

УДК 532.526.3

© 1999 г. В.Г. ЛУЩИК, А.А. ПАВЕЛЬЕВ, А.И. РЕШМИН,  
А.Е. ЯКУБЕНКО

## ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ПЕРЕХОД К ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛАСТИНЕ ПРИ БОЛЬШОМ УРОВНЕ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

С использованием разработанной авторами трехпараметрической модели турбулентности проведено численное исследование перехода к турбулентности в пограничном слое на пластине в зависимости от уровня интенсивности турбулентности, числа Маха внешнего потока, температуры стенки и отсоса через нее. Проведено сравнение результатов расчета с имеющимися экспериментальными данными.

Исследования перехода к турбулентности в пограничном слое при низком уровне внешних возмущений показали [1], что результаты линейной теории устойчивости согласуются с экспериментальными данными. Однако в дальнейшем было установлено, что возможны и другие механизмы перехода к турбулентности [2].

Одним из альтернативных механизмов перехода к турбулентности в потоках с градиентом скорости является развитие пульсаций скорости, порожденных входными устройствами. Масштаб этих пульсаций может быть меньше поперечного размера слоя с градиентом скорости и, следовательно, в линейном приближении поток устойчив к этим пульсационным движениям. Из анализа поведения решеточной турбулентности в потоке с градиентом скорости следует, что в этом случае энергия турбулентности может вначале уменьшаться, а затем возрастать [2].

Экспериментальные исследования перехода к турбулентности при высоком уровне внешних возмущений показали [1, 3], что при интенсивности внешней турбулентности выше 0,5% переход к турбулентности не определяется развитием волн Толмина – Шлихтинга. В [4, 5] приведены результаты экспериментальных исследований длины участка перехода при различной интенсивности турбулентности во внешнем потоке.

В [6] были выполнены расчеты течения на участке перехода к турбулентности с использованием трехпараметрической модели турбулентности [7]. Константы в этой модели были определены из анализа трех эталонных течений, а именно течений за решеткой без градиента и с градиентом средней скорости, а также установившегося турбулентного течения в канале. При расчетах, выполненных в [6], модель [7] была использована без каких-либо изменений. Результаты, полученные в [6], как качественно, так и количественно удовлетворительно согласовались с имеющимися экспериментальными данными.

Проблема расчета течения на участке перехода к турбулентности в пограничном слое рассматривалась на проведенной в 1990 г. в Лозанне конференции по численному моделированию неустойчивых потоков, переходу к турбулентности и горению. На этой конференции было отмечено, что расчетные и экспериментальные данные удается согласовать, только если включить в модель турбулентности функцию, зависящую от расстояния до стенки. Кроме того, была отмечена необходимость дальнейших исследований в этой области.

В настоящей работе были выполнены расчеты перехода к турбулентности в пограничном слое с использованием трехпараметрической модели [7]. По сравнению с [6] был расширен диапазон изменения интенсивности турбулентности внешнего потока, а также проведены расчеты перехода к турбулентности при различных граничных условиях. В частности, исследовалось влияние на переход к турбулентности в пограничном слое интенсивности внешней турбулентности, теплообмена, числа Маха и отсоса через обтекаемую поверхность. Проведено сравнение результатов расчетов с имеющимися экспериментальными данными, которое показало, что расчетные данные по определению длины участка перехода находятся в пределах разброса экспериментальных данных для значений интенсивности внешней турбулентности  $\epsilon_0 > 0,02$ , а при  $\epsilon_0 < 0,02$  расчетная длина перехода превышает экспериментальные данные.

**1. Постановка задачи.** Экспериментальные исследования перехода к турбулентности в пограничном слое показали, что при интенсивности пульсаций скорости во внешнем потоке более 0,005 длина участка перехода к турбулентности не определяется развитием волн Толмина – Шлихтинга [5]. В то же время исследование развития решеточной турбулентности в потоке с постоянным градиентом скорости с помощью трехпараметрической модели турбулентности [2] показало, что причиной перехода к развитой турбулентности может служить развитие в потоке со сдвигом турбулентности, созданной входными устройствами. Исследование перехода к турбулентности в пограничном слое при большой интенсивности внешних возмущений с помощью трехпараметрической модели [6] показало, что для интенсивности пульсаций скорости во внешнем потоке  $\epsilon_0 \approx 0,03-0,04$  результаты расчета для изотермических дозвуковых потоков согласуются с имеющимися экспериментальными данными. Поэтому в данной работе трехпараметрическая модель турбулентности [7] была использована без изменения как структуры уравнений модели турбулентности, так и констант входящих в модель, для исследования перехода к турбулентности в более широком диапазоне изменения интенсивности внешней турбулентности для исследования влияния на переход различных граничных условий. Для расчета сжимаемых потоков в данной работе была использована система уравнений в виде, который описан в [8]

