: сначала задается некоторая сетка с начальным шагом  $d_0$ , на которой получается квазистационарное решение, затем это решение используется для получения величин  $\lambda$  в каждой ячейке и при необходимости проводится дробление ячейки так, чтобы выполнялось указанное выше условие  $d_1 < \lambda$ . Дробление первоначально заданных ячеек проводится в направлении наибольшего градиента плотности газа. Затем задача решается на новой сетке и т.д.,



Фиг. 1. Томограмма распределения плотности ( $M_\infty = 23$ ,  $Re_\infty = 10^4$ ,  $\gamma = 1,4$ ,  $h = 0,16$ ): а -  $t_w = 1$ , б -  $0,2$ , в -  $0,05$

пока не будет достигнуто совпадение решений на последующих итерациях. При обтекании невогнутых тел обычно достаточно 2–3 итераций. При решении данной задачи число итераций составляло 3–5 в зависимости от величины параметров: чисел  $M$ ,  $Re$ , отношения  $h = H/L$  (или величины угла сжатия и длин его сторон), температурного фактора  $t_w = T_w/T_0$ , где  $T_w$  – температура стенки,  $T_0$  – температура торможения. В зависимости от вариантов расчета поле течения содержит примерно  $2 \cdot 10^5$  ячеек, при этом число Кнудсена, определенное по размеру ячейки,  $Kn_{\infty d} = \lambda_\infty/d_0 \approx 2$  при  $Re_\infty = 10^4$ .

Сечение столкновения молекул определялось на основе модели сфер переменного диаметра для степенного потенциала взаимодействия частиц  $U(r) \sim r^{-s}$ . Для этой модели зависимость коэффициента вязкости от температуры имеет вид  $\mu \sim T^\omega$ ,  $\omega = 1/2 + 2/s$ . Здесь  $s = 10$ , что хорошо аппроксимирует температурную зависимость коэффициента вязкости азота при  $T \geq 300$  К.

Рассматривалось течение одноатомного газа и газа с вращательными степенями свободы, при этом использовалась модель Ларсена–Боргнакке [13] с параметром вращательной релаксации  $Z_R \approx 6$  и 3, т.е. в последнем случае газ может рассматриваться как совершенный с отношением удельных теплоемкостей  $\gamma = 1,4$  (ниже в тексте и на фигурах независимо от величины  $Z_R$  газ с вращательными степенями свободы обозначается параметром  $\gamma = 1,4$  в отличие от  $\gamma = 5/3$  для одноатомного газа.

В качестве граничных условий на поверхности пластин принималось диффузное отражение молекул с коэффициентом аккомодации, равным единице.

В процессе расчета определялись параметры газа в поле течения: плотность  $n$ , компоненты средней скорости  $U_i$ , поступательная  $T_{tr}$  и вращательная  $T_R$  температуры, а также температуры газа в направлениях координатных осей

$$kT_{ii} = m \int (\xi_i - U_i)^2 f(\xi) d\xi$$

где  $m$ ,  $\xi_i$  – масса и компоненты скорости молекул,  $f(\xi)$  – функция распределения молекул по скоростям,  $k$  – постоянная Больцмана. На поверхности пластин вычислялись потоки импульса и энергии

$$P_n = m \int \xi_n \xi_n f(\xi, E_R) d\xi dE_R, \quad P_\tau = m \int \xi_n \xi_\tau f(\xi, E_R) d\xi dE_R$$

