

УДК 532.546

© 1999 г. В.М. ЕНТОВ, Ф.Д. ТУРЕЦКАЯ

ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ДВУМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЯХ С ПРЕДЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ

Проведен гидродинамический анализ нестационарных течений в прямоугольной области при законе фильтрации с предельным градиентом. Выполнены численные эксперименты.

Нестационарные фильтрационные течения с предельным градиентом давления – один из простейших примеров нелинейных волн в средах с гистерезисом. Главный эффект – множественность стационарных состояний, их зависимость от предыстории возмущений – проявляется уже в одномерных течениях как неединственность равновесных состояний в отсутствие потока [1–3].

В неоднородных течениях эти эффекты могут быть более разнообразными. Не только равновесные (статические) распределения давления, но и стационарные распределения при наличии потока могут быть разными при различных предысториях процесса. Заметим, что, согласно теоремам единственности [1, 2], поле скоростей фильтрации определяется граничными условиями единственным образом, поэтому возможная неединственность сводится к различию распределений давления в области застойных зон.

По-видимому, единственным средством исследования двумерных волн в течениях с предельным градиентом давления является математический эксперимент. В данной работе численно исследуется нестационарное течение с предельным градиентом давления в прямоугольной области.

1. Формулировка задачи. Рассмотрим двумерное фильтрационное течение в прямоугольной области $ABCDE$ (фиг. 1), причем участки AB и CD представляют собой линии постоянного давления, а участки BC и AED – непроницаемы. Оно может трактоваться как течение между трещиной AB и контуром питания CD , давления на которых являются заданными функциями времени.

Варьируя размеры трещины l и пласта (L и H), можно моделировать различные ситуации, представляющие интерес.

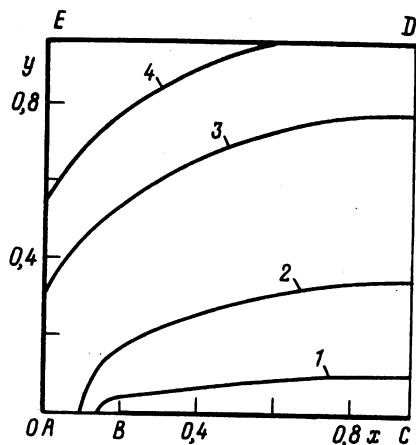
Запишем закон фильтрации с предельным градиентом в форме, разрешенной относительно скорости [1]

$$w = -k/\mu \left(1 - \frac{G}{|\nabla p|} \right) \nabla p, \quad |\nabla p| > G \quad (1.1)$$

$$w = 0, \quad |\nabla p| \leq G$$

Здесь w – вектор скорости фильтрации, p – давление, k – проницаемость среды, μ – вязкость жидкости, G – предельный градиент давления.

В области $\{0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq H\}$ нестационарные процессы при законе фильтрации



Фиг. 1. Область течения. Кривые 1-4 характеризуют положения границ застойных зон в случаях $|\Delta P| = 0,85, 1, 1,5$ и 2 соответственно

(1.1) описываются уравнением [1, 2]

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(1 - \frac{G}{|\nabla p|} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(1 - \frac{G}{|\nabla p|} \right) \frac{\partial p}{\partial y} \right] \right\}, \quad |\nabla p| > G \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad |\nabla p| \leq G$$

где κ – коэффициент пьезопроводности.

Уравнение (1.2) рассматривается при следующих начальных и граничных условиях:

$$\begin{aligned} p(x, y, 0) &= P_0 \\ y=0, 0 \leq x \leq l, \quad p &= P_1(t) \\ y=0, l \leq x \leq L, \quad w_y &= 0 \\ y=H, 0 \leq x \leq L, \quad w_y &= 0 \\ x=0, 0 \leq y \leq H, \quad w_x &= 0 \\ x=L, 0 \leq y \leq H, \quad p &= P_2(t) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Функции $P_1(t)$ и $P_2(t)$ являются управляющими функциями задачи. Если они принимают постоянные значения, то решение задачи стремится к предельному стационарному решению, отвечающему заданному перепаду давления $P_1 - P_2 = \Delta P$.

Это решение может быть построено с помощью известных аналитических и численно-аналитических методов [2] и обладает следующими основными свойствами.

При $|P_1 - P_2| \leq \Delta P_* = G(L-l)$ течение отсутствует (скорость равна нулю: $w = 0$); распределение давления не единственно во всей области и зависит от предыстории достижения стационарного состояния.

При $\Delta P_* \leq |P_1 - P_2| \leq \Delta P^*$ существует область течения, не примыкающая к границам AED . Она связывает трещину AB и контур питания CD . Вне зоны течения (в застойной зоне) распределение давления определено не единственным образом; реализуемое решение должно определяться предысторией процесса.