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial y} + \rho \tau \right), \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1.2)$$

$$\rho u \frac{\partial I}{\partial x} + \rho v \frac{\partial I}{\partial y} = u \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial I}{\partial y} - \rho q_t \right) + \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \Phi_E \quad (1.3)$$

Здесь  $x$  – направление вдоль стенки,  $y$  – нормальная координата, отсчитываемая от стенки;  $u$  и  $v$  – компоненты скорости вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно,  $I$  – статическая энтальпия газа,  $p$  – статическое давление;  $\rho$  – плотность,  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости,  $\rho \tau$  – турбулентное трение,  $\rho q_t$  – турбулентный поток тепла;  $\Phi_E$  – диссипация энергии турбулентности (см. ниже).

Уравнения модели турбулентности для расчета сжимаемого пограничного слоя имеют вид [6–8]

$$\rho u \frac{\partial E}{\partial x} + \rho v \frac{\partial E}{\partial y} = -(c_5 \rho \sqrt{EL} + c_1 \eta) \frac{E}{L^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_E \frac{\partial E}{\partial y} \right) + \rho \tau \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\rho u \frac{\partial \tau}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \tau}{\partial y} = -(c_5 \rho \sqrt{EL} + c_6 \eta) \frac{\tau}{L^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_\tau \frac{\partial \tau}{\partial y} \right) + c_7 \rho E \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\rho u \frac{\partial \omega}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \omega}{\partial y} = -(2c_5 \rho \sqrt{EL} + 1,4c_1 \eta f_\omega) \frac{\omega}{L^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) +$$

$$+ \left[ \frac{\tau}{E} + 2c_4 \operatorname{sign} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \rho \omega \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.4)$$

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \langle u_i'^2 \rangle, \quad \rho \tau = -\rho \langle u'v' \rangle, \quad \omega = \frac{E}{L^2}$$

$$\Phi_E = (c\rho\sqrt{E}L + c_1\eta) \frac{E}{L^2}, \quad \rho q_t = \rho \langle vT' \rangle = -\frac{1}{Pr_t} \frac{\rho \tau}{(\partial u / \partial y)} \frac{\partial I}{\partial y}$$

$$D_\varphi = \alpha_\varphi \rho \sqrt{E}L + \alpha_\varphi \eta \quad (\varphi = E, \tau, \omega), \quad f_\omega = 1 - \frac{1}{2c_1} \left( \frac{L}{E} \frac{\partial E}{\partial y} \right)^2, \quad L = \sqrt{\frac{E}{\omega}}$$

Здесь  $E$  – энергия турбулентности,  $\omega$  – квадрат частоты турбулентности, содержащей поперечный интегральный масштаб  $L$ .

Значение констант в модели:  $c = 0,3$ ;  $c_1 = 5\pi/4$ ;  $c_4 = 0,4$ ;  $c_5 = 3c$ ;  $c_6 = 9c_1$ ;  $c_7 = 0,2$ ;  $a_E = a_\omega = 0,06$ ;  $a_\tau = a_E c_5 / c$ ;  $\alpha_E = a_\tau = 1$ ;  $\alpha_\omega = 1,4$ ;  $Pr_t = 0,85$ ;  $\Phi_E$  – входящая в уравнение энергии (1.3) турбулентная диссипация. Эту диссипацию будем в дальнейшем приближенно считать равной  $\rho \tau \partial u / \partial y$ , что следует из уравнения энергии турбулентности (1.4), если оставить в нем члены с порождением и диссипацией турбулентной энергии.

Уравнения (1.1)–(1.4) решались при следующих граничных условиях. На поверхности пластины

$$y = 0 : u = 0, \quad T = T_w(x), \quad E = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial y} = 0, \quad \tau = 0 \quad (1.5)$$

Граничное условие для температуры ставилось в случае движения сжимаемой среды. Граничное условие  $\partial E / \partial y = 0$  позволяет определить величину  $\omega_w(x)$ , которая заранее неизвестна.

На внешней границе пограничного слоя задавалось

$$y = \delta : E = E_e(x), \quad \omega = \omega_e(x), \quad \tau = 0, \quad u = u_e = \text{const}, \quad T = T_e(x) \quad (1.6)$$

Здесь функции  $E_e(x)$  и  $\omega_e(x)$  описывают вырождение турбулентности в ядре потока.