$$Q = \int \left( \frac{m\xi^2}{2} + E_R \right) \xi_n f(\xi, E_R) d\xi dE_R$$

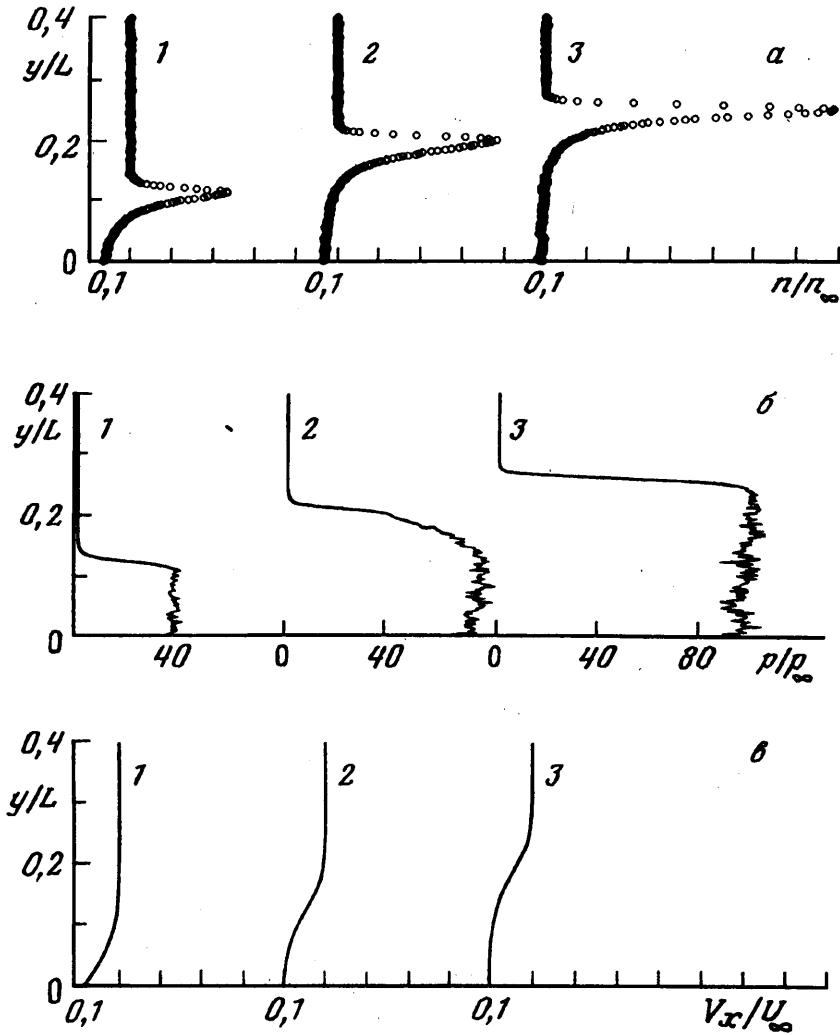
и поверхностные значения плотности  $n_w$ , тангенциальной скорости  $U_{tw}$ , поступательной  $T_{trw}$  и вращательной  $T_{Rw}$  температур газа, определяемые через функции распределения падающих и отраженных от поверхности молекул. Здесь  $E_R$  – вращательная энергия молекул. Давление газа на поверхность определялось как  $p_w = kn_w T_{trw}$ . Для получения безразмерных коэффициентов нормальной и тангенциальной компонент действующей на поверхность силы и давления использовался скоростной напор  $\rho_\infty U_\infty^2/2$ , тепловой поток на поверхность относился к величине  $\rho_\infty U_\infty^3/2$ . В качестве параметра разреженности использовалось число Рейнольдса  $Re_\infty = \rho_\infty U_\infty L/\mu_\infty$ , где  $\mu_\infty = \mu(T_\infty)$  и  $\rho_\infty$ ,  $U_\infty$ ,  $T_\infty$  – массовая плотность, средняя скорость и температура в невозмущенном потоке газа.

**2. Результаты расчетов и их анализ.** Исследование отрывных течений проводилось при  $M_\infty = 23$  и  $10$ ,  $Re_\infty \leq 1,5 \cdot 10^4$ ,  $t_w = 0,05-1$  и отношении  $h = 0,08-0,24$ . Решение задачи об обтекании угла сжатия проводилось при отношении длин отклоняющейся и "основной" пластин  $L_1/L = 0,3-0,7$  и угле отклонения пластины  $\theta = 43^\circ$ .

На фиг. 1 приведены поля (томограммы) плотности, показывающие влияние температурного фактора на структуру течения и на характерные линейные размеры  $X_0$  и  $X_S$ , определяющие величину зоны отрыва. Здесь  $X_0$  – сечение, в котором величина давления на поверхности начинает возрастать и отличаться от величины на пластине без преграды, а  $X_S$  – сечение (точка) отрыва, в котором обращается в нуль коэффициент трения  $C_f$ , так что разность  $\Delta = X_S - X_0$  определяет длину, на которую распространяется возмущение вверх по потоку в предотрывной области течения.