В этом диапазоне перепадов давления решение в области течения не зависит от положения "внешней" непроницаемой границы AED .

При $|\Delta P| > \Delta P^*$ застойная зона не выходит на контур питания, а примыкает к границе ED . В зависимости от соотношения размеров она может примыкать или не примыкать к трещине (см. фиг. 1, где показаны условные границы застойных зон – линии уровня модуля вектора скорости $w = |w| = 0,01$, отвечающие различным значениям величины ΔP).

Прежде чем рассматривать собственно численный эксперимент, обсудим на основе общих соображений сценарии, которые могут представлять интерес.

Рассмотрим сначала монотонное медленное снижение давления в трещине. В этой ситуации в каждый момент времени реализуется квазистатическое распределение давления вплоть до $|\Delta P| = \Delta P_*$. Распределение давления в возмущенной зоне соответствует условию предельного равновесия $|\nabla p| = G$ при заданном минимальном давлении в трещине $p = P_1$ и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} p(x, y) &= P_1 + Gy, \quad x \leq l, \quad y \leq (P_2 - P_1) / G \\ p(x, y) &= P_1 + G\rho, \quad \rho = \sqrt{(x-l)^2 + y^2} \\ l \leq x \leq l + (P_2 - P_1) / G; \quad \rho &\leq (P_2 - P_1) / G \end{aligned} \quad (1.4)$$

По достижении критического перепада давления возникает зона течения. Вначале она имеет вид тонкого разреза вдоль оси x , а с ростом перепада давления расширяется.

В качестве второго "типичного" сценария рассмотрим медленное (квазистатическое) увеличение давления на контуре питания при сохранении давления в трещине неизменным.

При этом в возмущенной зоне имеем следующее распределение давления:

$$\begin{aligned} p(x, y) &= P_2 - (L-x)G, \quad L - (P_2 - P_1) / G \leq x \leq L \\ p(x, y) &= P_1, \quad 0 \leq x \leq L - (P_2 - P_1) / G \end{aligned} \quad (1.5)$$

Вновь движение начинается при том же критическом перепаде давления $\Delta P_* = G(L-l)$ в узкой зоне течения.

Предельный случай – быстрое (мгновенное) снижение давления в трещине.

Тогда в окрестности трещины возникает волна понижения давления, которая вначале будет в основном описываться линейными уравнениями теории упругого режима [1, 4], а по мере распространения и снижения эффективного градиента давления будет искажаться влиянием предельного градиента давления.

При малой амплитуде волны она не достигнет контура питания и движение остановится.

При достаточно большой амплитуде волны и вытянутости области (L/H) распространяющаяся волна давления достигнет непроницаемой границы ED раньше, чем она достигнет контура питания CD . Как обычно при движении с предельным градиентом, фронт волны – подвижная граница $\Gamma(t)$, на которой нормальная производная давления равна предельному градиенту G . Если $l/H \ll 1$, этот фронт будет близок к круговому. В момент достижения фронтом непроницаемой границы ED по соображениям симметрии в окрестности критической точки ED должна возникнуть застойная зона и картина течения должна качественно измениться.

Возникающая при этом перестройка течения заранее не очевидна и представляет значительный теоретический интерес.

Наконец, с теоретической точки зрения и с позиций оценки параметров пластовой системы интересны режимы с прекращением притока в трещину и восстановлением давления, подобные рассматривавшимся для более простой геометрии в [3].

Уже этот далеко не полный перечень указывает на большое разнообразие возможных ситуаций. Приводимые ниже результаты иллюстрируют выделенные выше основные случаи.

2. Методика расчетов и результаты. Уравнения (1.2) аппроксимировались на равномерной прямоугольной сетке неявной конечноразностной схемой, представляющей собой вариант метода переменных направлений [5]. Система уравнений, возникающая на каждом временном полушаге, решалась с помощью комбинации метода прогонки (в соответствующем направлении) с итерациями "по нелинейности". Точность расчетов контролировалась измельчением шагов разностной сетки и временного шага.

Приводимые результаты получены на сетке 50×50 , обеспечивающей возможность проведения многовариантных расчетов на ПЭВМ.

Для всех случаев $H = L = 1$; $l = 0,2$; $\kappa = 1$; $G = 1$, что эквивалентно использованию безразмерных переменных, причем в качестве характерной длины выбирается величина L , характерного перепада давлений – GL , а время отнесено к комбинации L^2/κ . Таким образом, критический перепад давления $\Delta P_* = 0,8$, а характерное время распространения волны $\sim L^2/\kappa \approx 1$.