В начальном сечении полагалось

$$x = x_0 : u = u(y), \quad \frac{E}{E_0} = \frac{u(y)}{u_0}, \quad \omega = \omega_0, \quad \tau = 0 \quad (1.7)$$

Толщина потери импульса пограничного слоя в начальном ( $x = x_0$ ) составляла не более 0,03 толщины потери импульса пограничного слоя в конце участка перехода.

Профиль скорости  $u(y)$  брался из решения задачи Блазиуса о пограничном слое на плоской пластине. В случае исследования перехода к турбулентности в сжимаемой среде ее свойства задавались таблично.

**2. Особенности метода расчета.** Для расчета течения на участке перехода к турбулентности использовалась система уравнений пограничного слоя для сжимаемой и несжимаемой жидкости (1.1)–(1.3), дополненная уравнениями трехпараметрической модели турбулентности (1.4).

Расчеты проводились на неравномерной сетке. Шаг по координате  $y$  определялся соотношениями

$$y = \delta \{1 - \operatorname{cth} Q \operatorname{th} [Q(1 - \zeta)]\}, \quad \Delta y = \frac{\delta Q \operatorname{cth} Q \Delta \zeta}{\operatorname{ch}^2 Q(1 - \zeta)} \quad (0 \leq \zeta \leq 1, \quad \Delta \zeta = \text{const})$$

Здесь  $\delta$  – толщина пограничного слоя, определяемая с помощью граничного условия (1.6) из условия гладкого сопряжения решений. Выбирая величину  $Q$ , можно добиться того,

чтобы шаг  $\Delta y$  вблизи стенки был малым. Шаг по  $x$  был достаточно мал в сечениях, близких к входному сечению, и увеличивался по мере продвижения вниз по потоку, что позволило проводить расчеты перехода к турбулентности при достаточно малом уровне турбулентности во внешнем потоке – порядка 1%.

При расчете перехода к турбулентности следует учитывать следующие особенности данной модели. Член с вязкостью в уравнении для  $\omega$  в данной модели записывается в виде

$$\eta f_{\omega} \frac{\omega}{L^2} = \frac{\eta(\omega - \omega_0)}{L^2}, \quad \omega_0 = \left( \frac{1}{2c_1 E} \right) \left( \frac{\partial E}{\partial y} \right)^2$$

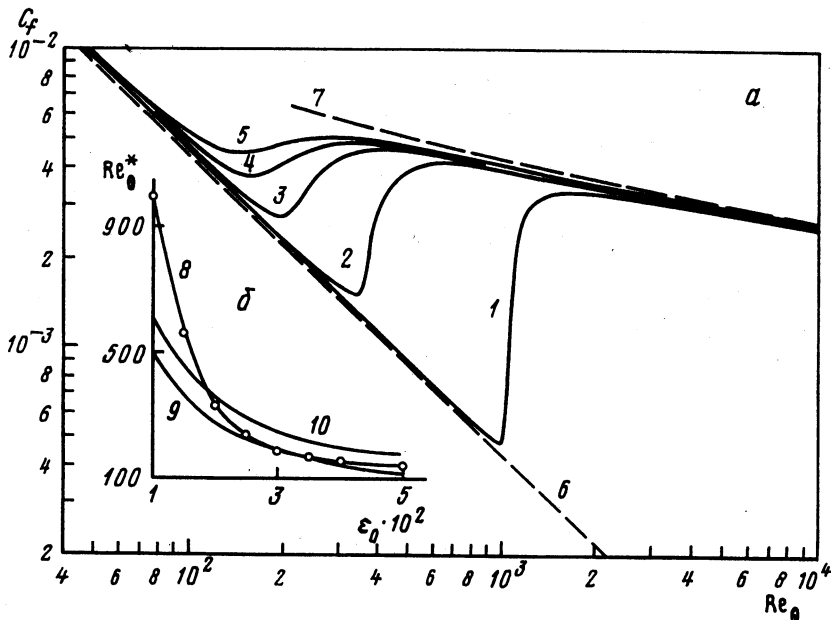
На стенке это выражение для  $\omega_0$  совпадает с выражением  $(1/c_1)(\partial^2 E/\partial y^2)$ , которое следует из уравнения для энергии турбулентности. Так как энергия турбулентности в пограничном слое на некотором расстоянии от стенки имеет максимум, то выражение для  $\omega_0$  обращается в нуль. Отличие от нуля  $\omega_0$  на больших расстояниях от стенки при расчете турбулентных пограничных слоев не влияет на результаты расчетов, так как на этом расстоянии члены с вязкостью в уравнении для  $\omega$  малы по сравнению с другими членами. Однако отличие от нуля  $\omega_0$  на больших расстояниях от стенки при расчете перехода к турбулентности может влиять на результаты расчета, так как в этом случае член с вязкостью в уравнении для  $\omega$  может не быть малым. Поэтому при расчете перехода следует считать  $\omega_0$  равным нулю на расстояниях от стенки, больших расстояния, в котором энергия турбулентности имеет максимум.