Распределение плотности, давления, средней скорости  $V_X$  газа в некоторых сечениях  $x/L$  вдоль пластины приведены на фиг. 2. Приведенные примеры показывают, во-первых, четко выраженные ударные волны, одна из которых начинается вблизи передней кромки пластины, а другая, с большим углом наклона, обусловлена наличием препятствия и существованием отрывной области течения. Во-вторых, с уменьшением температуры стенки ударные волны приближаются к поверхности пластины (как и в случае обтекания пластины без препятствия), а плотность газа в срывной зоне при этом существенно возрастает. Вся возмущенная область течения практически до ударной волны является вязкой зоной с постоянным давлением поперек слоя. Скорость газа в зоне отрыва мала по сравнению со скоростью невозмущенного потока, так что в срывной зоне фактически имеет место не S-образный профиль скорости, а ступенчатый, как в имеющихся экспериментальных данных при несколько больших числах  $Re_\infty$  [14]. Скорость газа в зоне отрыва при параметрах течения, соответствующих фиг. 2, не превышает 1/40 скорости газа в набегающем потоке.

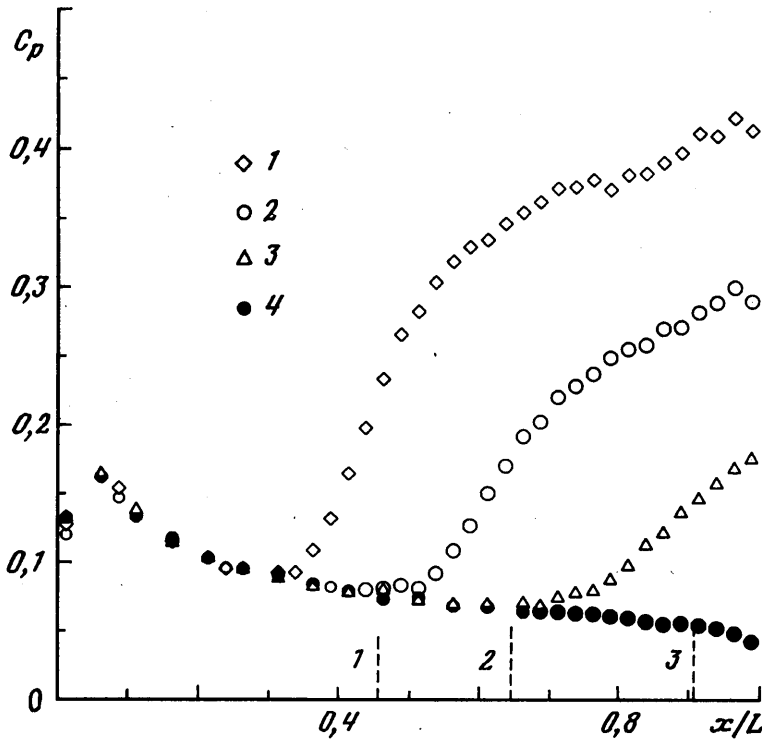
Влияние интенсивности продемонстрировано на фиг. 3 на примере зависимости распределения давления на пластине от относительной величины преграды  $h$  для



Фиг. 2. Профили плотности (а), давления (б) и средней скорости (в) в некоторых сечениях ( $M_\infty = 23$ ,  $Re_\infty = 10^4$ ,  $\gamma = 1,4$ ,  $h = 0,16$ ,  $t_w = 0,2$ ): 1 -  $x/L = 0,39$ , 2 -  $0,712$ , 3 -  $0,9$

$M_\infty = 23$ ,  $t_w = 0,2$ ,  $Re_\infty = 10^4$ ,  $\gamma = 5/3$ . Вертикальными отрезками прямых на каждой кривой обозначена точка отрыва потока  $X_S$ , в которой коэффициент трения обращается в нуль. Из приведенных данных следует, что увеличение интенсивности возмущения приводит к увеличению отрывной зоны и уже при  $h = 0,16$  видно начало образования плато давления, а при  $h = 0,08$  отрыв еще только зарождается. С увеличением температуры поверхности зарождение отрыва происходит при большей величине преграды. Так, при  $t_w = 1$  для  $h = 0,16$  имеет место лишь небольшая зона отрыва. Эти данные можно сопоставить с результатами [15] решения аналогичной задачи на режиме сильного вязкого взаимодействия для случая теплоизолированной поверхности пластин. В [15] получено условие возникновения области отрывного течения