На фиг. 1 для нескольких значений величины перепада давления $P_1 - P_2 = \Delta P$ приведены линии уровня модуля вектора скорости $|w| = 0,01$, характеризующие положение границ застойных зон.

Эти значения перепада давления выбраны так, чтобы расположение застойных зон отвечало указанным выше типовым ситуациям.

Фигура 2 иллюстрирует динамику распространения возмущений (фронта давления) при монотонном медленном снижении давления в трещине для случая

$$|\Delta P| = t, \quad 0 \leq t \leq 1; \quad |\Delta P| = 1 = \text{const}, \quad t \geq 1 \quad (2)$$

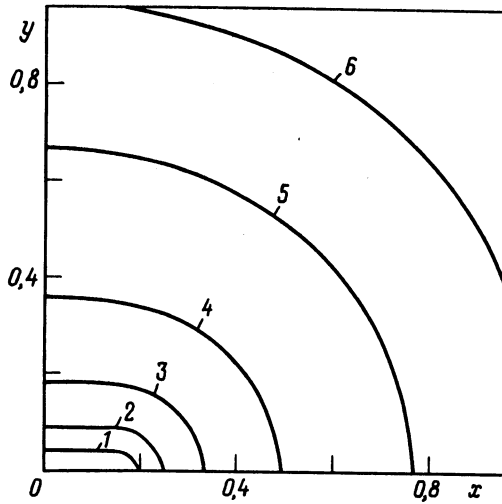
На фигуре приведены положения линий уровня абсолютной величины отклонения давления от начального значения $P_0 - |\Delta P| = 0,01$ в различные моменты времени.

Характерны замедление и остановка фронта по мере приближения к стационарному режиму.

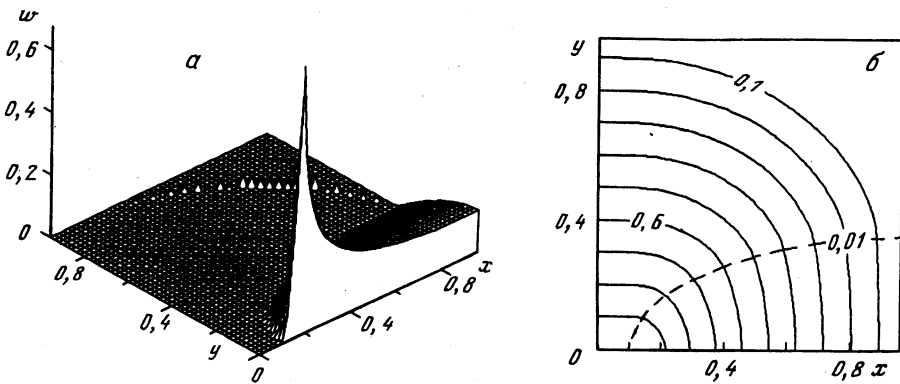
При малых перепадах давления область течения отделена от непроницаемой границы, так что исследуемое течение фактически соответствует течению между бесконечным прямолинейным контуром питания и полубесконечной трещиной, нормальной к контуру питания на расстоянии $L - l$ от него. Типичный струйный характер течения при этом иллюстрирует фиг. 3, где показано распределение модуля скорости фильтрации в установившемся течении (в момент времени $t = 2, 4$), отвечающем режиму мгновенного снижения давления в трещине на величину $|P_1 - P_2| = |\Delta P| = 1$ (фиг. 3, а). "Частокол" пиков в удаленной области является артефактом процедуры подсчета скорости фильтрации по полю давления; фактически скорость здесь равна нулю, а "частокол" отмечает излом на поверхности давления и границу области, до которой в начальной стадии процесса дошел фронт давления. Возмущенная область далеко выходит за пределы застойной зоны и значительно больше, чем можно было ожидать интуитивно.

Соответствующие линии уровня абсолютной величины давления показаны на фиг. 3, б; пунктиром изображена условная граница застойной зоны, построенная, как и выше, по условию $|w| = 0,01$.

В качестве характеристики отклика можно рассматривать полный поток в трещину и полный приток от контура питания $Q_w(t)$ и $Q_c(t)$. На фиг. 4 показана зависимость $Q(t)$ при различных законах изменения ΔP – мгновенном изменении перепада давления на величину $|\Delta P| = 1$ и монотонном медленном изменении по закону (2.1), причем сплошные линии соответствуют случаю, когда давление в трещине изменяется, а давление на контуре питания сохраняется постоянным, а пунктирные линии – противоположной ситуации, когда изменяется давление на контуре питания, а давление в трещине остается постоянным.