Поскольку величина  $\omega$  на стенке не равна нулю и должна определяться из расчетов, граничное условие на стенке для  $\omega$  в [7] не задавалось, а считались равными нулю энергия турбулентности и ее первая производная по нормали к стенке. Эти условия предполагают, что если вблизи стенки  $E \approx y^n$ , то  $n > 1$ . В рамках данного исследования были выполнены расчеты, когда в качестве граничного условия на стенке вместо равенства нулю первой производной энергии турбулентности считалась равной нулю первая производная от  $\omega$ . Результаты расчетов с этим граничным условием практически не отличались от результатов расчетов с граничным условием  $\partial E/\partial y = 0$ .

**3. Результаты расчетов.** Расчеты проводились в следующей постановке. Плоская пластина обтекалась потоком воздуха с постоянной скоростью  $u_e$  при атмосферном давлении и температуре  $T_e = 300$  К. Параметрами задачи являются: интенсивность турбулентности  $\epsilon_0 = \sqrt{E_0}/u_e$  в начальном сечении ( $x = x_0$ ), число Маха в набегающем потоке  $M_e$ , температурный фактор  $\vartheta = T_w/T_e$  (в том случае, когда температура стенки  $T_w$  отличается от температуры потока  $T_e$ ) и параметр отсоса  $F = u_w/u_e$  (при наличии отсоса с постоянной скоростью  $u_w$ ). Ниже представлены результаты расчетов, целью которых было исследование влияния параметров  $\epsilon_0$ ,  $\vartheta$ ,  $M_e$ ,  $F$  на переход к турбулентности в пограничном слое на пластине.

Зависимость местного коэффициента трения на стенке  $C_f$  от числа Рейнольдса, построенного по толщине потери импульса  $Re_\theta$ , при различной интенсивности внешней турбулентности  $\epsilon_0$  и  $\vartheta = 1$  приведена на фиг. 1, а. Величина масштаба турбулентности в начальном сечении, которая в расчетах изменялась более чем в 10 раз, слабо влияет на результаты расчетов. На фиг. 1, б приведена зависимость числа Рейнольдса перехода к турбулентности  $Re_\theta^*$  от интенсивности турбулентности во внешнем потоке  $\epsilon_0$ . За число Рейнольдса перехода принималось число Рейнольдса, при котором зависимость  $C_f(Re_\theta)$  имеет минимум.

На фиг. 1, б приведены также зависимости числа Рейнольдса перехода от интенсивности внешней турбулентности, являющиеся обобщением экспериментальных данных, приведенных в [4, 9]. В качестве интенсивности турбулентности на фиг. 1 использовалась величина  $\epsilon_0$ . В тех случаях, когда в экспериментах измерялись только продольные пульсации скорости, турбулентность считалась изотропной. С учетом этого предположения и разброса экспериментальных данных согласие расчетных результа-



Фиг. 1. Влияние интенсивности внешней турбулентности  $\epsilon_0 = \sqrt{E_0/\mu_e}$  на зависимость местного коэффициента трения от числа Рейнольдса  $C_f(Re_\theta)$  (а) и критическое число Рейнольдса  $Re_\theta^*$  (б): линии 1–5 – расчет для  $\epsilon_0 \cdot 10^2 = 1; 2; 3; 4; 5$ ; линии 6, 7 – зависимости (3.1), (3.2); линия, точки 8 – расчет; линии 9, 10 – аппроксимационные зависимости [9, 4]

тов и обобщенных зависимостей, приведенных в [4, 9], следует признать удовлетворительным.

Заметное различие расчетных и экспериментальных данных при  $\epsilon_0 = 0,01$  можно объяснить тем, что интенсивность внешней турбулентности является только одним из факторов, определяющих переход к турбулентности. При уменьшении величины  $\epsilon_0$  роль других факторов на участке перехода возрастает, что приводит к уменьшению экспериментально определенного числа Рейнольдса перехода по сравнению с расчетным.