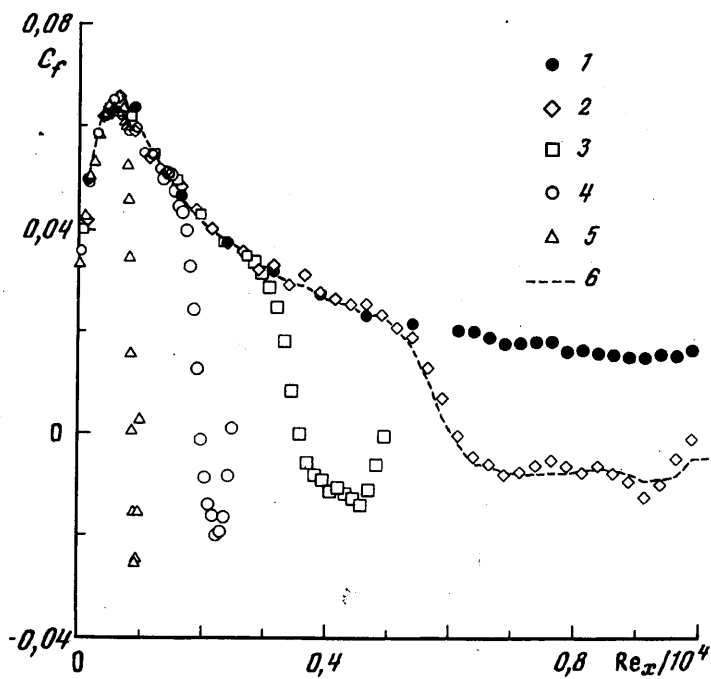
$$h_1 > 0,17 \frac{2\gamma}{\gamma-1} Re_0^{-1/4}$$



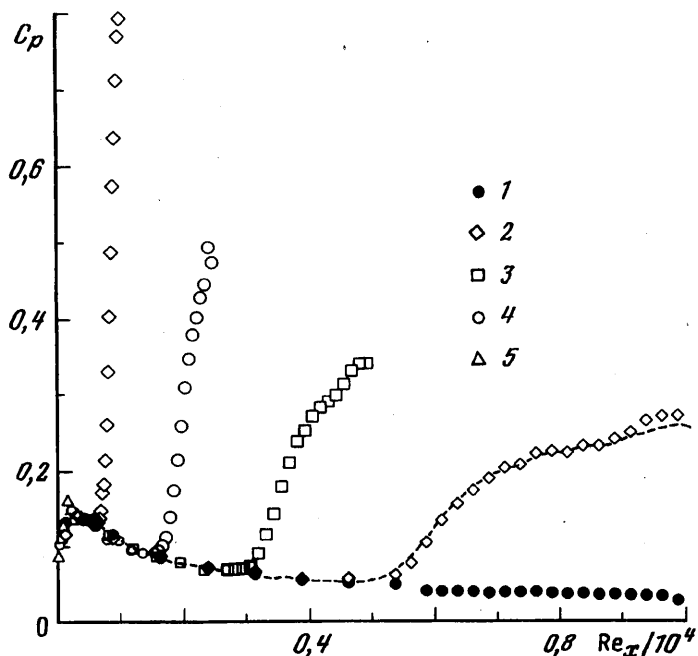
Фиг. 3. Распределение давления вдоль пластины при различных значениях  $h = H/L$  (1 -  $h = 0,24$ , 2 -  $0,16$ , 3 -  $0,08$ , 4 -  $0$ ),  $M_\infty = 23$ ,  $Re_\infty = 10^4$ ,  $\gamma = 5/3$ ,  $t_w = 0,2$

где  $Re_0$  – число Рейнольдса, в котором коэффициент вязкости определяется по температуре торможения. Для указанных выше значений параметров получаем  $h_1 > 0,21$ , которое по порядку величины соответствует полученному в настоящей работе, однако следует отметить, что приведенные выше данные свидетельствуют о более раннем возникновении отрывного течения.