Фиг. 2. Динамика распространения возмущений (фронта давления); кривые 1-6 относятся к моментам времени $t = 0,05, 0,1, 0,2, 0,4, 0,8, 1,6$



Фиг. 3. Распределение модуля скорости фильтрации (а) и линии уровня давления (б) в установившемся течении в случае $|\Delta P| = 1 = \text{const}$ ($t = 2, 4$); пунктирная линия - граница застойной зоны

Поскольку требуется определенное время для того, чтобы возмущение давления дошло, скажем, от трещины до контура питания, или наоборот, имеется разность времени реакции во входном и в выходном сечении.

Интеграл

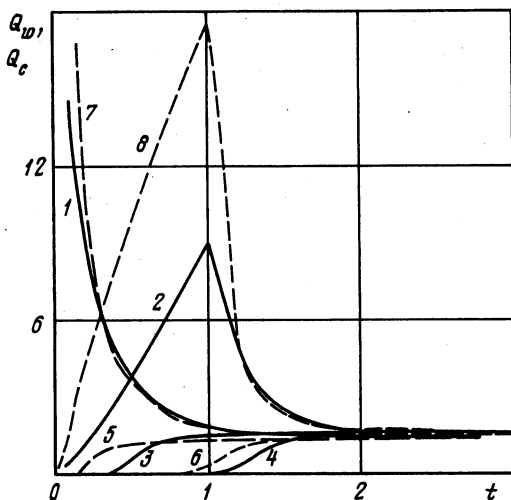
$$M = \int_0^t (Q_w - Q_c) dt$$

характеризует вклад упругости жидкости в суммарный отбор.

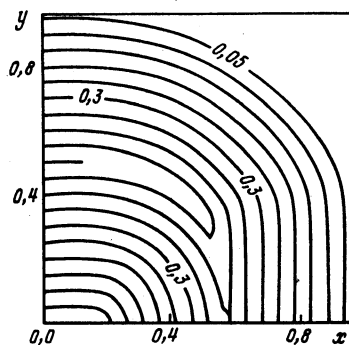
В случае немонотонного изменения управляющего давления возникают гистерезис и неединственность стационарных распределений.

Рассмотрим простейший цикл, в котором управляющее давление изменяется во времени по ступенчатому закону

$$|\Delta P| = 1, \quad 0 \leq t \leq T; \quad \Delta P = 0, \quad t \geq T \quad (2.2)$$



Фиг. 4



Фиг. 5

Фиг. 4. Зависимость $Q(t)$ при различных законах изменения ΔP , сплошные линии соответствуют случаю изменения давления в трещине, пунктирные линии – изменения давления на контуре питания. Линии 1, 2, 5, 6 – кривые зависимости $Q_w(t)$, кривые 3, 4, 7, 8 – $Q_c(t)$; линии 1, 3, 5, 7 отвечают мгновенному изменению перепада давления, а линии 2, 4, 6, 8 – монотонному медленному изменению

Фиг. 5. Линии уровня абсолютной величины отклонения давления от начального значения P_0 в момент времени $t = T + 1,6$ ($T = 2,4$) в случае изменения управляющего давления по закону (2.2)

На фиг. 5 приведены линии уровня абсолютной величины отклонения давления от начального значения P_0 в момент времени $t = T + 1,6$. Здесь $T = 2,4$. Это статическое распределение давления, установившееся после прекращения отбора жидкости. Характерно образование гребня, вдоль которого градиент давления меняет направление.

Заключение. Приведенные результаты демонстрируют возможное разнообразие стационарных распределений давления при фильтрации с предельным градиентом давления. Характерны не только неединственность распределения давления, но и появление немоности пространственных распределений, а также распространение возмущений далеко за область течения. Все эти свойства, в конечном счете сводимые к наличию в системе порогового градиента давления и гистерезиса, могут иметь существенное значение для идентификации пороговых эффектов в нефтяных и газовых месторождениях и борьбы с их проявлениями.

Вместе с тем они могут служить и простейшей моделью возможных эффектов отклика гистерезиса и в других, более сложных механических системах, характеризующихся вязкопластическим поведением.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-0748).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
2. Бернадинер М.Г., Ентов В.М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М.: Наука, 1975. 199 с.

3. *Ентов В.М., Турецкая Ф.Д.* Об импульсных режимах исследования скважин при нелинейном законе фильтрации // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 3. С. 104–110.
4. *Щелкачев В.Н.* Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М.: Гостоптехиздат, 1959. 468 с.
5. *Азиз Х., Сеттари Э.* Математическое моделирование пластовых систем. М.: Недра, 1982. 407 с.

Москва

Поступила в редакцию
10.II.1998