Как видно из фиг. 1, интенсивность внешней турбулентности  $\epsilon_0$  существенно влияет на величину критического числа Рейнольдса  $Re_\theta^*$  и характер перехода к турбулентности. С ростом  $\epsilon_0$  величина  $Re_\theta^*$  уменьшается, а переход от ламинарного режима к турбулентному становится более плавным.

На фиг. 1 и последующих приведены зависимости Блазиуса [1], соответствующая ламинарному режиму течения, и Кармана – Шенхерра [1], соответствующая турбулентному режиму течения

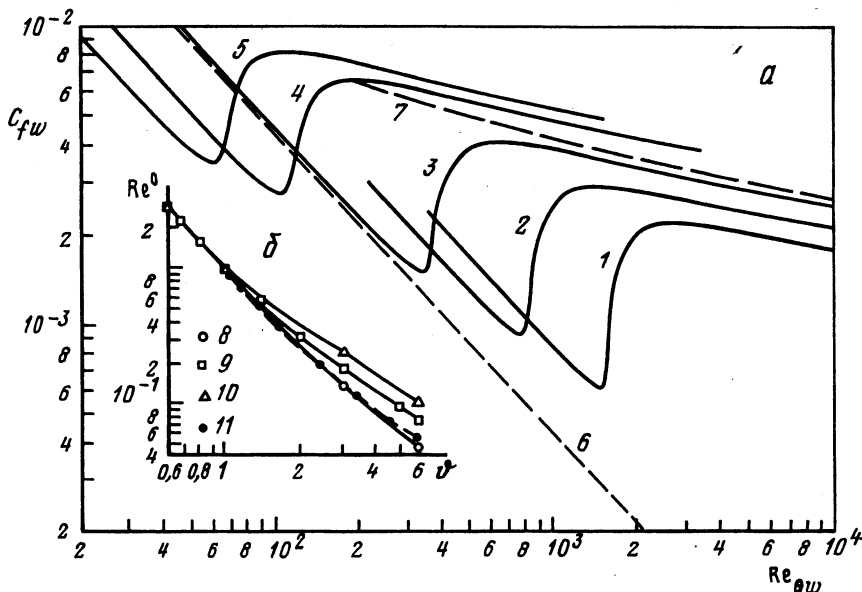
$$C_f = (0,664/\sqrt{Re_\theta})^2, \quad Re_x = (Re_\theta/0,664)^2, \quad H = 2,559$$

$$C_f^{-1} = 3,22 \ln(2 Re_\theta)[\ln(2 Re_\theta) + 2], \quad Re_x = 3,22(2 Re_\theta)[\ln(2 Re_\theta)]^2 \quad (3.1)$$

$$H \approx 1,2$$

Здесь  $Re_x$  – число Рейнольдса, построенное по длине  $x$  от начала пластины,  $H$  – формпараметр пограничного слоя.

Эти зависимости использованы для тестирования результатов расчета при малых и больших числах Рейнольдса.



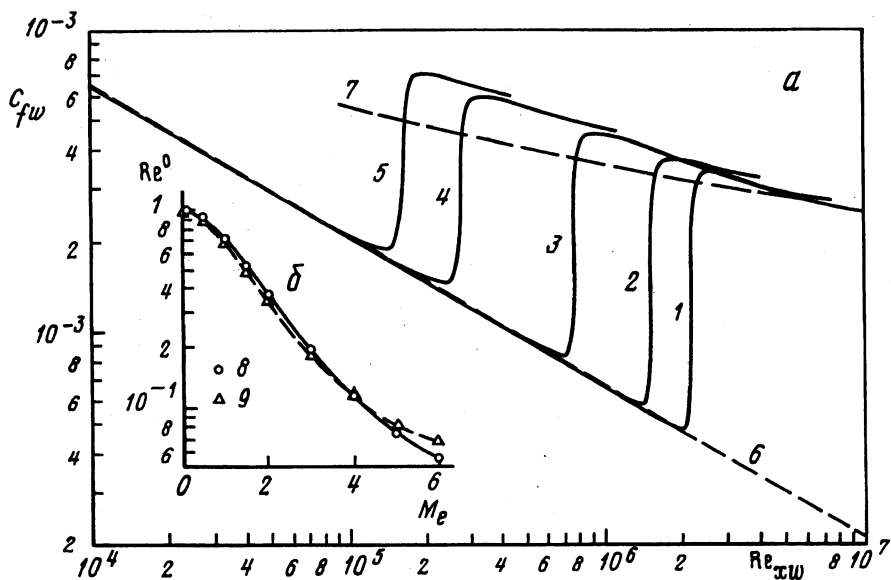
Фиг. 2. Влияние температурного фактора  $\vartheta = T_w/T_e$  на зависимость  $C_{fw}(Re_{\theta w})$  (a) и относительное критическое число Рейнольдса  $Re^0$  (б): линии 1–5 – расчет для  $\vartheta = 0,5; 0,667; 1; 2; 3$  в дозвуковом потоке при числе Маха  $M_e = 0,1$ ,  $\epsilon_0 = 0,02$ ; линии 6, 7 – зависимости (3.1), (3.2); линии 8–10 – расчет для  $\epsilon_0 \cdot 10^2 = 1; 2; 4$  при  $M_e = 0,1$ ; линия 11 – расчет для адиабатической стенки при  $M_e = 0,1-6$ ,  $\epsilon_0 = 0,01$