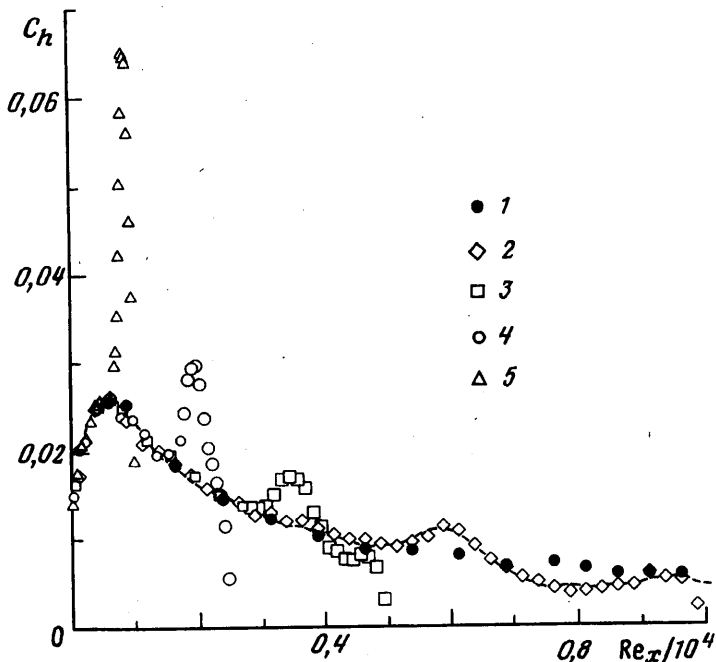
Зависимости характеристик обтекания и теплопередачи от числа  $Re$  приведены на фиг. 4–6, на этих же фигурах для  $Re_\infty = 10^4$  приведены результаты расчета обтекания угла сжатия при  $\theta = 43^\circ$ ,  $L_1/L = 0,5$  (пунктирные кривые). Отметим, что для рассмотренных двух конфигураций распределения параметров на поверхности пластины очень близки. Это свидетельствует о том, что и в слаборазреженном газе параметры в области отрыва не зависят от причин, вызвавших отрыв. Далее, при  $Re_\infty = 10^4$  имеет место развитый отрыв с достаточно протяженной областью, занимающей примерно 40% длины пластины. С уменьшением числа  $Re$  область отрывного течения сокращается и плато давления исчезает. Наиболее интересной особенностью отрыва в слаборазреженном газе является возрастание теплового потока к поверхности пластины в предотрывной области течения, которая достигает максимального значения в точке, находящейся несколько выше по потоку от точки отрыва. На такой характер в поведении теплового потока при числах  $Re_\infty = 10^5$  указывалось в [16] при анализе экспериментальных данных, но при таких числах  $Re_\infty$  всплеск величин  $C_h$  был настолько мал, что как в ранних, так и в более поздних работах считалось, что такое поведение обусловлено погрешностями эксперимента. Действительно, как следует из результатов расчета, величина максимума теплового потока достаточно быстро уменьшается с увеличением числа  $Re$ .



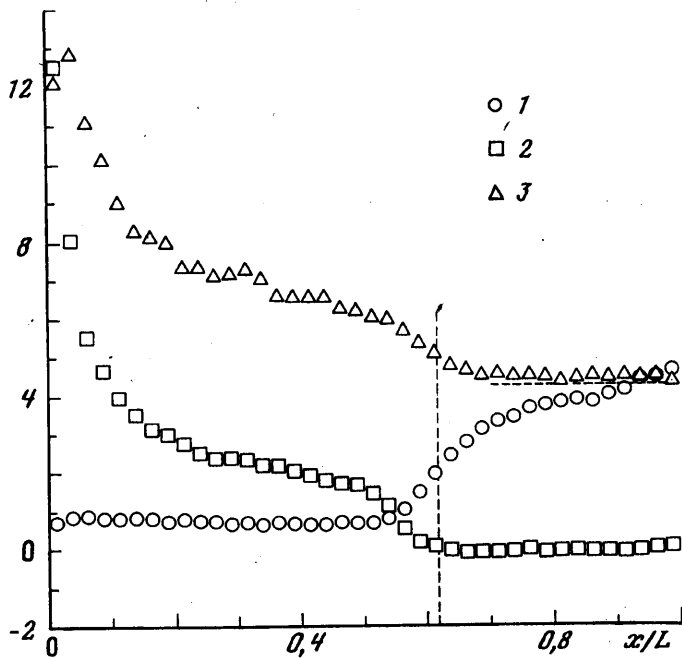
Фиг. 4. Распределение трения вдоль пластины при различных значениях  $Re_\infty$  (1 -  $h = 0$ ,  $Re_\infty = 10^4$ , 2 -  $h = 0,16$ ,  $Re_\infty = 10^4$ ; 3 -  $5 \cdot 10^3$ ; 4 -  $2,5 \cdot 10^3$ ; 5 -  $10^3$ ; 6 - обтекание угла сжатия  $\theta = 43^\circ$  при  $Re_\infty = 10^4$ ),  $M_\infty = 23$ ,  $\gamma = 1,4$ ,  $t_w = 0,2$