На фиг. 2 приведены результаты расчета коэффициента трения на участке перехода в том случае, когда температура стенки отличается от температуры потока. При вычислении величин  $C_{fw}$  и  $Re_{\theta w}$  вязкость воздуха определялась по температуре стенки.

На фиг. 2, а приведена зависимость  $C_{fw}$  от  $Re_{\theta w}$  для интенсивности турбулентности во внешнем потоке  $\epsilon_0 = 0,02$  и числе Маха  $M_e = 0,1$ . Расчетные данные приведены для следующих значений температуры стенки:  $T_w = 150, 200, 300, 600, 900$  К, чему соответствуют значения температурного фактора  $\vartheta = T_w/T_e$ , указанные на фиг. 2, а. Результаты расчетов показывают, что охлаждение стенки приводит к увеличению критического числа Рейнольдса перехода, а нагрев – к уменьшению его.

На фиг. 2, б приведены зависимости относительного числа Рейнольдса перехода  $Re^0$  от температурного фактора  $\vartheta$  для ряда значений интенсивности турбулентности внешнего потока  $\epsilon_0$ . Под относительным числом Рейнольдса перехода  $Re^0$  для какого-либо значения температурного фактора  $\vartheta$  в данном случае понимается отношение числа Рейнольдса перехода  $Re_{\theta w}^*$  при этом значении  $\vartheta$  к числу  $Re_{\theta w}^*$  при  $\vartheta = 1$ . Результаты расчетов показывают, что при  $\vartheta < 1$  величина  $Re^0$  не зависит от интенсивности турбулентности внешнего потока  $\epsilon_0$ , тогда как при  $\vartheta > 1$  такая зависимость наблюдается. При этом увеличение  $\epsilon_0$  приводит к росту  $Re^0$ .

На фиг. 3, а приведена зависимость коэффициента трения  $C_{fw}$  от числа Рейнольдса  $Re_{xw}$ , определенного по длине  $x$ , для ряда значений числа Маха внешнего потока  $M_e$ . При этом стенка считалась адиабатической, а интенсивность турбулентности внешнего потока была принята равной 0,01. Увеличение числа Маха внешнего потока приводит к уменьшению критического числа Рейнольдса перехода. Зависимость относительного числа Рейнольдса перехода  $Re^0$  от числа Маха (фиг. 3, б) практически одинакова при определении критического числа Рейнольдса как по толщине потери импульса  $Re_{\theta w}^*$ , так и по длине  $Re_{xw}^*$ .



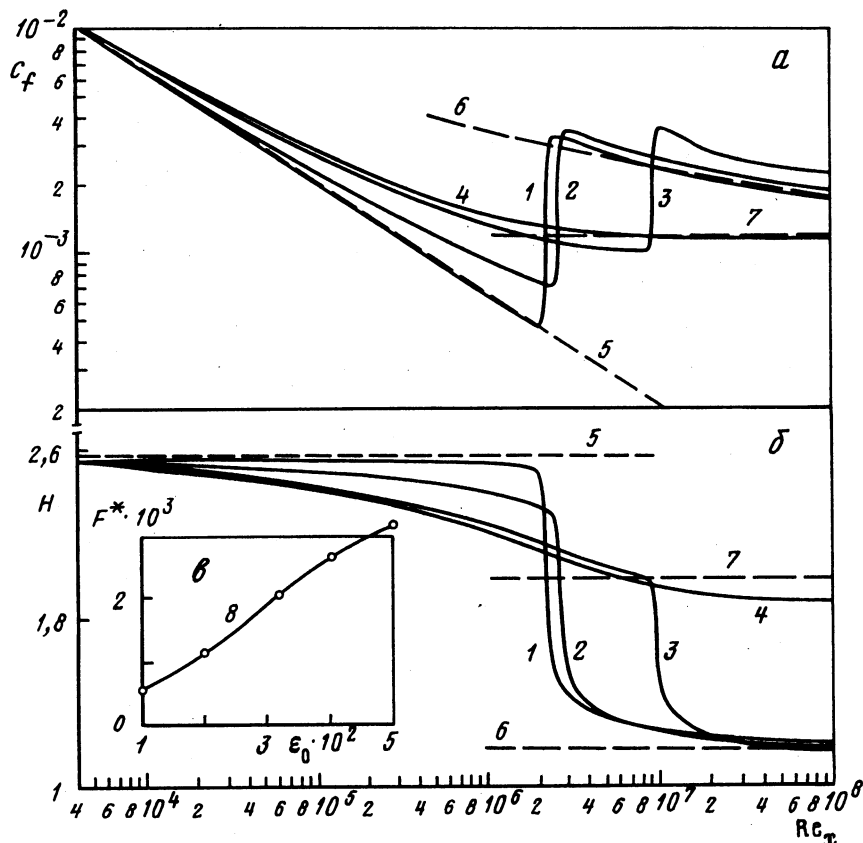
Фиг. 3. Влияние числа Маха  $M_e$  на зависимость  $C_{f,w}(Re_{\theta,w})$  (а) и относительное критическое число Рейнольдса  $Re^0$  (б) для адиабатической стенки при  $\epsilon_0 = 0,01$ : линии 1–5 – расчет для  $M_e = 0,1$ ; 1; 2; 4; 6; линии 6, 7 – зависимости (3.1), (3.2); точки 8 – расчет по критическому числу Рейнольдса, определенному по толщине потери импульса  $Re_{\theta,w}^*$ ; точки 9 – по длине  $Re_{x,w}^*$

Изменение числа Маха внешнего потока в случае адиабатической стенки приводит к изменению температуры стенки. Причем с ростом числа Маха температура стенки возрастает. На фиг. 2, б (линия 11) приведена зависимость относительного критического числа Рейнольдса  $Re^0$  от температурного фактора  $\vartheta$ , который определялся по температуре адиабатической стенки при заданном числе Маха. Эта зависимость близка к полученной для дозвукового потока ( $M_e = 0,1$ ) при заданной температуре стенки (линия 11) при той же интенсивности турбулентности внешнего потока  $\epsilon_0 = 0,01$ . Некоторое различие имеет место только при больших числах Маха. Это свидетельствует о том, что при изменении числа Маха внешнего потока основное влияние на число Рейнольдса перехода оказывает не непосредственно число Маха, а повышение температуры стенки.

Одним из способов управления течением в пограничном слое у обтекаемой поверхности является отсос через пронизаемую поверхность [1]. На фиг. 4, а для течения несжимаемой жидкости вдоль пронизаемой пластины с отсосом приведена зависимость местного коэффициента трения  $C_f$  от числа Рейнольдса  $Re_x$ , построенного по длине. Интенсивность турбулентности внешнего потока  $\epsilon_0 = 0,01$ . Скорость отсоса  $v_w$  вдоль пластины была постоянной. На фиг. 4, а приведены результаты расчетов для ряда значений параметра отсоса (относительной скорости отсоса)  $F = v_w/u_e$ . При увеличении параметра отсоса число Рейнольдса перехода вначале возрастает, а с некоторого значения параметра отсоса изменяется характер зависимости  $C_f$  от  $Re_x$ : с ростом числа Рейнольдса коэффициент трения монотонно убывает и стремится к постоянному значению. Это значение близко к величине  $C_f$  для ламинарного пограничного слоя с отсосом вдали от начала пластины, решение для которого получено Шлихтингом [1]

$$C_f = 2F, \quad H = 2$$

$$(3.2)$$



Фиг. 4. Влияние параметра отсоса  $F = v_w/u_e$  на зависимость  $C_f(Re_x)$  (а), зависимость формпараметра от числа Рейнольдса  $H(Re_x)$  (б) и зависимость критического значения  $F^*$  (в) от  $\epsilon_0$ : линии 1–4 – расчет для  $F \cdot 10^3 = 0; 0,2; 0,5; 0,6$  при  $\epsilon_0 = 0,01$ ; линии 5–7 – зависимости (3.1), (3.2), (3.3); линия, точки 8 – расчет

Величина формпараметра  $H$  в области перехода также существенно изменяется (фиг. 4, б) от значения  $H = 2,559$  (3.1) (линия 5) для ламинарного режима течения без отсоса до значения  $H \approx 1,2$  (3.1) (линия 6), соответствующего развитому турбулентному режиму течения в случае перехода, либо до значения  $H = 2$  (3.2) (линия 7), соответствующего ламинарному пограничному слою с отсосом, когда переход отсутствует.