Фиг. 5. Распределение давления вдоль пластины при тех же значениях параметров, что и на фиг. 4



Фиг. 6. Распределение теплопередачи вдоль пластины при тех же значениях параметров, что и на фиг. 4



Фиг. 7. Распределение вдоль пластины плотности (1), тангенциальной скорости (2) и поступательной температуры (3) ( $M_\infty = 23$ ,  $Re_\infty = 10^4$ ,  $\gamma = 5/3$ ,  $t_w = 0,2$ ,  $h = 0,16$ )



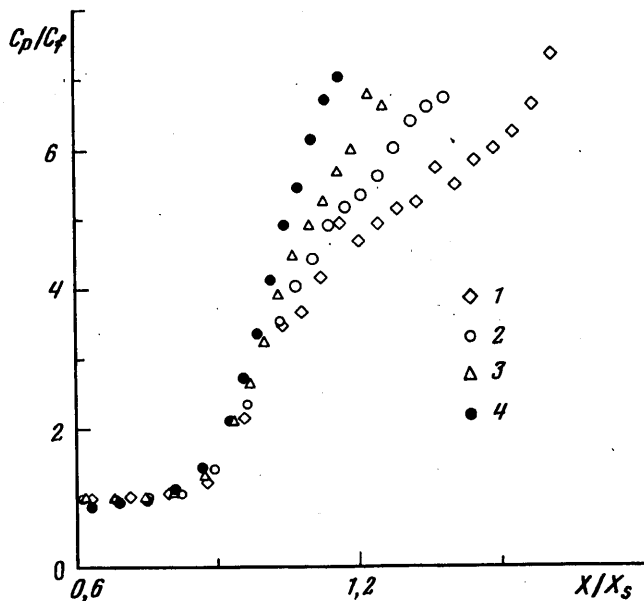
Можно предположить, что одной из возможных причин существования максимума теплового потока являются "кинетические" эффекты, а именно наличие скорости скольжения и скачка температур на поверхности и неравновесность потока газа вблизи стенки. Иллюстрация первого эффекта дана на фиг. 7, на которой приведены распределения вдоль пластины плотности  $n_w$ , тангенциальной скорости  $U_{tw}$ , поступательной температуры  $T_{trw}$ , определенных непосредственно на поверхности. Здесь же горизонтальной пунктирной линией представлено значение температуры стенки  $T_w$ , а вертикальным отрезком – точка отрыва  $X_S$ .

Видно, что в области, на которую не распространилось возмущающее воздействие зоны отрыва  $x/L \leq 0,5$ , скорость и температура газа на поверхности сильно отличаются от значений этих величин, соответствующих самой стенке (скорость которой равна нулю). В предотрывной зоне происходит достаточно резкое уменьшение этих величин практически до значений для самой стенки. В этой же зоне имеет место и неравновесный характер течения, причем различаются не только поступательная  $T_{tr}$  и вращательная  $T_R$  температуры, но и поступательные температуры газа в разных направлениях. Так, в сечении  $x/L = 0,5$  на расстоянии от поверхности  $y/L = 0,0104$  имеем  $T_{tr}/T_\infty = 41,6$ ,  $T_R/T_\infty = 33,9$ ,  $T_{xx}/T_\infty = 53,7$ ,  $T_{yy}/T_\infty = 30,8$ ,  $T_{zz}/T_\infty = 40,2$ . С уменьшением числа  $Re$  отмеченные эффекты усиливаются. Следует подчеркнуть, что сказанное нельзя считать объяснением существования максимума теплового потока в предотрывной области, а лишь указывает на различия рассматриваемых режимов и режимов обтекания при больших числах  $Re$ .

Влияние температуры поверхности на общую картину течения показано на фиг. 1. Уменьшение температурного фактора приводит к возрастанию зоны отрыва и существенному уменьшению протяженности области распространения возмущений от точки отрыва вверх по потоку  $X_S - X_0$ . Эта тенденция согласуется с результатами для непрерывного режима течения. Из других особенностей следует отметить роль внутренних степеней свободы молекул. Так, при одних и тех же значениях чисел  $M$  и  $Re$  и величины преграды  $h$  при  $\gamma = 1,4$  точка отрыва смещается вверх по потоку дальше, чем при  $\gamma = 5/3$ , т.е. длина отрывной зоны возрастает, а длина распространения возмущения от точки отрыва уменьшается. Как видно, эти эффекты сходны с влиянием температуры поверхности, причем в обоих случаях сходны и изменения общей структуры течения: при уменьшении  $t_w$  и  $\gamma$  ударная волна приближается к поверхности.

**3. О подобии характеристик предотрывных и отрывных течений в потоке разреженного газа.** Для системы уравнений пограничного слоя на режиме вязкого взаимодействия с внешним невязким потоком существует, как показано в [9], однопараметрическая группа аффинных преобразований переменных, которая позволяет свести всю совокупность неавтономных решений задачи к двум "универсальным" решениям, соответствующим решениям сжатия и разрежения. Для получения различных форм закона подобия достаточно, пользуясь видом этого преобразования, сформировать такие комбинации переменных, в которых исключается произвольная постоянная преобразования. Например, при экспериментальной проверке этого закона подобия [17] получена корреляция относительного давления  $C_p/C_{pa}$  от переменных  $x/\xi^2$  и  $x/L_1$  соответственно, где  $\xi$  – переменная Дороницына – Лиза ( $\xi = \int_0^x \rho_w \mu_w u_S dx$ ),  $C_{pa}$  – коэффициент давления для автомодельного решения,  $L_1$  – длина, соответствующая одному и тому же отношению  $C_p/C_{pa}$  для исходных, некоррелированных данных.

Применение этого закона подобия для зависимости местной аэродинамической характеристики  $C_p/C_{pf}$  от  $X/X_S$  (индекс  $f$  относится к величинам на поверхности пластины без преграды) показано на фиг. 8. Приведенные данные показывают хорошую корреляцию результатов для различных чисел  $Re$ . Это необходимо подчеркнуть, поскольку закон подобия [9] справедлив для предотрывной области течения, а в приведенных данных корреляция имеет место и в области отрыва  $X/X_S > 1$ . Хорошая



Фиг. 8. Корреляция распределения относительного давления  $C_p/C_{pf}$  от  $X/X_s$  ( $1 - Re_\infty = 10^4$ ;  $2 - 5 \cdot 10^3$ ;  $3 - 2,5 \cdot 10^3$ ;  $4 - 10^3$ ),  $M_\infty = 23$ ,  $\gamma = 1,4$ ,  $t_w = 0,2$ ,  $h = 0,16$

корреляция имеет место и для величины относительного трения  $C_f/C_{ff}$ , несколько худшая – для теплового потока  $C_h/C_{hf}$  в силу отмечавшейся выше немонойтонной его зависимости от координаты  $X$ . Такое положение имеет место при значениях температурного фактора  $t_w \leq 0,4$  и при меньшем числе  $M$  ( $M_\infty = 10$ ). Отметим также, что подобие местных аэродинамических характеристик имеет место при фиксированном числе  $Re$  для различных высот преграды.

**Заключение.** Исследованы качественные особенности отрывного течения на примере обтекания плоской пластины с преградой и угла сжатия при умеренных числах  $Re$ . Установлено, что и в случае гиперзвуковых течений разреженного газа характеристики предотрывной и большей части отрывной зон не зависят от того, каким образом этот отрыв индуцирован.

Показано, что при  $Re_\infty \geq 10^4$  и  $h \geq 0,16$  имеет место развитое отрывное течение с изобарической зоной – плато давления – и в распределении давления нет существенных отличий от режимов с большими числами  $Re$ .

Наиболее сильное различие между режимами течения при умеренных и больших числах  $Re_\infty$  обнаружено в распределении теплового потока  $C_h$  к поверхности, а именно при умеренных числах  $Re_\infty$  в распределении  $C_h$  имеет место выраженный максимум, положение которого находится несколько выше вверх по потоку от координаты точки отрыва. С увеличением числа  $Re$  максимум уменьшается.