Этот результат не является неожиданным, так как на больших расстояниях от начала толщина ламинарного пограничного слоя с отсосом не возрастает, т.е. не возрастает и число Рейнольдса, построенное по толщине пограничного слоя. Если до достижения этого предельного состояния возмущения в пограничном слое не начали возрастать, они не будут возрастать и на больших расстояниях. В [6] отмечалось, что в отличие от волн Толмина–Шлихтинга, амплитуда которых возрастает и на участке течения, где коэффициент трения равен его значению для ламинарного пограничного слоя, при рассматриваемом механизме перехода интенсивность пульсаций в пограничном слое начинает возрастать только после достижения определенного числа Рейнольдса, которое практически равно числу Рейнольдса, определенному по минимуму значения  $C_f$ . Этот результат работы [6] согласуется с результатами, полученными в настоящей работе.



При увеличении интенсивности турбулентности внешнего потока  $\epsilon_0$  параметр отсоса  $F$ , начиная с которого не наблюдается минимума в зависимости  $C_f$  от  $Re_x$ , возрастает. Эту величину параметра отсоса можно интерпретировать как критическую, зависимость которой  $F^*(\epsilon_0)$  представлена на фиг. 4, в.

Для установившегося ламинарного течения с отсосом число Рейнольдса, построенное по толщине вытеснения, равно обратной величине параметра отсоса  $F^{-1} = u_e/u_w$ . Согласно линейной теории устойчивости, критическое число Рейнольдса для данного течения равно  $4 \cdot 10^4$ , т.е. для приведенного на фиг. 4, в диапазона изменений параметра отсоса установившееся ламинарное течение с отсосом в линейном приближении устойчиво.

**Заключение.** С использованием разработанной авторами трехпараметрической модели турбулентности проведено численное исследование перехода к турбулентности в пограничном слое на пластине. Исследовано влияние на переход начальной интенсивности внешней турбулентности  $\epsilon_0$ , температурного фактора  $\vartheta$ , числа Маха внешнего потока  $M_e$  и параметра отсоса  $F$ . С ростом величин  $\epsilon_0$ ,  $\vartheta$  и  $M_e$  число Рейнольдса перехода как по толщине потери импульса  $Re_\theta^*$ , так и по длине  $Re_x^*$  уменьшается, что соответствует как качественным соотношениям, так и имеющимся немногочисленным экспериментальным данным. Для проницаемой пластины с отсосом показано, что существует критический параметр отсоса  $F^*$ , при достижении которого реализуется ламинарный режим течения в пограничном слое. Полученная расчетная зависимость  $F^*(\epsilon_0)$  свидетельствует о том, что с ростом величины  $\epsilon_0$  значение критического параметра отсоса  $F^*$  возрастает.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 9-01-00341).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
2. Павельев А.А. О переходе к турбулентности в струях // Турбулентные течения. М.: Наука, 1974. С. 185–193.
3. Поляков Н.Ф. Ламинарный пограничный слой в условиях "естественного" перехода к турбулентному течению // Развитие возмущений в пограничном слое. Новосибирск: Изд-во ИТПМ СО АН СССР, 1979. С. 23–67.
4. Abu-Ghannam B.J., Shaw R. Natural transition of boundary layers—the effects of turbulence, pressure gradient, and flow history // J. Mech. Eng. Sci. 1980. V. 22. № 5. P. 213–228.
5. Коляда В.В., Павельев А.А. О смене механизмов перехода к турбулентности в пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 3. С. 179–181.
6. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Исследование перехода к турбулентности в пограничном слое при большой интенсивности внешних возмущений с помощью трехпараметрической модели // Проблемы современной механики. Ч. 1. М.: Изд-во МГУ, 1983. С. 127–138.
7. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 3. С. 13–25.
8. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Трехпараметрическая модель турбулентности: расчет теплообмена // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 2. С. 40–52.
9. Wells C.S. Effects of freestream turbulence on boundary-layer transition // AIAA Journal. 1967. V. 5 № 1. P. 172–174. = Уэллс, мл. Влияние турбулентного набегающего потока на переход в пограничном слое // Ракетная техника и космонавтика. 1967. Т. 5. № 1. С. 219–221.

Москва

Поступила в редакцию  
22.X.1998