Влияние температурного фактора на структуру отрывного течения проявляется в том, что с ростом  $t_w$  величина зоны отрыва уменьшается, а область распространения возмущений вверх по потоку увеличивается. При уменьшении числа  $M$  зона отрыва возрастает, так что изобарная область проявляется более четко, а длина, на которую распространяются возмущения вверх по потоку от точки отрыва, при этом несколько уменьшается. Также уменьшается и величина максимума в распределении теплового потока в предотрывной области.

Показано, что критерии подобия, полученные для континуального режима течения, применимы и для анализа течений разреженного газа.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 97-01-00577) и Программы государственной поддержки ведущих научных школ (грант 96-15-9606).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чжэн П.К. Отрывные течения. М.: Мир. Т. 1. 1972. 299 с.; Т. 2. 1973. 280 с.; Т. 3. 1973. 333 с.
2. Нейланд В.Я. Асимптотическая теория отрыва и взаимодействия пограничного слоя со сверхзвуковым потоком газа // Успехи механики. 1981. Т. 4. Вып. 2. С. 3–62.
3. Charman D.R., Kuehn D., Larson H. Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition // NASA Report. 1958. № 1356. 40 p.
4. Нейланд В.Я. К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 4. С. 53–57.
5. Stewartson K., Williams P.G. Self-induced separation // Proc. Roy. Soc. London., Ser. A. 1969. Т. 312. № 1509. P. 181–206.
6. Иванов М.С., Гимельштейн С.Ф., Маркелов Г.Н. и др. Разреженное обтекание простых вогнутых тел с учетом эффектов реального газа // Теплофизика и аэромеханика. 1994. Т. 1. № 1. С. 29–44.
7. Svirshevsky S.B., Titov E.V. DSMC calculations for near-continuum hypersonic flow past a double-cone // Rarefied Gas Dynamics: Proc 20th Intern. Symp. / Ed. Shen Ch. China, Beijing. Peking Univ. Press. 1997. P. 447–452.
8. Ерофеев А.И., Провоторов В.П. Численное моделирование гиперзвукового обтекания тонких тел потоком разреженного газа // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 4. С. 153–164.
9. Нейланд В.Я. Распространение возмущений вверх по течению при взаимодействии гиперзвукового потока с пограничным слоем // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 4. С. 40–49.
10. Bird G.A. Molecular Gas Dynamics. Oxford: Clarendon press, 1976. 238 p. = Берд Г. Молекулярная газовая динамика. М.: Мир, 1981. 319 с.
11. Белоцерковский О.М., Яницкий В.Е. Статистический метод частиц в ячейках для решения задач динамики разреженного газа. // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1975. Т. 15. Ч. I. № 5. С. 1195–1208; Ч. II. № 6. С. 1553–1567.
12. Егоров И.В., Ерофеев А.И. Сопоставление моделирования гиперзвукового обтекания плоской пластины на основе метода Монте-Карло и уравнений Навье – Стокса // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 1. С. 133–145.
13. Larsen P.S., Borgnakke C. Statistical collision model for simulating polyatomic gas with restricted energy exchange // Rarefied Gas Dynamics. Proc. 9th Intern. Symp. Potz-Wahm. 1974. V. 1. P. A7/1–A7/9.
14. Degrez G., Voccadoro C.H., Wendt J.F. The interaction of an oblique with a laminar boundary layer revisited. An experimental and numerical study // J. Fluid Mech. 1987. V. 177. P. 247–263.
15. Коваленко А.А., Нейланд В.Я. Сильное взаимодействие пограничного слоя с гиперзвуковым потоком при локальных возмущениях граничных условий // Учен. зап. ЦАГИ. 1975. № 2. С. 28–38.
16. Miller D.S., Hijman R., Childs M.E. Mach 8 to 22 studies of flow separation due to deflected control surfaces // AIAA Journal. 1964. V. 2. № 2. P. 312–321.
17. Горенбух П.И., Козлова И.Г. Экспериментальное исследование распространения возмущений вверх по потоку на режиме сильного вязкого взаимодействия // Учен. зап. ЦАГИ. 1973. Т. 4. № 2. С. 120–124.

Москва

Поступила в редакцию  
11.I.1999